座位号＿＿＿＿ 考场号＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

智慧上进·2021—2022学年高三一轮复习验收考试

数 学(文)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

C 1. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant 5\}$, $B=\{x|x^2>4\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{1,2\}$　B. $\{1,2,3\}$　C. $\{3,4,5\}$　D. $\{4,5\}$

B 2. $(2-3i)(3+i)$的虚部为

A. 9　B. -7　C. $9i$　D. $-7i$

D 3. 已知平面向量 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}$,其中 $|\boldsymbol{n}|=5$,若 $(2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n})\cdot\boldsymbol{n}=49$,则 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=$

A. 26　B. 13　C. -26　D. -13

D 4. 若数据 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$ 的方差为8,则数据 $\frac{1}{2}x_1+5,\frac{1}{2}x_2+5,\frac{1}{2}x_3+5,\cdots,\frac{1}{2}x_n+5$ 的方差为

A. 1　B. 2　C. 13　D. 32

B 5. 标准对数视力表采用的"五分记录法"是我国独创的视力记录方式,此表由14行开口方向各异的正方形"E"形视标所组成,从上到下分别对应视力4.0,4.1,…,5.2,5.3,且从第一行开始往下,每一行"E"形视标边长都是下一行"E"形视标边长的 $\sqrt[10]{10}$ 倍,若视力4.1的视标边长为 a,则视力4.9的视标边长为

A. $10^{\frac{2}{5}}a$　B. $10^{-\frac{2}{5}}a$　C. $10^{\frac{4}{5}}a$　D. $10^{-\frac{4}{5}}a$

B 6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $a_1+a_5+2a_9=2$,则 $S_{11}=$

A. $\frac{11}{2}$　B. $\frac{13}{2}$　C. 6　D. 7

C 7. 已知 O 为坐标原点,双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,若垂直于 y 轴的直线 l 与 C 交于 M,N 两点,且 $|MN|=8a$, $\tan\angle MNO=\frac{\sqrt{15}}{2}$,则 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}x$　B. $y=\pm\frac{1}{2}x$　C. $y=\pm\sqrt{5}x$　D. $y=\pm 2x$

B 8. 对正整数 a,函数 $\varphi(a)$ 表示小于或等于 a 的正整数中与 a 互质的数的数目,此函数以其首位研究者欧拉命名,故称为欧拉函数. 例如:因为1,3,5,7均和8互质,所以 $\varphi(8)=4$. 基于上述事实, $\varphi\left[\left(\frac{1}{\log_7 10}+2\lg 5+\lg 8-\lg 14\right)^5\right]=$

A. 8　B. 12　C. 16　D. 24

C 9. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为正方形，$SD\perp$ 平面 $ABCD$，$\triangle SAD$ 为等腰三角形，若 E,F 分别为 AB,SC 的中点，则异面直线 EC 与 BF 所成角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{70}}{10}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

D 10. 函数 $f(x)=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\cdot\cos x+3$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值与最小值之和为

A. 6　　B. 3　　C. 8　　D. 4

B 11. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象过点 $\left(-\frac{\pi}{6},0\right),(0,\sqrt{3}),\left(\frac{\pi}{3},0\right)$，且 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$ 上仅有 1 个极值点，若 $f(x)\geqslant -1$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},a\right]$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围为

A. $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right]$　　B. $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$　　C. $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{12}\right]$　　D. $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$

C 12. 已知四面体 $S-ABC$ 中的所有棱长为 $2\sqrt{3}$，球 O_1 是其内切球. 若在该四面体中再放入一个球 O_2，使其与平面 SAB、平面 SBC、平面 SAC 以及球 O_1 均相切，则球 O_2 与球 O_1 的半径之比为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 将答案填在题中的横线上.

13. 若实数 x,y 满足 $\begin{cases}x-2y-4\leqslant 0,\\ 2x+y-3\geqslant 0,\\ y\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最大值为________.

14. 若从甲、乙等 6 名获得奖学金的高三学生中随机选取 3 人交流学习心得，则甲被选中且乙没被选中的概率为________.

15. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 作斜率为 $\sqrt{5}$ 的直线 l 与 C 交于 M,N 两点，若线段 MN 中点的纵坐标为 $\sqrt{10}$，则 F 到 C 的准线的距离为________.

16. 已知曲线 $f(x)=e^x-\ln x$ 与过点 $(0,1)$ 的直线 l 相切，则 l 的斜率为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

在① $\cos C=\frac{a}{b}-\frac{c}{2b}$，② $\frac{a}{2b}=\frac{\sin A}{\tan B}$，③ $\frac{\sqrt{3}a}{b}-\sin C=\sqrt{3}\cos C$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并作答.

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且________.

（1）求 B 的大小；

（2）若 $b=2$，求 a^2+c^2 的最大值.

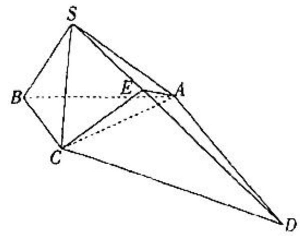
注：如选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（本小题满分 12 分）

如图所示，四棱锥 $S-ABCD$ 中，$BC\perp$平面 SAB，$AD\perp$平面 SAB，$\triangle SBC$ 是等腰直角三角形，$\angle SBA=\angle DSA=60°$，$AD=3BC$.

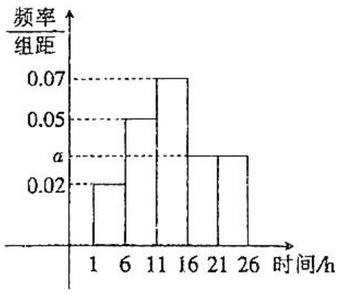
（1）求证：$SA\perp$平面 SBC；

（2）若点 E 在线段 SD 上，且 $SB//$平面 ACE，求$\dfrac{SE}{SD}$的值.



19.（本小题满分 12 分）

网课是一种新兴的学习方式，它以互联网为平台，为学习者提供包含视频、图片、文字等多种形式的系列学习课程，由于具有方式多样，灵活便捷等优点，成为许多学生在假期实现自主学习的重要手段. 为了调查 A 地区高中生一周网课学习的时间，随机抽取了 500 名上网课的学生，将他们一周上网课的时间（单位：h）按$[1,6)$，$[6,11)$，$[11,16)$，$[16,21)$，$[21,26]$分组，得到频率分布直方图如下图所示.



（1）求 a 的值，并估计这 500 名学生一周上网课时间的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）；

（2）为了了解学生与家长对网课的态度是否具有差异性，研究人员随机抽取了 200 人调查，所得数据统计如下表所示，判断是否有 99.5% 的把握认为学生与家长对网课的态度具有差异性.

	支持上网课	不支持上网课
家长	30	70
学生	50	50

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=(x-2)e^x$.

(1)求$f(x)$在$[-1,3]$上的最值；

(2)若不等式$2f(x)+2ax\geqslant ax^2$对$x\in[2,+\infty)$恒成立，求实数a的取值范围.

21.（本小题满分12分）

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$过点$\left(-1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right),\left(-\frac{4}{3},-\frac{1}{3}\right)$.

(1)求C的标准方程；

(2)若过点$\left(0,-\frac{1}{3}\right)$且不与$x$轴垂直的直线$l$与$C$交于$A,B$两点，记$C$的上顶点为$D$，若$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，

求证：$\angle AED=2\angle ABD$.

（二）选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分10分）【选修4－4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=2-5t\\y=1-5t\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程是$\rho(1+\cos 2\theta)=2\sin\theta$.

(1)求l的极坐标方程以及C的直角坐标方程；

(2)设点M,N分别在l与C上，求$|MN|$的最小值.

23.（本小题满分10分）【选修4－5：不等式选讲】

已知函数$f(x)=|2x-4|+|x+3|$的最小值为m.

(1)求m的值；

(2)求证：当$y\in(0,1)$时，$\frac{1+y}{y}+\frac{1}{1-y}\geqslant m$.

智慧上进·2021—2022学年高三一轮复习验收考试

数学(文)参考答案

1.【答案】C

【解析】依题意,$A=\{1,2,3,4,5\}$,$B=\{x|x<-2$ 或 $x>2\}$,故 $A\cap B=\{3,4,5\}$,故选 C.

