姓　　名＿＿＿＿＿＿＿＿＿

机密★启用前

准考证号＿＿＿＿＿＿＿＿＿

岳阳市2023届高三教学质量监测（二）

数　　学

本试卷共6页，22道题，满分150分，考试用时150分钟。

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的学校、班级、考号、姓名填写在答题卡上。

2.作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案。答案不能答在试卷上。

3.非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字表作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4.考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $M=\left\{x\left|x^2+x-2\le 0\right.\right\}$，$N=\left\{x\left|\log_2 x<1\right.\right\}$，则 $M\cup N=$

A. $\left\{x\left|-2\le x\le 1\right.\right\}$　B. $\left\{x\left|-2\le x<2\right.\right\}$　C. $\left\{x\left|0<x\le 1\right.\right\}$　D. $\left\{x\,|\,x<2\right\}$

2. 已知直线 l,m 和平面 α，β，若 $l\subset\alpha$，$\alpha\perp\beta$ 且 $\alpha\cap\beta=m$，则“$l\perp m$”是“$l\perp\beta$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 已知角 α 的顶点与坐标原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，点A是角 α 的终边与单位圆的交点，若点A的横坐标为 $-\dfrac{4}{5}$，则 $\cos 2\alpha=$

A. $-\dfrac{2}{5}$　B. $\dfrac{2}{5}$　C. $-\dfrac{7}{25}$　D. $\dfrac{7}{25}$

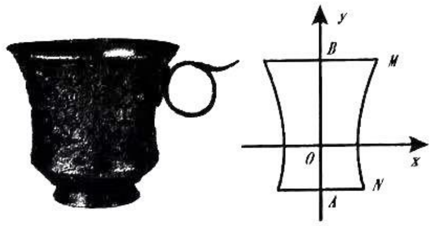
4. 某学校为落实“双减”政策，在课后服务时间开设了“球类”、“棋类”、“书法”、“绘画”、“舞蹈”等五项活动。若甲同学准备从这五项活动中随机选三项，则“书法”和“绘画”这两项中至多有一项被选中的概率为

A. 0.9　B. 0.7　C. 0.6　D. 0.3

5. 已知函数 $f(x)=-2x^3+3ax^2+3x$ 是定义在 R 上的奇函数，则函数 $f(x)$ 的图像在点 $(-2,f(-2))$ 处的切线的斜率为

A. -27　　B. -25　　C. -23　　D. -21

6. 收藏于陕西博物馆的国宝——唐·金筐宝钿团花纹金杯，杯身曲线内收，玲珑娇美，巧夺天工，是唐代金银细作的典范之作。该杯的主体部分可以近似看作是离心率为 $\sqrt{5}$ 的双曲线 C：$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1,(b>0)$ 的右支与 y 轴及平行于 x 轴的两条直线围成的曲边四边形 ABMN 绕 y 轴旋转一周得到的几何体，若 P 为 C 右支上的一点，F 为 C 的左焦点，则 $|PF|$ 与 P 到 C 的一条渐近线的距离之和的最小值为



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

7. 已知函数 $f(x)=2\sin(2\omega x+\varphi)(\omega\in N_+,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的最小正周期 $T\in(\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2})$，将函数 $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，所得图像关于原点对称，则下列关于函数 $f(x)$ 的说法错误的是

A. 函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=-\frac{5\pi}{12}$ 对称　　B. 函数 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$ 上单调递减

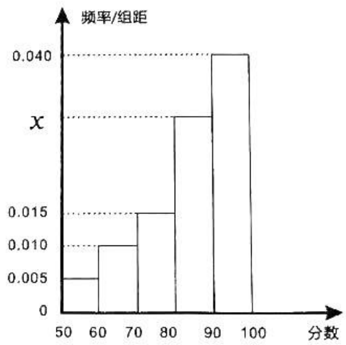
C. 函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{13\pi}{12})$ 上有两个极值点　　D. 方程 $f(x)=1$ 在 $[0,\pi]$ 上有 3 个解

