

准考证号：_____ 姓名：_____

(在此卷上答题无效)

2022—2023 学年第一学期福州市高一期末质量抽测

数 学 试 卷

(完卷时间:120 分钟;满分:150 分)

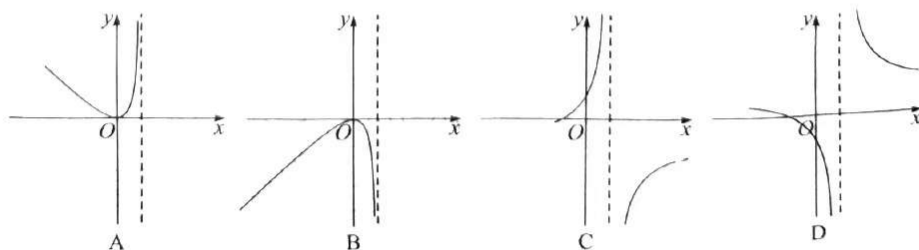
注意事项:

1. 答题前,考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名.考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致.
2. 第 I 卷每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.第 II 卷用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上书写作答.在试题卷上作答,答案无效.

第 I 卷

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 > 0\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x | 0 \leq x < 1\}$
C. $\{x | 1 < x \leq 3\}$ D. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x > 4\}$
2. 已知命题 $p: \forall x \in (0, +\infty), x^3 > x$, 则命题 p 的否定是
A. $\forall x \in (0, +\infty), x^3 \leq x$ B. $\exists x \in (0, +\infty), x^3 \leq x$
C. $\exists x \in (0, +\infty), x^3 < x$ D. $\forall x \notin (0, +\infty), x^3 > x$
3. 在平面直角坐标系中,角 α 的顶点与坐标原点 O 重合,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边经过点 $P(4, -3)$, 则 $\cos \alpha =$
A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{5}$
4. 若函数 $f(x) = \sin(x + \varphi)$ 是奇函数, 则 φ 可取的一个值为
A. $-\pi$ B. $-\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$
5. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ 的图象大致为



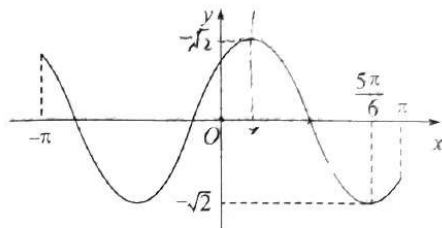
数学试卷 — 1 — (共 4 页)

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 1 \\ 1 - \log_2 x, & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(a) = 0$, 则 a 的值为

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. 1 D. 2

7. 设函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x$ ($\omega > 0$) 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致如下图所示, 则函数 $f(x)$ 图象的对称中心为

- A. $\left(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, 0\right) (k \in \mathbb{Z})$
B. $\left(k\pi - \frac{\pi}{8}, 0\right) (k \in \mathbb{Z})$
C. $\left(\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}, 0\right) (k \in \mathbb{Z})$
D. $\left(\frac{4k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}, 0\right) (k \in \mathbb{Z})$



8. 设 $a = \log_2 3, b = \log_3 4, c = \log_5 8$, 则

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知集合 A, B 是全集 U 的两个子集, $A \subseteq B$, 则

- A. $A \cup B = B$ B. $A \cap B = B$
C. $B \cup (\complement_U A) = U$ D. $B \cap (\complement_U A) = \emptyset$

10. 若 $\alpha \in (0, \pi)$, $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{5}$, 则

- A. $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ B. $\sin 2\alpha = \frac{12}{25}$
C. $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$ D. $\cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$

11. 若 $3^x < 3$ 是关于 x 的不等式 $x^2 - ax - a - 1 < 0$ 成立的必要条件, 则 a 的值可以是

- A. 1 B. 0 C. -2 D. $\frac{1}{2}$

12. 在一个面积为 4 的直角三角形 ABC 的内部作一个正方形, 其中正方形的两个顶点落在斜边 AB 上, 另外两个顶点分别落在 AC, BC 上, 则

- A. AB 的最小值为 $2\sqrt{2}$ B. AB 边上的高的最大值为 2
C. 正方形面积的最大值为 2 D. $\triangle ABC$ 周长的最小值为 $4 + 4\sqrt{2}$