2.【答案】B

【解析】依题意,$(2-3i)(3+i)=6+2i-9i+3=9-7i$,故所求虚部为 -7,故选 B.

3.【答案】D

【解析】依题意,$(2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n})\cdot\boldsymbol{n}=2\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}+3\boldsymbol{n}^2=2\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}+75=49$,解得 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=-13$,故选 D.

4.【答案】B

【解析】依题意,$s^2=8$,数据 $\frac{1}{2}x_1+5,\frac{1}{2}x_2+5,\frac{1}{2}x_3+5,\cdots,\frac{1}{2}x_n+5$ 的方差为 $\frac{1}{4}s^2=2$,故选 B.

5.【答案】D

【解析】易知视标边长从上到下是公比为 $10^{-\frac{1}{10}}$ 的等比数列,记视力 4.1 的视标边长为 $a_1=a$,则视力 4.9 的视标边长为 $a_9=a_1q^8=a\cdot(10^{-\frac{1}{10}})^8=10^{-\frac{4}{5}}a$,故选 D.

6.【答案】A

【解析】设 $\{a_n\}$ 的公差为 d,依题意,$a_1+a_5+2a_9=a_1+a_1+4d+2a_1+16d=4a_1+20d=4(a_1+5d)=2$,故 $a_6=\frac{1}{2}$,而 $S_{11}=11a_6=\frac{11}{2}$,故选 A.

7.【答案】D

【解析】由对称性,不妨设 $x_M=4a$,代入 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 中,故 $\frac{16a^2}{a^2}-\frac{y_M^2}{b^2}=1$,解得 $y_M^2=15b^2$,故 $\tan\angle MNO=\frac{\sqrt{15}b}{4a}=\frac{\sqrt{15}}{2}$,解得 $\frac{b}{a}=2$,故 C 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$,故选 D.

8.【答案】C

【解析】$\frac{1}{\log_7 10}+2\lg 5+\lg 8-\lg 14=\lg 7+\lg 25+\lg 8-\lg 14=\lg\frac{25\times 7\times 8}{14}=\lg 100=2$,故 $\varphi\left[\left(\frac{1}{\log_7 10}+2\lg 5+\lg 8-\lg 14\right)^5\right]=\varphi(32)=32-\frac{32}{2}=16$,故选 C.

9.【答案】B

【解析】不妨设 $AD=2$,取 SD 的中点 Q,连接 QF,QE,则 $QF=\frac{1}{2}CD=EB$ 且 $QF/\!/EB$,故四边形 $EBFQ$ 为平行四边形,故 $BF/\!/EQ$,故 $\angle QEC$ 即为异面直线所成的角,在 $\triangle QEC$ 中,$EC=CQ=\sqrt{5}$,$QE=\sqrt{6}$,故 $\cos\angle QEC=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$,故选 B.

10.【答案】A

【解析】依题意 $f(-x)=\frac{e^{-2x}-1}{e^{-2x}+1}\cdot\cos(-x)+3=\frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}\cdot\cos x+3$,故 $f(-x)+f(x)=6$,则 $f(x)$ 的图象关于点 $(0,3)$ 中心对称,故 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值与最小值之和为6,故选A.

11.【答案】C

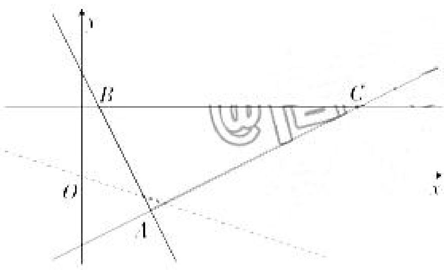
【解析】依题意,$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{2}$,故 $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$,故 $f(x)=A\sin(2x+\varphi)$,而 $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=A\sin\left(-\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=0$,故 $-\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi(k\in\mathbf{Z})$,$\varphi=\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$,而 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$,故 $\varphi=\frac{\pi}{3}$,而 $f(0)=\sqrt{3}$,故 $f(x)=A\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$,解得 $A=2$,故 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$,由 $f(x)\geqslant-1$,即 $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\geqslant-\frac{1}{2}$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4},a\right]$ 上恒成立,故 $-\frac{\pi}{6}<2a+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{7\pi}{6}$,得 $-\frac{\pi}{4}<a\leqslant\frac{5\pi}{12}$,故选C.