8. 若函数 $f(x)=e^{x^2-2\ln x}-2a\ln x+ax^2$ 有两个不同的零点，则实数 a 的取值范围是

A. $(-\infty,-e)$　　B. $(-\infty,-e]$　　C. $(-e,0)$　　D. $(-\sqrt{e},0)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 2022 年 6 月，某学校为宣传我国第三艘航空母舰“中国人民解放军海军福建舰”下水试航，增强学生的国防意识，组织了一次“逐梦深蓝，山河荣耀”国防知识竞赛，对 100 名学生的参赛成绩进行统计，可得到如图所示的频率分布直方图，其中分组的区间为 $[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$，为进一步了解学生的答题情况，通过分层抽样，从成绩在区间 $[70,90)$ 内的学生中抽取 6 人，



再从这 6 人中先后抽取 2 人的成绩作分析，下列结论正确的是(　　)

A. 频率分布直方图中的 $x=0.030$

B. 估计 100 名学生成绩的中位数是 85

C. 估计 100 名学生成绩的 80% 分位数是 95

D. 从 6 人中先后抽取 2 人作分析时，若先抽取的学生成绩位于 $[70,80)$，则后抽取的学生成绩在 $[80,90)$ 的概率是 $\dfrac{4}{15}$

10. 设函数 $f(x)=|\lg x|$ 在 $[a,+\infty)$ 上的最小值为 m_a，函数 $g(x)=\sin\dfrac{\pi x}{2}$ 在 $[0,a]$ 上的最大值为 M_a，若 $M_a-m_a=\dfrac{1}{2}$，则满足条件的实数 a 可以是（　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $10\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{10}$

11. 已知抛物线 C：$x^2=2py$ $(p>0)$ 的焦点 F 与圆 M：$x^2+(y+2)^2=1$ 上点的距离的最小值为 2，过点 F 的动直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点，以 A,B 为切点的抛物线的两条切线的交点为 P，则下列结论正确的是（　　）

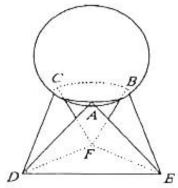
A. $p=2$

B. 当 l 与 M 相切时，l 的斜率是 $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

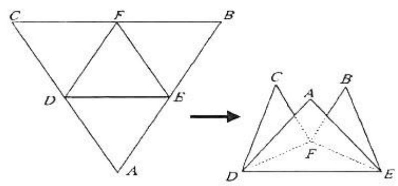
C. 点 P 在定直线上

D. 以 AB 为直径的圆与直线 $y=-1$ 相切

12. 在中国共产党第二十次全国代表大会召开期间，某学校组织了“喜庆二十大，永远跟党走，奋进新征程”书画作品比赛.如图①，本次比赛的冠军奖杯由一个铜球和一个托盘组成，若球的体积为 $\dfrac{4\pi}{3}$；如图②，托盘由边长为 4 的正三角形铜片沿各边中点的连线垂直向上折叠而成，则下列结论正确的是（　　）



图①



图②

A. 直线 AD 与平面 BEF 所成的角为 $\dfrac{\pi}{6}$

B. 经过三个顶点 A,B,C 的球的截面圆的面积为 $\dfrac{\pi}{4}$

C. 异面直线 AD 与 CF 所成的角的余弦值为 $\dfrac{5}{8}$

D. 球离球托底面 DEF 的最小距离为 $\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}-1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 设复数 $z=(1+i)\sin15^{\circ}+(1-i)\sin75^{\circ}$，其中 i 为虚数单位，则 $|z|=$_______

14. 在 $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2(1+x)^4$ 的展开式中 x^2 项的系数是______

15. 已知函数 $f(x)=-x^3+mx^2(m>0),x\in[1,+\infty)$，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=f(n),n\in N_+$，给出下列两个条件：①函数 $f(x)$ 是递减函数；②数列 $\{a_n\}$ 是递减数列。试写出一个满足条件②但不满足条件①的函数 $f(x)$ 的解析式：$f(x)=$_______

16. 定义 $\|x\|$ 是与实数 x 的距离最近的整数(当 x 为两相邻整数的算术平均值时，$\|x\|$ 取较大整数)．如 $\left\|\dfrac{4}{3}\right\|=1$，$\left\|\dfrac{5}{3}\right\|=2$，$\|2\|=2$，$\|2.5\|=3$，令函数 $K(x)=\|x\|$，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{1}{K(\sqrt{n})}$，其前 n 项和为 S_n，则 $S_4=$_____，$S_{2023}=$________.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 10 分）

在 ΔABC 中，a,b,c 分别为角 A，B，C 的对边，若 $\sqrt{3}\sin C+\cos C=\dfrac{\sin B+\sin C}{\sin A}$，且 ΔABC 的内切圆半径 $r=2$.求：

（1）角 A 的大小；

（2）$b+c$ 的最小值.

