

绝密★启用前

天一大联考

2022—2023 学年高三年级上学期期中考试

理科数学

考生注意：

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | x - y = 0\}$, $B = \{(x, y) | x - y^2 = 0\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{0, 1\}$ B. $\{(0, 1)\}$ C. $\{(0, 0), (1, 1)\}$ D. \emptyset
2. 若 $a > b > 0 > c$, 则
 A. $(a - b)c > 0$ B. $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ C. $a - b > a - c$ D. $\frac{1}{a+c} < \frac{1}{b+c}$
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_n > 0$, 则 $\frac{S_6 - S_3}{a_2 + a_8} =$
 A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$
4. 已知 α 为第三象限角, 且 $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \alpha =$
 A. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 是 $a_1 > 0$ 的无穷等比数列, 则“ $\{a_n\}$ 为递增数列”是“ $\forall k \geq 2$ 且 $k \in \mathbf{N}^*$, $a_k > a_1$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知非零向量 a, b 的夹角正切值为 $2\sqrt{6}$, 且 $(a + 3b) \perp (2a - b)$, 则 $\frac{|a|}{|b|} =$
 A. 2 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 1

理科数学试题 第 1 页(共 4 页)

7. 已知 $\triangle ABC$ 的角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $a:b:c=2:3:4$,则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^2$ B. $\frac{\sqrt{15}}{12}b^2$ C. $\frac{a^2}{12}$ D. $\frac{b^2}{12}$

8. 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$,不等式 $\frac{f(x)}{x} < 0$ 的解集为 $\left(\frac{3(1-\sqrt{5})}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{3(1+\sqrt{5})}{2}\right)$,则

不等式 $f(x) \leq -27$ 的解集为

- A. $\{x|x \leq -3 \text{ 或 } x = 3\}$ B. $\{x|x \leq 3\}$
C. $\{x|x \geq -3\}$ D. $\{x|x \geq 3 \text{ 或 } x = -3\}$

9. 若 $2^a = 3^b = 6^c$ 且 $abc \neq 0$,则

- A. $\frac{a}{c} - \frac{a}{b} = 1$ B. $\frac{b}{a} - \frac{b}{c} = 1$ C. $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = 1$ D. $\frac{a}{b} - \frac{b}{c} = 1$

10. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$)的最小正周期为 π ,则

- A. $f(2) < f(0) < f(-2)$ B. $f(0) < f(-2) < f(2)$
C. $f(-2) < f(0) < f(2)$ D. $f(0) < f(2) < f(-2)$

11. 对任意实数 x ,定义 $[x]$ 为不大于 x 的最大整数,如 $[0.2] = 0, [1.5] = 1, [2] = 2$. 已知函

数 $f(x) = [x] \cdot \sin \pi x$,则方程 $|f(x)| = 3 - \frac{x}{50}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的实根个数为

- A. 290 B. 292 C. 294 D. 296

12. 已知点 P 在曲线 $y = -\frac{1}{x}$ ($x > 0$)上运动,过 P 点作一条直线与曲线 $y = e^x$ 交于点 A ,与直

线 $y = \sqrt{e}(x-1)$ 交于点 B ,则 $||PA| - |PB||$ 的最小值为

- A. $\sqrt{e} - 1$ B. $\sqrt{e} + 1$ C. $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{e}{e+1}}$ D. $\sqrt{\frac{e}{e+1}}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 2, a_5 = 4$,则 $a_{11} =$ _____.

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\vec{AE} = \lambda \vec{AD}, \vec{AF} = \mu \vec{AB}, \lambda, \mu > 0$,且 E, C, F 三点共线,则 $\lambda + \mu$ 的最小值为_____.

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数,满足 $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right), f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$,且 $f'(x) \sin x + f(x) \cos x > 0$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内恒成立($f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数),若不等式 $f(4\pi + x) \sin(3\pi - x) \leq a$ 恒成立,则实数 a 的取值范围为_____.

16. 设 $-1 = a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_7$,其中 a_1, a_3, a_5, a_7 成公差为 d 的等差数列, a_2, a_4, a_6 成公比为3的等比数列,则 d 的最小值为_____.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在直角坐标系 xOy 中,角 $\alpha, \beta, \gamma (\alpha, \beta, \gamma \in (0, 2\pi))$ 的顶点在原点,始边均与 x 轴正半轴重合,角 α 的终边经过点 $A(-1, 2)$,角 β 的终边经过点 $B(3, 4)$.

(I) 求 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值;

(II) 若角 γ 的终边为 $\angle AOB$ (锐角) 的平分线,求 $\sin^2 \gamma$ 的值.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均不为 0,其前 n 项的乘积 $T_n = 2^{n-1} \cdot a_{n+1}$.

(I) 若 $\{a_n\}$ 为常数列,求这个常数;

(II) 若 $a_1 = 4$,设 $b_n = \log_2 a_n$,求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

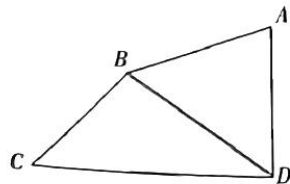
19. (12 分)

如图所示,在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = \frac{\pi}{2}$, $\angle BCD = \frac{\pi}{4}$, $5BC = 2\sqrt{2}CD$, $AB = \sqrt{10}$,

$AD = 3$.

(I) 求 $\tan \angle BDC$ 的值;

(II) 求 BD .



20. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, S_{n+1} = 4a_n$.

(I) 证明: 数列 $\left\{\frac{S_n}{2^{n-1}}\right\}$ 为等差数列;

(II) 求数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

21. (12分)

已知函数 $f(x) = 2x - 1 + \frac{a}{e^x}$ 的最小值为 1.

(I) 求实数 a 的值;

(II) 若直线 $l: y = kx - 1$ 与曲线 $y = f(x)$ 没有公共点, 求实数 k 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + x(x-3)$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若存在 $x_1, x_2, x_3 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 使得 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 求证: $2x_1 + x_2 > x_3$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线