12.【答案】D

【解析】依题意,该四面体的高 $h=2\sqrt{2}$,设 S 在平面 ABC 内的射影为 O,R_1 为球 O_1 的半径,R_2 为球 O_2 的半径,四面体的表面积 $S=12\sqrt{3}$,则 $\frac{1}{3}\cdot S\cdot R_1=\frac{1}{3}\times3\sqrt{3}\times2\sqrt{2}$,解得 $R_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$,故 $\frac{R_2}{R_1}=\frac{h-2R_1-R_2}{h-R_1}$,即 $\frac{R_2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2}-R_2}{2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}$,解得 $R_2=\frac{\sqrt{2}}{4}$,故 $\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{2}$,故选D.

13.【答案】14

【解析】作出不等式组所表示的平面区域如下图阴影部分所示,观察可知,当直线 $z=x+3y$ 过点 C 时,z 有最大值,联立 $\begin{cases}x-2y-4=0,\\ y=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=8,\\ y=2,\end{cases}$ 故 $z=x+3y$ 的最大值为14.



14.【答案】$\frac{3}{10}$

【解析】将学生编号为甲、乙、1、2、3、4,则随机选取3人,所有的情况为(甲乙1),(甲乙2),(甲乙3),(甲乙4),(甲12),(甲13),(甲14),(甲23),(甲24),(甲34),(乙12),(乙13),(乙14),(乙23),(乙24),(乙34),(123),(124),(134),(234),共20种,其中满足条件的为(甲12),(甲13),(甲14),(甲23),(甲24),(甲34),共6种,故所求概率 $P=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

15.【答案】$5\sqrt{2}$

【解析】设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，故 $y_1^2=2px_1$，$y_2^2=2px_2$，两式相减可得 $(y_1+y_2)(y_1-y_2)=2p(x_1-x_2)$，则 $(y_1+y_2)\cdot\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=2p$，即 $2\sqrt{10}\times\sqrt{5}=2p$，解得 $p=5\sqrt{2}$.

16.【答案】$e-1$

【解析】依题意 $f'(x)=e^x-\dfrac{1}{x}$，设切点 $P(x_0,e^{x_0}-\ln x_0)$，则 $\dfrac{e^{x_0}-\ln x_0-1}{x_0-0}=e^{x_0}-\dfrac{1}{x_0}$，即 $(x_0-1)\cdot e^{x_0}+\ln x_0=0$. 令 $\varphi(x)=(x-1)e^x+\ln x(x>0)$，观察得 $\varphi(1)=0$，又 $\varphi'(x)=xe^x+\dfrac{1}{x}>0$，所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，所以方程 $(x_0-1)e^{x_0}+\ln x_0=0$ 的根仅有 $x_0=1$，所以 $k=e-1$.

17. 解：(1) 若选①：$\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{2a-c}{2b}$，即 $a^2+c^2-b^2=ac$，

则 $\cos B=\dfrac{1}{2}$，(4 分)

$\because B\in(0,\pi)$，

$\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$.（5 分）

若选②：由 $\dfrac{a}{2b}=\dfrac{\sin A}{\tan B}$，得 $a\tan B=2b\sin A$，

即 $a\sin B=2b\sin A\cos B$，

由正弦定理可得 $\sin A\sin B=2\sin A\sin B\cos B$，(2 分)

$\because A,B\in(0,\pi)$，$\therefore \sin A\sin B\neq0$，$\therefore \cos B=\dfrac{1}{2}$.（4 分）

又 $\because B\in(0,\pi)$，$\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$.（5 分）

若选③：由 $\dfrac{\sqrt{3}a}{b}-\sin C=\sqrt{3}\cos C$，得 $\sqrt{3}a=b\sin C+\sqrt{3}b\cos C$，

