湖南师大附中2022—2023学年度高二第二学期第一次大练习

数学参考答案

一、选择题:本大题共8个小题,每小题5分,满分40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	A	D	D	B	C	B

1.C 【解析】$\because$全集$U=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x\leqslant 4\}=\{1,2,3,4\}$,集合$A=\{1,2\}$,$B=\{2,4\}$,

$\therefore \complement_U B=\{1,3\}$,则$A\cup(\complement_U B)=\{1,2,3\}$.故选C.

2.D

3.A 【解析】由于函数$f(x)=\begin{cases}(3-a)x-4a, x<1,\\ x^2, x\geqslant 1\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的增函数,

则函数$y=(3-a)x-4a$在$(-\infty,1)$上是增函数,所以$3-a>0$,解得$a<3$;

且有$(3-a)\times 1-4a\leqslant 1^2$,即$3-5a\leqslant 1$,解得$a\geqslant\dfrac{2}{5}$,

因此实数a的取值范围是$\left[\dfrac{2}{5},3\right)$,故选A.

4.D 【解析】设需要n门高射炮才可达到目的,用A表示"命中飞机"这一事件,用A_i表示"第i门高射炮命中飞机",则$A_1,A_2,\cdots,A_n$相互独立,且有$A=A_1+A_2+\cdots+A_n$.

$P(A)=1-P(\overline{A})=1-P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})\cdot\cdots\cdot P(\overline{A_n})=1-(1-0.6)^n$,依题意$P(A)\geqslant 0.99$,

$\therefore 1-0.4^n\geqslant 0.99$,$0.4^n\leqslant 0.01$,又$0.4^5=0.01024$,$0.4^6=0.004096$,则$n$应取6.故选D.

5.D 【解析】先安排医生,再安排护士.安排医生,方法数有$A_3^3=6$种.

安排护士,护士6名,可分为2,2,2或者1,2,3两类.由于"护士甲和护士乙必须分到同一家医院",故方法数有$\dfrac{C_4^2\cdot C_2^2}{A_2^2}\cdot A_3^3+(C_4^1\cdot A_3^3+C_4^1\cdot C_3^1\cdot A_3^3)=114$种.其中$C_4^1\cdot A_3^3$表示护士甲和护士乙共2人一组的方法数,$C_4^1\cdot C_3^1\cdot A_3^3$表示护士甲和护士乙与另一人共3人一组的方法数.

所以总的方法数有$6\times 114=684$种,故选D.

6.B 【解析】令$t=x^2$,则$\hat{y}=55t+m$,

$t=x^2$	1	4	9	16	25
使用人数y	15	173	457	842	1333

$\bar{t}=\dfrac{1+4+9+16+25}{5}=11$,$\bar{y}=\dfrac{15+173+457+842+1333}{5}=564$,

所以$564=55\times 11+m$,$m=-41$,所以$\hat{y}=55x^2-41$,

当$x=2$时,$\hat{y}=55\times 2^2-41=179$,所以残差为$173-179=-6$.故选B.

7.C 【解析】对于A,根据样本相关系数r的意义,可知在线性回归模型当中,样本相关系数r表示解释变量x对于预报变量y变化的贡献率,$|r|$越接近于1,表示回归效果越好,故A错误;

对于B,"至少有两次中靶"的对立事件应该为"一次都未中靶或只中一次靶",所以B错误;

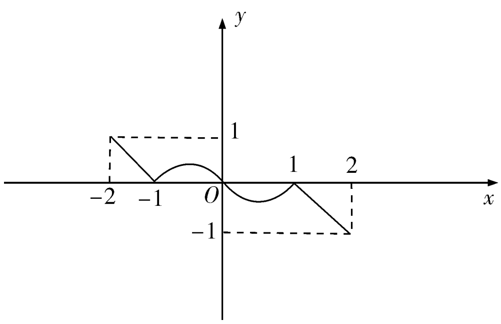
对于C,在经验回归方程$\hat{y}=-0.5x+2$中,当变量x每增加1个单位时,变量$\hat{y}$平均减少0.5个单位,故C正确;

对于D,x,y关系越紧密,则由观测数据计算得到的χ^2值越大,所以D错误.故选C.

