

参考答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
D	C	D	A	B	B	C	D	AD	BD	AC	BC	BC

二、实验题

14、(1) BC; (2) 55.50 (55.40-55.60 均算正确);

$$(3) m_1\sqrt{s_P} = m_1\sqrt{s_M} + m_2\sqrt{s_N}$$

$$m_1 \cdot s_P = m_1 \cdot s_M + m_2 \cdot s_N$$

15、(1) 0.088, 0.081, 无影响

(2) C 小球在下落过程中受到空气阻力的作用 (其他合理答案也对)

三、计算题

16、(1) 90kW; (2) 9000N, $2.25 \times 10^5 \text{J}$; (3) 1400m

解析:

(1) 汽车受到的阻力为

$$f = 0.1mg = 3000\text{N} \quad (1 \text{ 分})$$

当牵引力等于阻力时, 汽车速度达到最大, 则汽车的额定功率为

$$P = F_{\text{牵}} v_m = f v_m = 90000\text{W} = 90\text{kW} \quad (2 \text{ 分})$$

(2) 从 0 到 $t_1 = 5\text{s}$ 时间内, 汽车做匀加速直线运动, 加速度大小为

$$a = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{10}{5} \text{m/s}^2 = 2\text{m/s}^2 \quad (1 \text{ 分})$$

汽车匀加速直线运动的位移为

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = 25\text{m} \quad (1 \text{ 分})$$

根据牛顿第二定律可得

$$F - f = ma$$

$$F = 9000\text{N} \quad (1 \text{ 分})$$

在 0 至 t_1 期间牵引力做的功为

$$W = F x_1 = 2.25 \times 10^5 \text{J} \quad (2 \text{ 分})$$

(3) 在 t_1 至 t_2 期间, 由动能定理得

$$P(t_2 - t_1) - f s_2 = \frac{1}{2} m v_m^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (1 \text{ 分})$$

解得

$$s_2 = 1400\text{m} \quad (2 \text{ 分})$$

17、(1) $v_1 = 6\text{m/s}$, $v_2 = 2\text{m/s}$ (2) 5.1m , 方向与水平方向夹角为 $\tan^{-1}\left(\frac{8}{15}\right)$

(3) 0.96m

解析:

(1) 设滑块第一次滑到 B 点时滑块和小车的速度大小分别为 v_1 , v_2 , 车和滑块组成的系统不受水平外力, 因此系统水平方向动量守恒, 因此有

$$mv_1 = Mv_2 \quad (1 \text{ 分})$$

根据机械能守恒定律得

$$mgR = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 \quad (1 \text{ 分})$$

解得

$$v_1 = 6\text{m/s}, v_2 = 2\text{m/s} \quad (\text{各 } 1 \text{ 分})$$

(2) 车和滑块组成的系统水平方向动量守恒, 且初始时刻系统水平动量为 0, 故系统水平动量始终为 0。设滑块第一次滑到 C 点时向右运动的对地水平位移大小为 x_1 , 同时间段内小车向左运动的位移大小为 x_2 。根据人船模型有

$$mx_1 = Mx_2 \quad (1 \text{ 分})$$

滑块和小车的水平相对位移为 A 、 C 之间的水平距离, 故有

$$x_1 + x_2 = R + |BC| = 6\text{m} \quad (1 \text{ 分})$$

联立解得

$$x_1 = 4.5\text{m} \quad (1 \text{ 分})$$

同时, 滑块在竖直方向位移为 $R = 2.4\text{m}$, 滑块的总位移为 $\sqrt{x_1^2 + R^2} =$

5.1m , 方向与水平方向夹角为 $\tan^{-1}\left(\frac{8}{15}\right)$ (1 分)。

(3) 当滑块第一次向左滑到圆弧面最高点时, 滑块竖直方向速度为 0, 且滑块和小车水平方向共速。又由于车和滑块组成的系统水平方向动量守恒且始终为 0。设滑块和小车水平方向共同的速度大小为 v_x

$$(M + m)v_x = 0$$

$$v_x = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

对整个过程列能量守恒方程

$$mg(R - h) = 2\mu mg|BC| \quad (1 \text{ 分})$$

$$h = 0.96m \quad (2 \text{ 分})$$

$$18、(1) \frac{3}{5}v_0, \frac{8}{5}v_0; (2) 4m\sqrt{\frac{16v_0^4}{625R^2} + g^2}; (3) \frac{79\pi R}{6v_0}$$