由正弦定理得 $\sqrt{3}\sin A=\sin B\sin C+\sqrt{3}\sin B\cos C$，

即 $\sqrt{3}\sin C\cos B+\sqrt{3}\sin B\cos C=\sin B\sin C+\sqrt{3}\sin B\cos C$，

即 $\sqrt{3}\sin C\cos B=\sin B\sin C$，

$\because C\in(0,\pi)$，$\therefore \sin C\neq0$，$\therefore \tan B=\sqrt{3}$，

又 $0<B<\pi$，$\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$.（5 分）

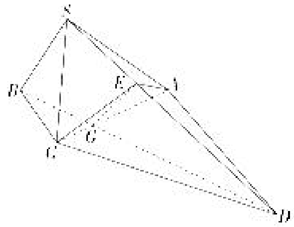
(2) 由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-ac\geqslant a^2+c^2-\dfrac{a^2+c^2}{2}=\dfrac{a^2+c^2}{2}$，(8 分)

$\therefore a^2+c^2\leqslant 2b^2=8$，当且仅当 $a=c=2$ 时取等号，

$\therefore a^2+c^2$ 的最大值为 8.（12 分）

18.（1）证明：因为 $BC\perp$ 平面 SAB，$SA\subset$ 平面 SAB，故 $SA\perp BC$；（1 分）

在 $Rt\triangle SAD$ 中，由 $\angle DSA=60°$，设 $DA=6$，得 $BC=2$，$SA=2\sqrt{3}$，（2 分）



而 $\triangle SBC$ 是等腰直角三角形，故 $SB=BC=2$，

在 $\triangle SAB$ 中，$SA^2=BA^2+SB^2-2BA\cdot SB\cdot\cos\angle SBA$，解得 $BA=4$，（4 分）

故 $BA^2=SB^2+SA^2$，即 $SA\perp SB$；（5 分）

而 SB，$BC\subset$ 平面 SBC，$SB\cap BC=B$，故 $SA\perp$ 平面 SBC.（6 分）

（2）解：连接 BD 交 AC 于点 G，连接 EG，（7 分）

因为 $SB//$ 平面 ACE，平面 $SBD\cap$ 平面 $ACE=EG$，故 $SB//EG$，（9 分）

故 $\frac{SE}{ED}=\frac{BG}{GD}$，在直角梯形 $BCDA$ 中，$\triangle BCG\backsim\triangle DAG$，

故 $\frac{BG}{GD}=\frac{BC}{DA}=\frac{1}{3}$，故 $\frac{SE}{SD}=\frac{1}{4}$.（12 分）

19. 解：（1）依题意，$5\times(0.02+0.05+0.07+2a)=1$，（1 分）

解得 $a=0.03$；（3 分）

这 500 名学生上网课时间的平均数为 $3.5\times0.1+8.5\times0.25+13.5\times0.35+18.5\times0.15+23.5\times0.15=13.5$.（6 分）

（2）完善表格如下所示，

	支持上网课	不支持上网课	总计
家长	30	70	100
学生	50	50	100
总计	80	120	200

（8 分）

则 $K^2=\frac{200\times(30\times50-70\times50)^2}{80\times120\times100\times100}\approx8.333>7.879$，（10 分）

故有 99.5% 的把握认为学生与家长对网课的态度具有差异性.（12 分）

20. 解：（1）依题意，$f'(x)=(x-1)e^x$，（1 分）

令 $f'(x)=0$，解得 $x=1$，

当 $x<1$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，

所以 $f(x)$ 在 $[-1,1)$ 上单调递减，在 $(1,3]$ 上单调递增，（3 分）

而 $f(1)=-e$，$f(3)=e^3$，$f(-1)=-3e^{-1}$，（4 分）

故 $f(x)$ 在 $[-1,3]$ 上的最大值为 e^3，最小值为 $-e$.（5 分）

(2)依题意，$2(x-2)e^x+2ax\geqslant ax^2$ 在$[2,+\infty)$上恒成立。

当 $x=2$ 时，$4a\geqslant 4a$，所以 $a\in\mathbf{R}$；(6 分)

当 $x>2$ 时，原式化为 $a\leqslant\dfrac{2(x-2)e^x}{x^2-2x}=\dfrac{2e^x}{x}$ 恒成立。(7 分)