8.B 【解析】$\because$定义域是$\mathbf{R}$的函数$f(x)$满足$f(x)=-f(-x)$,$\therefore$函数$f(x)$是$\mathbf{R}$上的奇函数,

又$\because$当$x\in(0,2]$时,$f(x)=\begin{cases}x^2-x, x\in(0,1],\\ -x+1, x\in(1,2].\end{cases}$

$\therefore$利用函数的奇偶性画出函数$f(x)$在$[-2,2]$上的大致图象,如图所示,



当$x\in[-2,0)$时,$0\leqslant f(x)\leqslant 1$,

若$x\in[-2,0)$时,$f(x)\geqslant\dfrac{t}{4}-\dfrac{1}{2t}$有解,

$\therefore \frac{t}{4}-\frac{1}{2t}\leqslant 1$，即$\frac{t^2-4t-2}{4t}\leqslant 0$，解得 $t\leqslant 2-\sqrt{6}$ 或 $0<t\leqslant 2+\sqrt{6}$. 故选 B.

二、选择题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，满分 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

题 号	9	10	11	12
答 案	BD	ABD	AD	ACD

9. BD 【解析】对于 A 选项，命题"$\forall x\in \mathbf{R}, x^2>-1$"的否定是"$\exists x\in \mathbf{R}, x^2\leqslant -1$"，故 A 选项错误；

对于 B 选项，命题"$\exists x\in(-3,+\infty), x^2\leqslant 9$"的否定是"$\forall x\in(-3,+\infty), x^2>9$"，故 B 选项正确；

对于 C 选项，$|x|>|y|$ 不能推出 $x>y$，$x>y$ 也不能推出 $|x|>|y|$，所以"$|x|>|y|$"是"$x>y$"的既不充分也不必要条件，故 C 选项错误；

对于 D 选项，关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有一正一负根$\Leftrightarrow\begin{cases}4-4m>0\\ m<0\end{cases}\Leftrightarrow m<0$，所以"$m<0$"是"关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有一正一负根"的充要条件，故 D 选项正确. 故选 BD.

10. ABD 【解析】根据函数单调性和奇偶性的定义，$f(-x)=-f(x)$，$g(-x)=-g(x)$，$h(-x)=-h(x)$，且这三个函数均是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，

对于 D，由 $\sqrt{x^2+1}-x=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$，由复合函数单调性，

易得 $h(x)=\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x^2+1}-x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数；

C 中，$\varphi(1)=3$，$\varphi(-1)=1$，显然 C 不满足条件. 故选 ABD.

11. AD 【解析】对于 A，由全概率公式得 $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$，故 A 正确；

对于 B，由全概率公式得 $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})$，故 B 错误；

对于 C，由条件概率得 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}\neq\frac{P(B)P(A|B)}{P(A)P(B|A)}$，故 C 错误；

对于 D，由贝叶斯公式得 $P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})}$，故 D 正确. 故选 AD.

12. ACD 【解析】根据题意，在$(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_nx^n$ 中，令 $x=0$ 可得 $1=a_0$，

令 $x=-\frac{1}{2}$ 可得$\left[1-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]^n=2^n=a_0-\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}-\frac{a_3}{2^3}+\cdots+(-1)^n\times\frac{a_n}{2^n}$，

又由 $1=a_0$，则$-\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}-\frac{a_3}{2^3}+\cdots+(-1)^n\frac{a_n}{2^n}=2^n-1$，A 正确；