数学试卷 — 2 — (共 4 页)

第Ⅱ卷

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\left(\frac{9}{3^{\sqrt{x}}}\right)^{\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 若点 $A(\cos\theta, \sin\theta)$ 与点 $B(\cos(\theta+\frac{\pi}{5}), \sin(\theta+\frac{\pi}{5}))$ 关于 y 轴对称，写出一个符合题意的 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 中国折扇有着深厚的文化底蕴，这类折扇上的扇环部分的作品构思奇巧，显出清新雅致的特点. 已知某扇形的扇环如图所示，其中外弧线的长为 54 cm，内弧线的长为 18 cm，连接外弧与内弧的两端的线段的长均为 16 cm，则该扇环的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm^2 .



16. 记 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中较大的数. 若关于 x 的方程 $\max\{x, -x\} = t - \frac{1}{|x|}$ 的所有实数根的绝对值之和为 6，则 t 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，且 $f(1) = f(3) = 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 5]$ 上的取值范围.

18. (12 分)

已知 $\tan\alpha = 2$.

(1) 求 $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) + \cos(3\pi + \alpha)}$ 的值；

(2) 若 β 为钝角，且 $\sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，求 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值.

19. (12 分)

设 $a > 0$ ， $f(x) = \frac{e^x}{a} + \frac{a}{e^x}$ 为偶函数.

(1) 求 a 的值；

(2) 判断 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性，并给予证明.

数学试卷 — 3 — (共 4 页)

20. (12 分)

在①函数 $f(x)$ 的一个零点为 0；②函数 $f(x)$ 图象上相邻两条对称轴的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ；③函数 $f(x)$ 图象的一个最低点的坐标为 $(\frac{2\pi}{3}, -3)$ ，这三个条件中任选两个，补充在下面问题中，并给出问题的解答.

问题：已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) - 1$ ($0 < \omega < 3$, $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$)，满足_____.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式，并求 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2) 求使 $f(x) \geq f(\pi)$ 成立的 x 的取值集合.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

21. (12 分)

人类已进入大数据时代. 目前，数据量已经从 TB (1 TB=1 024 GB) 级别跃升到 PB (1 PB=1 024 TB)，EB (1 EB=1 024 PB) 乃至 ZB (1 ZB=1 024 EB) 级别. 国际数据公司 (IDC) 的研究结果表明，2008 年起全球每年产生的数据量如下表所示：

年份	2 008	2 009	2 010	2 011	...	2 020
数据量 (ZB)	0.5	0.8	1.2	1.8	...	80

(1) 设 2008 年为第一年，为较好地描述 2008 年起第 x 年全球产生的数据量 (单位：ZB) 与 x 的关系，根据上述信息，从函数 $f(x) = kx + b$ 和 $g(x) = ab^x$ 中选择一个，应选择哪一个更合适？(不用说明理由)

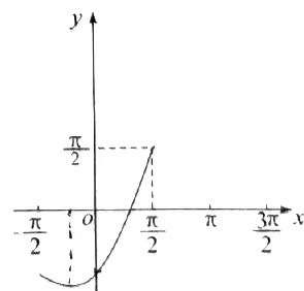
(2) 根据 (1) 中所选的函数模型，若选取 2008 年和 2020 年的数据量来估计该模型中的参数，预计到哪一年，全球产生的数据量将达到 2020 年的 $10^{\frac{11}{12}}$ 倍？(注： $\lg 2 \approx 0.3$)

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x - \frac{\pi}{2} \cos x$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求 $f(\pi - x) + f(x)$;

(2) 如图所示，小杜同学画出了 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的图象，试通过图象变换，在图中画出 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ 上的示意图；



(3) 证明：函数 $h(x) = f(x) - \sqrt{x} + \frac{\pi}{4}$ 有且只有一个零点 x_0 .

数学试卷 4 (共 4 页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线