2020 年普通高等学校招生全国统一考试
高考模拟调研卷文科数学（一）
参考答案

一、选择题

1～6 BCCBDB　　7～12 DBBDDC

第 5 题提示：$S_5=5a_3=15$，$a_3=3$，$S_{10}=\dfrac{(a_1+a_{10})\times10}{2}=5(a_3+a_8)=60$。

第 6 题提示：容易得出平均数、中位数、极差都相同，故选 B。

第 8 题提示：否命题是条件、结论都否定，“任意的 $x>0$ 都有 $2x-1>a$”的否定为“存在 $x>0$ 使得 $2x-1\leqslant a$”。

第 9 题提示：圆心 $C(1,-2)$，$PA^2=PC^2-r^2$，$\therefore PC$ 最小时 PA 最短，当 $PC\perp l$ 时，PC 有最小值 $2\sqrt{5}$，

此时 $PA=\sqrt{17}$。

第 10 题提示：$f(x)$ 为偶函数，且 e^x 的增长速度远大于 $2x^2$，所以 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

第 11 题提示：由题 $a\oplus b=a$，b 中较小数的两倍减去较大的数，

$x\oplus((x-1)\oplus(x-2))=x\oplus(2(x-2)-(x-1))=x\oplus(x-3)=2(x-3)-x=x-6$，D 不正确。

第 12 题提示：由题 $QF_2\perp PF_1$，$PF_2=2c$，$PQ=\dfrac{1}{2}PF_1=\dfrac{1}{2}(PF_2+2a)=a+c$

$$\sin\angle PF_2Q=\frac{PQ}{PF_2}=\frac{a+c}{2c}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2e}\in(\frac{1}{2},1)\quad\therefore\angle PF_2Q\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})。$$

二、填空题

13. $\dfrac{1}{2}$　　14. 3　　15. 2　　16. 90

第 15 题提示：$a\cos B=-b\cos A+2$，

$a\cos B+b\cos A=2r\sin A\cos B+2r\sin B\cos A=2r\sin(A+B)=2r\sin C=c=2$。

第 16 题提示：由题原来正二十面体的每一条棱都会保留，正二十面体每个面 3 条棱，每条棱属于两个面，所以共有 $\dfrac{3\times20}{2}$=30 条棱，此外每个面会产生 3 条新棱，共产生 $3\times20=60$ 条新棱，∴共有 90 条棱。

三、解答题

17.（12 分）

解：（1）设 AE 中点为 G，连结 GF,GC，则 $GF//EB$，$GF//$ 平面 EBD

$\dfrac{PG}{PE}=\dfrac{PC}{PD}=\dfrac{3}{2}$，$\therefore ED//GC$，$GC//$ 平面 EBD，

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

∴平面GFC ∥ 平面EBD，∴FC ∥ 平面EBD；……6分

（2）$V = V = \frac{1}{3}S\cdot h$，其中$h$为点$B$到平面$PAC$的距离

过$BM\perp AC$于M，∵$PA\perp BM$，∴$BM\perp$平面PAC，$h=BM=\sqrt{3}$，

$S = \frac{1}{2}PE\cdot PD\cdot\sin\angle APC = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}PA\cdot\frac{2}{3}PC\cdot\sin\angle APC = \frac{1}{3}S = \frac{1}{6}PA\cdot AC = \frac{2}{3}$，

∴$V = V = \frac{1}{3}S\cdot h = \frac{2\sqrt{3}}{9}$．……12分

18.（12分）

解：（1）设$c_n = a_n - n + \frac{1}{2}$，由题$a_{n+1}-(n+1)+\frac{1}{2} = -(a_n - n + \frac{1}{2})$，即$c_{n+1}=-c_n$，又$c_1 = a_1 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\neq 0$，