对$(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_nx^n$ 两边求导，

得到$-2n(1-2x)^{n-1}=a_1+2a_2x+3a_3x^2+\cdots+na_nx^{n-1}$，

再两边求导得到 $4n(n-1)(1-2x)^{n-2}=2a_2+6a_3x+\cdots+n(n-1)a_nx^{n-2}$，

令 $x=1$，可得 $4n(n-1)(-1)^{n-2}=2a_2+6a_3+\cdots+n(n-1)a_n$，故 B 错误；

根据题意$(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_nx^n$，$x\in\mathbf{R}$，$n\in\mathbf{N}^*$，

则 $|a_r|=2^rC_n^r$，若 $|a_8|>|a_7|$，$|a_8|>|a_9|$，则$\begin{cases}2^8C_n^8>2^7C_n^7,\\ 2^8C_n^8>2^9C_n^9,\end{cases}$

解可得$\begin{cases}n>11,\\ n<\frac{25}{2},\end{cases}$ $n\in\mathbf{N}^*$，则 $n=12$. 故 C 正确；

当 $x=-\frac{1}{2000}$，$n=2022$ 时，$\left(1+\frac{1}{1000}\right)^{2022}>1+C_{2022}^1\times\left(\frac{1}{1000}\right)^1+C_{2022}^2\times\left(\frac{1}{1000}\right)^2+C_{2022}^3\times\left(\frac{1}{1000}\right)^3+C_{2022}^4\times\left(\frac{1}{1000}\right)^4+C_{2022}^5\times\left(\frac{1}{1000}\right)^5>1+2+2+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}+\frac{4}{15}=\frac{109}{15}$. 故 D 正确. 故选 ACD.

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. -1 【解析】$\because$ 集合 $A=\{1,a,b\}$，$B=\{a^2,a,ab\}$，且 $A=B$，$\therefore a\neq 1$，

则 $1=a^2$ 且 $b=ab$,或 $1=ab$ 且 $b=a^2$,

若 $1=a^2$ 且 $b=ab$,则 $a=-1,b=0$,此时 $A=B=\{-1,0,1\}$满足条件;

若 $1=ab$ 且 $b=a^2$,则 $a=b=1$ 不满足条件,

综上所述,$a=-1,b=0$.所以 $a^{2021}+b^{2020}=-1$.

14.4 【解析】记事件 $A_i(i=1,2,3)$为分别取到甲、乙、丙盒,事件 B 为取到白球,

则 $P(B)=P(B|A_1)P(A_1)+P(B|A_2)P(A_2)+P(B|A_3)P(A_3)=\frac{1}{3}\times\frac{m}{m+3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{37}{84}$,

解得 $m=4$.

15.$\frac{15}{8}$ 【解析】当 $x\in[1,2]$时,$f(x)=ax^3+bx$,

因为 $f(x+1)$为奇函数,则 $f(x+1)=-f(-x+1)$,

令 $x=0$,则 $f(1)=-f(1)$,故 $f(1)=0$,则 $a+b=0$,令 $x=-1$,则 $f(0)=-f(2)=-8a-2b$,

又因为 $f(x+2)$为偶函数,则 $f(x+2)=f(-x+2)$,令 $x=1$,则 $f(3)=f(1)=0$,

因为 $f(0)+f(3)=6$,所以 $-8a-2b=6$,联立$\begin{cases}-8a-2b=6,\\a+b=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-1,\\b=1,\end{cases}$

所以当 $x\in[1,2]$时,$f(x)=-x^3+x$.

又因为 $f(x+2)=f(-x+2)=f[-(x-1)+1]=-f[(x-1)+1]=-f(x)$,

即 $f(x+2)=-f(x)$,则 $f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$,

所以函数 $f(x)$是以 4 为周期的函数,

故 $f\left(\frac{2023}{2}\right)=f\left(253\times4-\frac{1}{2}\right)=f\left(-\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{3}{2}\right)=-\left[-\left(\frac{3}{2}\right)^3+\frac{3}{2}\right]=\frac{15}{8}$.