设 $g(x)=\dfrac{2e^x}{x}$，则 $g'(x)=\dfrac{2(x-1)e^x}{x^2}$，(8 分)

因为 $x>2$，所以 $g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 在$(2,+\infty)$上单调递增。(10 分)

所以 $g(x)>g(2)=e^2$，所以 $a\leqslant e^2$。(11 分)

综上所述，实数 a 的取值范围是$(-\infty,e^2]$。(12 分)

21. (1)解：依题意，$\begin{cases}\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2b^2}=1,\\ \dfrac{16}{9a^2}+\dfrac{1}{9b^2}=1,\end{cases}$ (2 分)

解得 $a^2=2$，$b^2=1$，故 C 的标准方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$。(4 分)

(2)证明：设直线 l：$y=kx-\dfrac{1}{3}$，(5 分)

联立$\begin{cases}y=kx-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，得$(9+18k^2)x^2-12kx-16=0$，$\Delta>0$，(6 分)

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{4k}{3+6k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{-16}{9+18k^2}$，(7 分)

又因为$\overrightarrow{DA}=(x_1,y_1-1)$，$\overrightarrow{DB}=(x_2,y_2-1)$，

所以$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=x_1x_2+(y_1-1)(y_2-1)=x_1x_2+\left(kx_1-\dfrac{4}{3}\right)\left(kx_2-\dfrac{4}{3}\right)$

$=(1+k^2)x_1x_2-\dfrac{4}{3}k(x_1+x_2)+\dfrac{16}{9}=(1+k^2)\cdot\dfrac{-16}{9+18k^2}-\dfrac{4}{3}k\cdot\dfrac{4k}{3+6k^2}+\dfrac{16}{9}=0$，(9 分)

所以$\overrightarrow{DA}\perp\overrightarrow{DB}$，因为$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，故线段 AB 的中点为 E，(11 分)

所以$|ED|=|EB|$，所以$\angle AED=2\angle ABD$。(12 分)

22. 解：(1)依题意，l：$x-y=1$，所以 $\rho\cos\alpha-\rho\sin\alpha=1$，

即$\sqrt{2}\rho\left(\cos\alpha\cos\dfrac{\pi}{4}-\sin\alpha\sin\dfrac{\pi}{4}\right)=1$，

即 l 的极坐标方程为$\sqrt{2}\rho\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$；(3 分)

因为 $\rho(1+\cos 2\theta)=2\sin\theta$，所以 $\rho\cos^2\theta=\sin\theta$，即$(\rho\cos\theta)^2=\rho\sin\theta$，

故 C 的直角坐标方程为 $y=x^2$。(5 分)

(2)易知$|MN|$的最小值即为点N到l距离的最小值，

设$N(x_0,y_0)$，则$y_0=x_0^2$，所以N点到l的距离为

$$d=\frac{|x_0-y_0-1|}{\sqrt{2}}=\frac{|x_0-x_0^2-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\left|-\left(x_0-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\right|}{\sqrt{2}}=\frac{\left(x_0-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}{\sqrt{2}}，(8\text{ 分})$$

所以当$x_0=\frac{1}{2}$时，$d_{\min}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$，此时$N$点的坐标为$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$.(9 分)

故$|MN|$的最小值为$\frac{3\sqrt{2}}{8}$.(10 分)

23.(1)解：$f(x)=|2x-4|+|x+3|$

$=|x-2|+|x+3|+|x-2|\geqslant|x+3|+|x-2|\geqslant|(x+3)-(x-2)|=5$，

当且仅当$x=2$时，$f(x)$有最小值 5，即$m=5$.(5 分)

(2)证明：因为$y\in(0,1)$，所以$\frac{1+y}{y}+\frac{1}{1-y}=\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{1-y}\right)[y+(1-y)]+1$

$=3+\frac{1-y}{y}+\frac{y}{1-y}\geqslant3+2=5$，当且仅当$\frac{1-y}{y}=\frac{y}{1-y}$，即$y=\frac{1}{2}$时取等号，(8 分)

即当$y\in(0,1)$时，$\frac{1+y}{y}+\frac{1}{1-y}\geqslant m$.(10 分)