

高中 2021 级第二学年末教学质量测试

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z=2-i$ ，则 $z \cdot (2+i) =$

- A. -5 B. $4i$ C. $-4i$ D. 5

2. 集合 $A=\{(x, y)|y=x, x \in \mathbf{R}\}$, $B=\{(x, y)|y=x^2, x \in \mathbf{R}\}$ ，则 $A \cap B$ 的元素个数为

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

3. 命题 p : “ $\forall x > 1, x^2 - 1 > 0$ ”，则 $\neg p$ 为

- A. $\forall x > 1, x^2 - 1 \leq 0$ B. $\forall x \leq 1, x^2 - 1 \leq 0$

- C. $\exists x_0 > 1, x_0^2 - 1 \leq 0$ D. $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - 1 \leq 0$

4. 下列函数中是偶函数，且在 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是

- A. $y = \cos x$ B. $y = |\lg x|$ C. $y = x|x|$ D. $y = x^{-2}$

5. 要得到函数 $y = 2^{2x-1}$ 的图象，只需将指数函数 $y = 4^x$ 的图象

- A. 向左平移 1 个单位 B. 向右平移 1 个单位

- C. 向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位

6. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，当 $x \in [0, 1)$ 时， $f(x) = \sqrt{x}$ ，

则 $f(-\frac{3}{2}) =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

7. 若函数 $f(x) = ax^2 - 2\ln x$ 有且仅有一个极值点, 则实数 a 的取值范围为

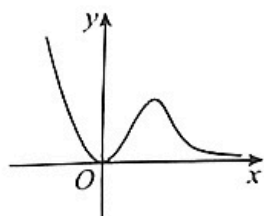
A. $a \leq 0$

B. $a > 0$

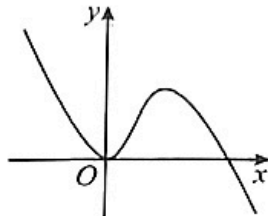
C. $a > 1$

D. $a > 1$ 或 $a < -1$

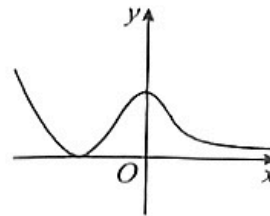
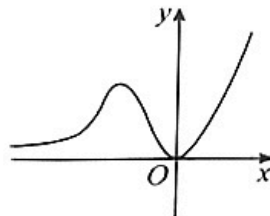
8. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ 的大致图象为



A



B



D

9. 若函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} - a$, 则 “ $a \geq 2$ ” 是 “函数 $f(x)$ 存在零点” 的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 甲、乙、丙在九寨沟、峨眉山、青城山三个景点中各选择了一个景点旅游, 每人去的景点都不相同. 已知①乙没有去九寨沟; ②若甲去了峨眉山, 则丙去了青城山; ③若丙没有去峨眉山, 则甲去了峨眉山. 下列说法正确的是

A. 丙去了峨眉山

B. 乙去了峨眉山

C. 丙去了青城山

D. 甲去了青城山

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1, \\ 2\ln x + 1, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(a) + f(b) = 2$, 且 $a \neq b$, 则 $a+b$ 的最小值为

A. $2 - 2\ln 2$

B. $3 - 2\ln 2$

C. $4 - 2\ln 3$

D. $4 - 2\ln 2$

12. 已知函数 $f(x) = -\ln x + \frac{a}{x} - ex$, $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2$, 若 $\forall x_1 \in (0, 1]$, $\exists x_2 \in [-1, 1]$,

都有 $g(x_2) \geq f(x_1)$, 则 a 的取值范围为

A. $(-\infty, -\frac{1}{e})$

B. $(-\infty, -\frac{1}{e}]$

C. $(-\infty, -\frac{2}{e}]$

D. $(-\infty, -\frac{2}{e})$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在答题卡相应位置。

13. 若幂函数 $y = f(x)$ 的图象过点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$ ，则 $f(\sqrt[3]{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 已知 $m > 0$ ， $n > 0$ ，且 $m^n = 3$ ， $n + \log_3 m = 2$ ，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 曲线 $y = \frac{x}{x-1}$ 在点 $P(2, 2)$ 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 若 $f(x) = \ln|\frac{1}{x+1} + k| + h$ 为奇函数，则实数 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知 $m \in \mathbf{R}$ ，命题 p ：“ $\forall x \in [1, \sqrt{2}]$ ， $x^2 - m \leq 0$ ”，命题 q ：“ $\exists x \in \mathbf{R}$ ， $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ ”。

(1) 若命题 p 为假命题，求实数 m 的取值范围；

(2) 若命题 “ $p \wedge (\neg q)$ ” 为真命题，求实数 m 的取值范围。

18. (12 分)

为了改善湖泊的水质，某市环保部门于 2021 年年终在该湖泊中投入一些浮萍，这些浮萍在水中的繁殖速度越来越快，2022 年 2 月底测得浮萍覆盖面积为 360 m^2 ，2022 年 3 月底测得浮萍覆盖面积为 480 m^2 ，浮萍覆盖面积 y (单位： m^2) 与 2022 年的月份 x (单位：月) 的关系有两个函数模型 $y = ka^x (k > 0, a > 1)$ 与 $y = mx^2 + n (m > 0)$ 可供选择。

(1) 分别求出两个函数模型的解析式；

(2) 若 2021 年年终测得浮萍覆盖面积为 200 m^2 ，从上述两个函数模型中选择更合适的一个模型，试估算至少到哪一年的几月底浮萍覆盖面积能超过 8100 m^2 ? (参考数据： $\lg 2 \approx 0.30$ ， $\lg 3 \approx 0.48$)

19. (12 分)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 。

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ 和 $(1, 0)$ ，且函数 $f(x)$ 在 $[3m, m+1]$ 上不单调，求实数 m 的取值范围；

(2) 已知 $a \geq \frac{1}{2}$ ，函数 $g(x) = f(x) - 2x$ 在 $x = 2$ 处取得极值为 0，求函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值 (结果用含 a 的代数式表示)。

20. (12分)

已知函数 $f(x) = -x^3 + 3a^2x - \frac{3}{2}a$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $a=2$, 求函数 $f(x)$ 的极值, 并判断其零点的个数;

(2) 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, $f(x) < 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 的零点分别为 x_1, x_2 , 且 $x_2 - 2x_1 > 0$, 证明: $x_2 - 2\sqrt{2x_1} > 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \sin \alpha, \\ y = \sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标

原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho(2\cos\theta + \sin\theta) = \sqrt{6}$, 其中 $0 \leq \theta < 2\pi$.

(1) 求 C_1 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2) 直线 l 与曲线 C_1 交于 A, B 两点, 且 A, B 两点对应的极角分别为 θ_1, θ_2 , 求 $\theta_1 + \theta_2$ 的值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x+a| + |x+3a|$.

(1) 当 $a=-1$ 时, 求不等式 $f(x) < 4$ 的解集;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 2, 且 $(a-m)(a+m) = \frac{4}{n^2}$, 求 $\frac{1}{m^2} + n^2$ 的最小值.