

试卷类型:A

高二数学试题

2023.7

反
S W

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

3. 在考试结束后将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

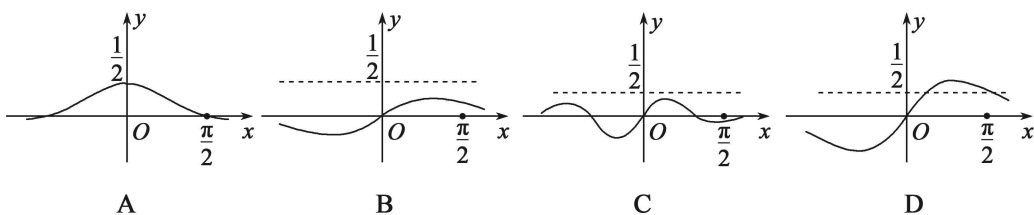
1. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 \neq x$ ”的否定是

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = x$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \neq x$
C. $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 = x$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 = x$

2. 已知集合 $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $N = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{-1, 0\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1\}$

3. 函数 $y = \frac{\sin x}{e^x + e^{-x}}$ 在 $[-2, 2]$ 的图象大致为



4. 若 $a = 3^{0.7}$, $b = (\frac{1}{3})^{0.8}$, $c = \log_3 \frac{1}{2}$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $c > b > a$ B. $b > a > c$
C. $a > b > c$ D. $c > a > b$

高二数学试题 第 1 页(共 6 页)

5. 现从 4 名男医生和 3 名女医生中随机抽取两人加入“社区志愿医疗队”, 用 A 表示事件

“抽到的两名医生性别相同”, B 表示事件“抽到的两名医生都是女医生”, 则 $P(B|A) =$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

6. 高考期间, 为保证考生能够顺利进入考点, 交管部门将 5 名交警分配到该考点周边三个不同路口疏导交通, 每个路口至少 1 人, 至多 2 人, 则不同的分配方案共有

- A. 60 种 B. 90 种 C. 125 种 D. 150 种

7. 设 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a < \frac{1}{2}$ ”是“函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4ax + \ln x$ 为增函数”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 李老师全家一起外出旅游, 家里有一盆花交给邻居帮忙照顾, 如果邻居记得浇水, 那么花存活的概率为 0.8, 如果邻居忘记浇水, 那么花存活的概率为 0.3. 已知邻居记得浇水的概率为 0.6, 忘记浇水的概率为 0.4, 那么李老师回来后发现花还存活的概率为

- A. 0.45 B. 0.5 C. 0.55 D. 0.6

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知实数 a, b, c , 则下列命题中正确的是

- A. 若 $a > b$, 则 $ac > bc$
B. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
C. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 > ab > b^2$
D. 若 $b > a > 0$, 则 $\frac{a+c}{b+c} > \frac{a}{b}$

10. 下列命题中正确的是

- A. 若 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 28, D(X) = 24$, 则 $p = \frac{1}{7}$
B. 若 $\xi \sim N(0, 1)$, 且 $P(\xi > 1) = p$, 则 $P(-1 < \xi \leq 0) = \frac{1}{2} - p$
C. 若离散型随机变量 X, Y 满足 $Y = 2X + 1$, 则 $E(Y) = 4E(X)$
D. 对于任意一个离散型随机变量 X , 都有 $D(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

高二数学试题 第 2 页(共 6 页)

11. 袋内装有大小形状完全相同的 2 个黑球和 3 个白球, 从中不放回地随机取球, 每次任取 1 个, 直至取到白球后停止取球, 则

- A. 抽取 2 次后停止取球的概率为 $\frac{3}{5}$
- B. 停止取球时, 取出的白球个数不少于黑球的概率为 $\frac{9}{10}$
- C. 取球 3 次的概率为 $\frac{1}{10}$
- D. 取球次数 ξ 的期望为 $\frac{3}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, $f(x+1)$ 为奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数. 对任意的 $x_1, x_2 \in (1, 2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$, 则下列结论正确的是

- A. $f(2023) = 0$
- B. $f(x)$ 是奇函数
- C. $f'(2) = 0$
- D. $f(-\frac{7}{4}) < f(\frac{19}{8})$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $f(x) = xe^x$, 则 $f'(0) =$ _____.

14. 已知 $(1-2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_5x^5$, 则 $\sum_{i=1}^5 a_i =$ _____.

15. 已知 $0 < a < 2$, 则 $\frac{4}{2-a} + \frac{1}{a}$ 的最小值是 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0, \\ \frac{4x}{x^2+1}, & x \geq 0. \end{cases}$ 函数 $g(x) = f(x) - t$ 有三个不同的零点 x_1, x_2, x_3 , 且

$x_1 < x_2 < x_3$, 则实数 t 的取值范围是 _____; $-\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$ 的取值范围是 _____.