16.$\frac{4}{13}$ 【解析】由题意,得$\frac{xy+y^2}{x+y-\frac{4}{13}}=\frac{xy+y^2}{x^2+xy+y^2}=\frac{1+\frac{y}{x}}{\frac{x}{y}+1+\frac{y}{x}}$,

令 $y=tx$,$\because x^2+xy+y^2=x+y-\frac{4}{13}$,

$\therefore(t^2+t+1)x^2-(t+1)x+\frac{4}{13}=0$,要使实数 x 满足此一元二次方程,即一元二次方程有实根,

即 $\Delta=(t+1)^2-\frac{16}{13}(t^2+t+1)\geqslant0$,解得$\frac{1}{3}\leqslant t\leqslant3$,

$t=\frac{y}{x}$,则$\frac{1+\frac{y}{x}}{\frac{x}{y}+1+\frac{y}{x}}=\frac{1+t}{\frac{1}{t}+1+t}=\frac{t^2+t}{t^2+t+1}=1-\frac{1}{t^2+t+1}=1-\frac{1}{\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\in\left[\frac{4}{13},\frac{12}{13}\right]$,

故$\frac{xy+y^2}{x+y-\frac{4}{13}}$的最小值为$\frac{4}{13}$.

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【解析】(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,等比数列$\{b_n\}$的公比为 $q(q>0)$,

由题意可得$\begin{cases}a_2=3,\\a_5+a_9=26,\end{cases}$即$\begin{cases}a_1+d=3,\\2a_1+12d=26,\end{cases}$

解得 $a_1=1,d=2$,$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=2n-1$,…………(3 分)

又$\begin{cases}b_1=3,\\b_3=a_{14}=27,\end{cases}$解得 $q^2=9$,

$\therefore q=3$,$\therefore b_n=b_1q^{n-1}=3^n$.…………(5 分)

(2)由(1)知 $a_n\cdot b_n=(2n-1)\cdot3^n$,

$T_n=1\times3+3\times3^2+5\times3^3+\cdots+(2n-3)\cdot3^{n-1}+(2n-1)\cdot3^n$,

$3T_n=1\times3^2+3\times3^3+5\times3^4+\cdots+(2n-3)\cdot3^n+(2n-1)\cdot3^{n+1}$,…………(7 分)

两式相减可得$-2T_n=3+2(3^2+3^3+\cdots+3^{n-1}+3^n)-(2n-1)\cdot 3^{n+1}$

$=3+2\times\dfrac{3^2(1-3^{n-1})}{1-3}-(2n-1)\cdot 3^{n+1}$

$=3+3^{n+1}-9-(2n-1)\cdot 3^{n+1}$

$=-6+(2-2n)\cdot 3^{n+1}$, ……………………………………………………………………………(9 分)

$\therefore T_n=3+(n-1)\cdot 3^{n+1}$. ……………………………………………………………………………(10 分)

18.【解析】(1) y 关于 i 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}(2^i-2i)+\hat{a}$,

设 $t=2^i-2i$, $\bar{t}=\dfrac{0+0+2+8+22+52}{6}=14$, $\bar{y}=\dfrac{4+5+7+14+26+55}{6}=18.5$, ……………………(2 分)

则 $\hat{b}=\dfrac{0+0+2\times7+8\times14+22\times26+52\times55-6\times14\times18.5}{2^2+8^2+22^2+52^2-6\times14^2}=\dfrac{2004}{2080}=\dfrac{501}{520}\approx0.96$, ……………(5 分)

所以 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=18.5-\dfrac{501}{520}\times14\approx5.01$,

故 y 关于 i 的回归方程为 $\hat{y}=0.96(2^i-2i)+5.01$. ……………………………………………(6 分)

(或:所以 $\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=18.5-0.96\times14\approx5.06$,

故 y 关于 i 的回归方程为 $\hat{y}=0.96(2^i-2i)+5.06$.)