∴$\{c_n\}$为等比数列，即$\{a_n - n + \frac{1}{2}\}$为等比数列；……6分

（2）由（1）知$c_n = \frac{1}{2}\cdot(-1)^{n-1}$，即$a_n = \frac{1}{2}\cdot(-1)^{n-1}+n-\frac{1}{2}$，∴$a_{2n-1}=2n-1$，∴$b_n = \frac{2n-1}{2^n}$，

$S_n = \frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots+\frac{2n-3}{2^{n-1}}+\frac{2n-1}{2^n}$，$\frac{1}{2}S_n = \frac{1}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\frac{5}{2^4}+\cdots+\frac{2n-3}{2^n}+\frac{2n-1}{2^{n+1}}$，

两式相减得$\frac{1}{2}S_n = \frac{1}{2}+2(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n})-\frac{2n-1}{2^{n+1}} = \frac{3}{2}-\frac{2n+3}{2^{n+1}}$，

∴$S_n = 3-\frac{2n+3}{2^n}$．……12分

19.（12分）

解：（1）医院三次体检的收入为$200\times(1+0.95+0.9)=570$，三次体检的成本为$150\times3=450$，

利润为$570-450=120$元，故平均利润为40元；……5分

（2）由题抽出的五个人中有3人恰体检三次，记为A，B，C，有一人恰体检四次，记为D，有一人恰体检至少五次，记为E，从五人中抽两个人出来，共有

(A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,E)，(B,C)，(B,D)，(B,E)，(C,D)，(C,E)，(D,E) 10种情况

其中抽到的2人中恰有1人体检3次的情况有(A,D)，(A,E)，(B,D)，(B,E)，(C,D)，(C,E) 6种

情况，所求概率为$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$．……12分

20．（12分）

解：（1）由题 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$2c=2$，$\therefore a=\sqrt{2}$，$c=1$，$b=1$，

故椭圆方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$； ……4分

（2）设 $E(x_0,\ y_0)$，$F(-x_0,\ -y_0)$，$M(x_0,\ 0)$，则 $l_{FM}:y=\frac{y_0}{2x_0}(x-x_0)$，

与椭圆方程联立得 $(2x_0^2+y_0^2)x^2-2x_0y_0^2x+x_0^2y_0^2-4x_0^2=0$，

由 $x_N+x_F=x_N-x_0=\frac{2x_0y_0^2}{2x_0^2+y_0^2}$ 得 $x_N=\frac{3x_0y_0^2+2x_0^3}{2x_0^2+y_0^2}$， ……6分

$$k_{EN}=\frac{y_N-y_0}{x_N-x_0}=\frac{\frac{y_0}{2x_0}(x_N-x_0)-y_0}{x_N-x_0}=\frac{y_0}{2x_0}-\frac{y_0}{x_N-x_0}$$

$$=\frac{y_0}{2x_0}-\frac{y_0}{\frac{3x_0y_0^2+2x_0^3}{2x_0^2+y_0^2}-x_0}=\frac{y_0}{2x_0}-\frac{y_0}{x_0}\cdot\frac{2x_0^2+y_0^2}{3y_0^2+2x_0^2-2x_0^2+y_0^2}=\frac{y_0}{2x_0}-\frac{y_0}{x_0}\cdot\frac{2x_0^2+y_0^2}{4y_0^2}$$

$$=\frac{y_0}{2x_0}-\frac{2x_0^2+y_0^2}{2x_0y_0}=\frac{-2x_0^2}{2x_0y_0}=-\frac{x_0}{y_0}，$$

$\therefore k_{EN}\cdot k_{EF}=-\frac{x_0}{y_0}\cdot\frac{y_0}{x_0}=-1$，即 $EF\perp EN$ ……12分

21．（12分）

解：（1）$f'(x)=\frac{1}{x+1}+2ax=\frac{2ax^2+2ax+1}{x+1}$，设 $g(x)=2ax^2+2ax+1$，则对称轴 $x=-\frac{1}{2}$，$g(-1)=1>0$，