(第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax$ ($a \in \mathbf{R}$), 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线平行于直线 $y = 0$.

(1) 求 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的极值.

18. (12 分)

设 $n \in \mathbf{N}^*$, $(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中前三项的二项式系数之和为 22.

(1) 求展开式中二项式系数最大的项;

(2) 求展开式中含 x^2 的项.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = \log_2(4^x + a \cdot 2^x + 16)$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = -10$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由;

(2) 当 $x \in [2, +\infty)$ 时, $f(x) > x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (12 分)

为了加快实现我国高水平科技自立自强, 某科技公司逐年加大高科技研发投入. 下图 1 是该公司 2013 年至 2022 年的年份代码 x 和年研发投入 y (单位: 亿元) 的散点图, 其中年份代码 1—10 分别对应年份 2013—2022.

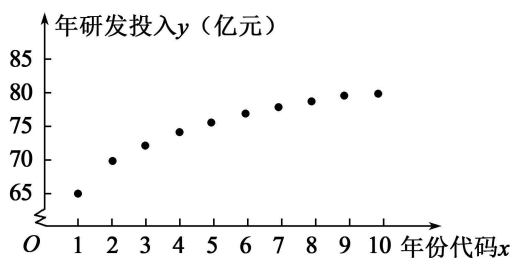


图1

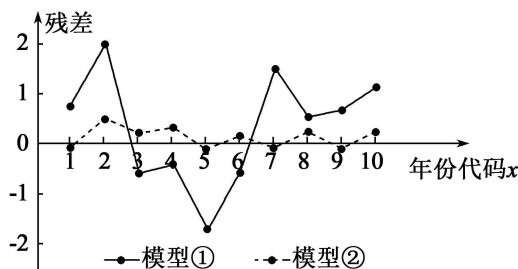


图2

高二数学试题 第 4 页 (共 6 页)

根据散点图,分别用模型① $y = bx + a$,② $y = c + d\sqrt{x}$ 作为年研发投入 y 关于年份代码 x 的经验回归方程模型,并进行残差分析,得到图 2 所示的残差图. 结合数据,计算得到如下表所示的一些统计量的值:

$\bar{y}$	$\bar{t}$	$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{10} (t_i - \bar{t})^2$	$\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$	$\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t})$
75	2.25	82.5	4.5	120	28.35

表中 $t_i = \sqrt{x_i}$, $\bar{t} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} t_i$.

(1)根据残差图,判断模型①和模型②哪一个更适宜作为年研发投入 y 关于年份代码 x 的经验回归方程模型? 并说明理由;

(2)根据(1)中所选模型,求出 y 关于 x 的经验回归方程,并预测该公司 2028 年的高科技研发投入.

附:对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,其经验回归直线 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 的斜率

和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

21. (12 分)

为研究某市居民的身体素质与户外体育锻炼时间的关系,对该市某社区 100 名居民平均每天的户外体育锻炼时间进行了调查,统计数据如下表:

平均每天户外 体育锻炼的 时间(分钟)	$[0, 10)$	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	$[40, 50)$	$[50, 60]$
总人数	10	18	22	25	20	5

规定:将平均每天户外体育锻炼时间在 $[0, 40)$ 分钟内的居民评价为“户外体育锻炼不达标”,在 $[40, 60]$ 分钟内的居民评价为“户外体育锻炼达标”.

(1)请根据上述表格中的统计数据填写下面 2×2 列联表,并依据小概率值 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验,能否认为性别与户外体育锻炼是否达标有关联?

高二数学试题 第 5 页(共 6 页)

	户外体育锻炼不达标	户外体育锻炼达标	合计
男			
女		10	55
合计			

人
S W

(2)从上述“户外体育锻炼不达标”的居民中,按性别用分层抽样的方法抽取 5 名居民,再从这 5 名居民中随机抽取 3 人了解他们户外体育锻炼时间偏少的原因,记所抽取的 3 人中男性居民的人数为随机变量 X ,求 X 的分布列和数学期望;

(3)将上述调查所得到的频率视为概率来估计全市的情况,现在从该市所有居民中随机抽取 3 人,求其中恰好有 2 人“户外体育锻炼达标”的概率.

参考公式: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据:(χ^2 独立性检验中常用的小概率值和相应的临界值)

α	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

人
S W

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x^2 - (a+1)x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $a > 0$ 时,判断函数 $f(x)$ 的零点个数.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线