18.（本题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$S_{n+1}=2S_n+2^{n+1}$

（1）证明数列 $\left\{\dfrac{S_n}{2^n}\right\}$ 是等差数列，并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\dfrac{S_n}{3^n}$，若对任意正整数 n，不等式 $b_n<\dfrac{m^2-m+18}{27}$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

19.（本题满分 12 分）

在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=45^\circ$，$BC=3$，过点A作$AD\perp BC$，交线段BC于点D（如图 1），沿AD将$\triangle ABD$折起，使$\angle BDC=90^\circ$（如图 2），点E，M分别为棱BC，AC的中点.

(1)求证：$CD\perp ME$；(2)在①图 1 中$\tan 2B=-\frac{4}{3}$，②图 1 中$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，③图 2 中三棱锥$A-BCD$的体积最大.

这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，再解答问题。

问题：已知________，试在棱CD上确定一点N，使得$EN\perp BM$，并求平面BMN与平面CBN的夹角的余弦值.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

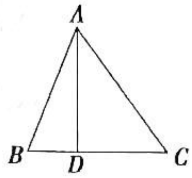


图 1

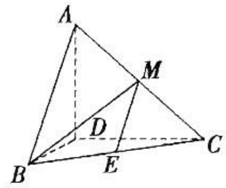


图 2

20.（本题满分 12 分）

国家发改委和住建部等六部门发布通知，提到：2025 年，农村生活垃圾无害化处理水平将明显提升。现阶段我国生活垃圾有填埋、焚烧、堆肥等三种处理方式，随着我国生态文明建设的不断深入，焚烧处理已逐渐成为主要方式。根据国家统计局公布的数据，对 2013—2020 年全国生活垃圾焚烧无害化处理厂的个数y（单位：座）进行统计，得到如下表格：

年份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
年份代码x	1	2	3	4	5	6	7	8
垃圾焚烧无害化处理厂的个数y	166	188	220	249	286	331	389	463

（1）根据表格中的数据，可用一元线性回归模型刻画变量y与变量x之间的线性相关关系，请用相关系数加以说明（精确到 0.01）；

（2）求出y关于x的经验回归方程，并预测 2022 年全国生活垃圾焚烧无害化处理厂的个数；

（3）对于 2035 年全国生活垃圾焚烧无害化处理厂的个数，还能用（2）所求的经验回归方程预测吗？请简要说明理由。

参考公式：相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$中斜率和截距

的最小二乘法估计公式分别为$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{8}y_i=2292$，$\sum\limits_{i=1}^{8}x_i^{\ 2}=204$，$\sum\limits_{i=1}^{8}y_i^{\ 2}=730348$，$\sum\limits_{i=1}^{8}x_iy_i=12041$，

$573^2=328329$，$\sqrt{105}\approx10.25$，$\sqrt{7369}\approx85.84$

21.（本题满分 12 分）

已知点 $P(0,\ -2)$，点 A，B 分别为椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点，直线 BP 交 C 于点 Q，$\triangle ABP$ 是等腰直角三角形，且$\overrightarrow{PQ}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{QB}$.

（1）过椭圆 C 的上顶点 M 引两条互相垂直的直线l_1，l_2，记 C 上任一点 N 到两直线 l_1，l_2的距离分别为d_1，d_2，求 $d_1^2+d_2^2$ 的最大值；

（2）过点 $H(4,0)$且斜率不为零的直线与椭圆 C 相交于 E，F 两点.试问：是否存在 x 轴上的定点 G，使得$\angle EGO=\angle FGH$.若存在，求出定点 G 的坐标；若不存在，说明理由.

22.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-x+1$.

（1）求 $f(x)$ 的最大值；

（2）设函数 $g(x)=f(x)+a(x-1)^2$，若对任意实数 $b\in(2,3)$，当 $x\in(0,b]$时，函数 $g(x)$的最大值为 $g(b)$，求 a 的取值范围；

（3）若数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_1=1$，$a_{n+1}=f(a_n)+2a_n+1(n\in N_+)$.

求证：$a_n\le2^n-1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。