解析：

细管光滑且水平放置，无外力对小球做功，因此除碰撞过程之外的时间小球均保持静止或匀速圆周运动。

(1)

第一次 A、B 碰撞的过程中两球沿速度方向的动量守恒，因此有

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_0 \quad (1 \text{ 分})$$

A、B 碰撞为弹性碰撞，根据机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_0^2 \quad (1 \text{ 分})$$

解得

$$v_{A1} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_0 = \frac{3}{5} v_0$$

$$v_{B1} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_0 = \frac{8}{5} v_0 \quad (\text{各 } 1 \text{ 分})$$

(2)

B、C 发生的碰撞为完全非弹性碰撞，碰后共速，两球沿速度方向的动量守恒，因此有

$$m_B v_{BC2} + m_C v_{BC2} = m_B v_{B1} \quad (1 \text{ 分})$$

解得

$$v_{BC2} = \frac{m_B}{m_B + m_C} v_{B1} = \frac{2}{5} v_0 \quad (1 \text{ 分})$$

此后 B、C 作为整体做匀速圆周运动，受到管壁的水平支持力提供向心力

$$N_1 = \frac{(m_B + m_C) v_{BC2}^2}{R} = \frac{16mv_0^2}{25R} \quad (1 \text{ 分})$$

同时，竖直方向上 B、C 受到管壁的支持力与重力平衡

$$N_2 = (m_B + m_C)g = 4mg$$

小球受到管壁的支持力为 N_1 、 N_2 的矢量合成，总支持力的大小为

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = 4m\sqrt{\frac{16v_0^4}{625R^2} + g^2} \quad (1 \text{ 分})$$

根据牛顿第三定律，管壁对小球的支持力与小球对管壁的压力等大反向，因此

小球对管壁的压力大小为 $4m\sqrt{\frac{16v_0^4}{625R^2} + g^2}$ (1 分)

(3)

从 A 出发到第一次 A 与 B 的碰撞用时

$$t_1 = \frac{\frac{2}{3}\pi R}{v_0} = \frac{2\pi R}{3v_0} \quad (1 \text{ 分})$$

从第一次 A 与 B 的碰撞到第二次 B 与 C 的碰撞用时

$$t_2 = \frac{\frac{2}{3}\pi R}{v_{B1}} = \frac{5\pi R}{12v_0} \quad (1 \text{ 分})$$

第二次 B 与 C 的碰撞后的速度 v_{BC2} 小于此时 A 的速度 v_{A1} ，因此 A 会追上 B 发生第三次碰撞。在第一次与第二次碰撞之间，A 已经向前运动的路程为

$$v_{A1}t_2 = \frac{\pi R}{4v_0}$$

因此，第二次 B 与 C 的碰撞到第三次 A 与 B 的碰撞用时

$$t_3 = \frac{\frac{2}{3}\pi R - \frac{\pi R}{4v_0}}{v_{A1} - v_{BC2}} = \frac{25\pi R}{12v_0} \quad (1 \text{ 分})$$

A 追上 B 之后，第三次 A 与 B 的碰撞为弹性碰撞，因此碰后速度满足系统运动方向动量守恒和系统机械能守恒

$$\begin{aligned} m_A v_{A1} + (m_B + m_C) v_{BC2} &= m_A v_{A3} + (m_B + m_C) v_{BC3} \\ \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} (m_B + m_C) v_{BC2}^2 &= \frac{1}{2} m_A v_{A3}^2 + \frac{1}{2} (m_B + m_C) v_{BC3}^2 \end{aligned}$$

解得

$$\begin{aligned} v_{A3} &= \frac{2}{5} v_0 \\ v_{BC3} &= \frac{3}{5} v_0 \end{aligned}$$

最后 BC 作为整体再追上 A 一圈，C 与 A 碰撞后粘在一起，用时

$$t_4 = \frac{2\pi R}{v_{BC3} - v_{A3}} = \frac{10\pi R}{v_0} \quad (1 \text{ 分})$$

综上从 A 出发到三球粘在一起的总时间为

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{79\pi R}{6v_0} \quad (1 \text{ 分})$$