$\Delta=4a^2-8a=4a(a-2)$，

当 $0<a\leqslant 2$ 时，$f'(x)\geqslant 0$，$f(x)$ 在 $(-1,\ +\infty)$ 上单调递增；

当 $a>2$ 时，$g(x)=0$ 在 $(-1,\ +\infty)$ 内有两个不等实根 $\frac{-a\pm\sqrt{a^2-2a}}{2a}$，

故 $f(x)$ 在 $(-1,\ \frac{-a-\sqrt{a^2-2a}}{2a})$ 上单增，在 $(\frac{-a-\sqrt{a^2-2a}}{2a},\ \frac{-a+\sqrt{a^2-2a}}{2a})$ 上单减，

在 $(\frac{-a+\sqrt{a^2-2a}}{2a},\ +\infty)$ 上单增；当 $a<0$ 时，$g(x)=0$ 在 $(-1,\ +\infty)$ 内仅有一根 $\frac{-a-\sqrt{a^2-2a}}{2a}$，

故 $f(x)$ 在 $(-1,\ \dfrac{-a-\sqrt{a^2-2a}}{2a})$ 上单增，在 $(\dfrac{-a-\sqrt{a^2-2a}}{2a},\ +\infty)$ 上单减；……6 分

（2）由（1）知 $a<0$，$2ax_2^2+2ax_2+1=0\Rightarrow a=-\dfrac{1}{2(x_2^2+x_2)}$．

$f_{\max}(x)=f(x_2)=\ln(x_2+1)+ax_2^2=\ln(x_2+1)-\dfrac{x_2^2}{2(x_2^2+x_2)}<\dfrac{1}{2\sqrt{e}}$，　……8 分

令 $x_2+1=t$，$g(t)=\ln t-\dfrac{t-1}{2t}=\ln t+\dfrac{1}{2t}-\dfrac{1}{2}$，$g'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{2t^2}=\dfrac{2t-1}{2t^2}$，

故 $g(t)$ 在 $(0,\ \dfrac{1}{2})$ 上单调递减，在 $(\dfrac{1}{2},\ +\infty)$ 上单调递增，又 $g(\sqrt{e})=\dfrac{1}{2\sqrt{e}}$，$\therefore 1+x_2=t<\sqrt{e}$，

即 $0<x_2<\sqrt{e}-1$，$\therefore a=-\dfrac{1}{2(x_2^2+x_2)}<-\dfrac{1}{2(e-\sqrt{e})}$，即 $a<-\dfrac{1}{2(e-\sqrt{e})}$．……12 分

22.（10 分）

解：（1）$C:x^2+y^2=4$，$\because l$ 经过点 $P(\sqrt{2},1)$，而点 P 在圆 C 的内部，$\therefore l$ 与 C 有两个交点；　……5 分

（2）$l:y=k(x-\sqrt{2})+1$，设 O 到 l 的距离为 d，l 与 C 交于点 A，B，AB 中点为 M，

$\because AM^2+d^2=4$，$\therefore d=1$，$\therefore d=\dfrac{|1-\sqrt{2}k|}{\sqrt{1+k^2}}=1\Rightarrow k=0$ 或 $2\sqrt{2}$，

$\therefore \tan\alpha=0$ 或 $2\sqrt{2}$．……10 分

23.（10 分）

解：（1）当 $x\geqslant 2$ 或 $x<-2$ 时，$|f(x)|=4$，不满足题意；

当 $-2\leqslant x<2$ 时，$|f(x)|=|2x|\leqslant 2\Rightarrow -1\leqslant x\leqslant 1$；综上，$M=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$；……5 分

（2）$(2x+y)^2-4x-y+2=4x^2+y^2+4xy-4x-y+2$

$$=4x^2+4(y-1)x+(y-1)^2+1+y$$

$$=(2x-y+1)^2+1+y\geqslant 1+y$$

$\because y\in M$，$\therefore 1+y\geqslant 0$　$\therefore (2x+y)^2\geqslant 4x+y-2$．……10 分

4　官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期末考试试题答案汇总（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/202001/41635.html