(2)当 $i=7$ 时, $\hat{y}=0.96\times(2^7-14)+5.01=0.96\times114+5.01=114.45$,

故可预测第 7 个月的利润约为 114 万元. ……………………………………………………………(8 分)

(或:当 $i=7$ 时, $\hat{y}=0.96\times(2^7-14)+5.06=0.96\times114+5.06=114.5$,

故可预测第 7 个月的利润约为 115 万元.)

(3)由(1)知, y 关于 t 的样本相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{6}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{6}(t_i-\bar{t})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{6}(y_i-\bar{y})^2}}=\dfrac{2004}{\sqrt{2080}\times\sqrt{1933.5}}$

$=\dfrac{2004}{\sqrt{2080\times1933.5}}=\dfrac{2004}{\sqrt{4021680}}=\dfrac{2004}{2005.4}\approx0.9993$, ……………………………………(11 分)

因为 $0.9993>0.8834$,

所以 y 与 i 的拟合关系式更适合用 $\hat{y}=\hat{b}(2^i-2i)+\hat{a}$. ……………………………………(12 分)

19.【解析】(1)证明:连接 AC,交 BD 于点 O,连接 PO.

由对称性知, O 为 BD 中点,且 $AC\perp BD$, $PO\perp BD$, ……………………………………………(2 分)

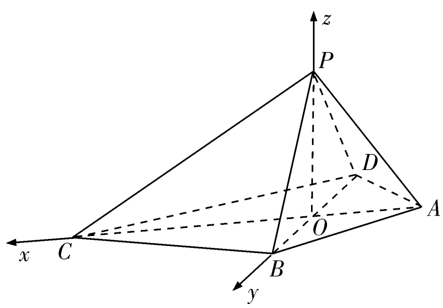
易知 $PO=AO=1$, $PA=\sqrt{2}$,由 $PO^2+OA^2=PA^2$ 知 $PO\perp OA$, …………………………………(3 分)

又 $PO\perp BD$, $OA\cap BD=O$, $\therefore PO\perp$平面 $ABCD$, ……………………………………………(4 分)

又 $PO\subset$平面 PBD, $\therefore$平面 $PBD\perp$平面 $ABCD$. ……………………………………………(5 分)

(2) $\because PO\perp$平面 $ABCD$, $AC\perp BD$, $PO=AO=1$, $CO=3$.

以 O 为坐标原点, $\overrightarrow{OC}$的方向为 x 轴正方向, $\overrightarrow{OB}$的方向为 y 轴的正方向, $\overrightarrow{OP}$的方向为 z 轴的正方向,建立空间直角坐标系 $O-xyz$. ……………………………………………………………………………(6 分)



则 $D(0,-\sqrt{3},0)$, $C(3,0,0)$, $P(0,0,1)$.

易知平面 PBD 的一个法向量为$\boldsymbol{n}_1=(1,0,0)$. ………………… (7 分)

设平面 PCD 的法向量为$\boldsymbol{n}_2=(x,y,z)$,

则$\boldsymbol{n}_2\perp\overrightarrow{DC}$, $\boldsymbol{n}_2\perp\overrightarrow{DP}$,

$\because\overrightarrow{DC}=(3,\sqrt{3},0)$, $\overrightarrow{DP}=(0,\sqrt{3},1)$, $\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{DC}=0,\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{DP}=0,\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}3x+\sqrt{3}y=0,\\ \sqrt{3}y+z=0,\end{cases}$ 令 $y=\sqrt{3}$,得 $x=-1$, $z=-3$,

$\therefore\boldsymbol{n}_2=(-1,\sqrt{3},-3)$, ……………………………………………………………………………(9 分)

$\therefore \cos\langle \boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\dfrac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\dfrac{-1}{\sqrt{13}}=-\dfrac{\sqrt{13}}{13}$, ……………………………………………………………… (11 分)

设二面角 $C-PD-B$ 的大小为 θ，由图可知 θ 为锐角，则 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$. ………………………………………… (12 分)

20.【解析】(1)由题意可得，$X\sim B\left(3,\dfrac{3}{5}\right)$，$X$ 所有可能的取值为 0，1，2，3，

$P(X=0)=\left(1-\dfrac{3}{5}\right)^3=\dfrac{8}{125}$，$P(X=1)=C_3^1\dfrac{3}{5}\left(1-\dfrac{3}{5}\right)^2=\dfrac{36}{125}$，

$P(X=2)=C_3^2\left(\dfrac{3}{5}\right)^2\left(1-\dfrac{3}{5}\right)=\dfrac{54}{125}$，$P(X=3)=\left(\dfrac{3}{5}\right)^3=\dfrac{27}{125}$， ……………………………………… (4 分)

故 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{8}{125}$	$\dfrac{36}{125}$	$\dfrac{54}{125}$	$\dfrac{27}{125}$

故 $E(X)=3\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{5}$. ……………………………………………………………………………… (6 分)

(2)记“在第 4 轮结束时，甲队进了 3 个球并刚好胜出”为事件 A，

由题意可知，在第 4 轮结束时，甲队进了 3 个球并刚好胜出，

甲乙两队进球数之比为：“甲 VS 乙：3∶0”记为事件 A_1，

或：“甲 VS 乙：3∶1”记为事件 A_2， ……………………………………………………………… (8 分)

则 $A=A_1+A_2$，且 A_1 与 A_2 互斥，

$P(A_1)=C_3^2\left(\dfrac{3}{5}\right)^2\left(1-\dfrac{3}{5}\right)\dfrac{3}{5}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{81}{5000}$， ……………………………………… (10 分)

$P(A_2)=\left(\dfrac{3}{5}\right)^3\left(1-\dfrac{3}{5}\right)\times C_3^1\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^2\dfrac{1}{2}+C_3^2\left(\dfrac{3}{5}\right)^2\left(1-\dfrac{3}{5}\right)\dfrac{3}{5}\times C_4^1\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{81}{1000}$，

故 $P(A)=P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)=\dfrac{81}{5000}+\dfrac{81}{1000}=\dfrac{243}{2500}$. ………………………………… (12 分)

21.【解析】(1)令 $x=y=0$，则 $f(0)=\dfrac{2f(0)}{1-f^2(0)}$，得 $f(0)=0$， ………………………………………… (1 分)

再令 $y=-x$，则 $f(0)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{1-f(x)\cdot f(-x)}=0$， ………………………………………………… (3 分)

$\therefore f(x)+f(-x)=0$，$\therefore f(x)$ 为奇函数，

对任意 $0<x_2<x_1<\dfrac{1}{2}$，则 $0<x_1-x_2<\dfrac{1}{2}$，

令 $x=x_1$，$y=-x_2$，

则 $f(x_1-x_2)=\dfrac{f(x_1)+f(-x_2)}{1-f(x_1)\cdot f(-x_2)}=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{1+f(x_1)\cdot f(x_2)}$，

$\because$ 当 $0<x<\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)>0$，

$\therefore f(x_1-x_2)>0$，$1+f(x_1)f(x_2)>0$，

从而 $f(x_1)-f(x_2)>0$，

$\therefore f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 上单调递增. ……………………………………………………………… (6 分)

(2)$\because f(x)$ 为奇函数，

$\therefore f\left(t-\dfrac{1}{2}x\right)+f(x)>0$ 即为 $f\left(t-\dfrac{1}{2}x\right)>-f(x)=f(-x)$，

$\because f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 上单调递增，且 $f(0)=0$，

$\therefore f(x)$ 在区间 $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ 上单调递增，

由题意得$-\frac{1}{2}<t-\frac{1}{2}x<\frac{1}{2}$且$t-\frac{1}{2}x>-x$在$x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$上恒成立，…………………………（9分）

$\therefore\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)_{\max}\leqslant t\leqslant\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x\right)_{\min}$，得$-\frac{1}{4}\leqslant t\leqslant\frac{1}{4}$；

$t\geqslant\left(-\frac{1}{2}x\right)_{\max}$，$x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，得$t\geqslant\frac{1}{4}$，$\therefore t=\frac{1}{4}$，

即实数t的取值集合为$\left\{\frac{1}{4}\right\}$. ……………………………………………………（12分）

22.【解析】(1)设$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，由对称性设它的另一个焦点$F_1(-1,0)$，半焦距$c=1$，

于是$|PF_1|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$|PF|=\frac{\sqrt{2}}{2}$，因此$2a=|PF_1|+|PF|=2\sqrt{2}$，于是$a=\sqrt{2}$，$b=1$，

所以$C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………………………………………………（4分）

(2)由题意设直线l的方程为$x=my+1$.

将直线l的方程代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$中，得$(m^2+2)y^2+2my-1=0$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$y_1y_2\neq0$，可得$y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}$，①　$y_1y_2=-\frac{1}{m^2+2}$. ②

将上面①式平方除以②式，得$\frac{(y_1+y_2)^2}{y_1y_2}=\frac{y_1}{y_2}+\frac{y_2}{y_1}+2=-\frac{4m^2}{m^2+2}$.

因为$\overrightarrow{FA}=\lambda\overrightarrow{FB}$，所以$\frac{y_1}{y_2}=\lambda$，且$\lambda<0$.

则$\frac{y_1}{y_2}+\frac{y_2}{y_1}+2=-\frac{4m^2}{m^2+2}\Rightarrow\lambda+\frac{1}{\lambda}+2=-\frac{4m^2}{m^2+2}$，……………………（7分）

由$\lambda\in[-2,-1]\Rightarrow-\frac{5}{2}\leqslant\lambda+\frac{1}{\lambda}\leqslant-2\Rightarrow-\frac{1}{2}\leqslant\lambda+\frac{1}{\lambda}+2\leqslant0\Rightarrow-\frac{1}{2}\leqslant-\frac{4m^2}{m^2+2}\leqslant0$，

所以$0\leqslant m^2\leqslant\frac{2}{7}$. ……………………………………………………（8分）

因为$\overrightarrow{TA}=(x_1-2,y_1)$，$\overrightarrow{TB}=(x_2-2,y_2)$，所以$\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}=(x_1+x_2-4,y_1+y_2)$.

又$y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}$，所以$x_1+x_2-4=m(y_1+y_2)-2=-\frac{4(m^2+1)}{m^2+2}$，

故$|\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}|^2=(x_1+x_2-4)^2+(y_1+y_2)^2$

$=\frac{16\,(m^2+1)^2}{(m^2+2)^2}+\frac{4m^2}{(m^2+2)^2}=\frac{16\,(m^2+2)^2-28(m^2+2)+8}{(m^2+2)^2}$

$=16-\frac{28}{m^2+2}+\frac{8}{(m^2+2)^2}$，……………………………………………（10分）

令$t=\frac{1}{m^2+2}$，因为$0\leqslant m^2\leqslant\frac{2}{7}$，

所以$\frac{7}{16}\leqslant\frac{1}{m^2+2}\leqslant\frac{1}{2}$，即$t\in\left[\frac{7}{16},\frac{1}{2}\right]$，

所以$|\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}|^2=8t^2-28t+16=8\left(t-\frac{7}{4}\right)^2-\frac{17}{2}$，

而$t\in\left[\frac{7}{16},\frac{1}{2}\right]$，所以$|\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}|^2\in\left[4,\frac{169}{32}\right]$，

所以$|\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}|\in\left[2,\frac{13\sqrt{2}}{8}\right]$. ……………………………………（12分）