

## 高三数学考试参考答案(文科)

1. D 【解析】本题考查平面向量的平行,考查数学运算的核心素养.

因为  $a \parallel b$ , 所以  $2(2m+2)=5m$ , 解得  $m=4$ .

2. A 【解析】本题考查集合的并集,考查数学运算的核心素养.

因为  $A=(\frac{1}{2}, +\infty)$ ,  $B=(-1, 3)$ , 所以  $A \cup B=(-1, +\infty)$ .

3. B 【解析】本题考查复数的新概念与复数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为  $z=(1-i)^2(1-i)=-2i(1-i)=-2-2i$ , 所以  $3-2i$  与  $z$  的虚部相等, 所以  $3-2i$  是  $z$  的同部复数.

4. C 【解析】本题考查三角函数的零点,考查运算求解能力.

由  $x \in [0, \pi]$ , 得  $3x - \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}]$ , 由  $f(x)=0$ , 得  $3x - \frac{\pi}{3} = 0$  或  $\pi$  或  $2\pi$ , 所以  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  内零点的个数为 3.

5. D 【解析】本题考查统计中的平均数与方差,考查数据分析的核心素养.

因为百米赛跑的时间越短,成绩越好,所以从数据的平均水平看,第一组数据的成绩最好. 方差越大,数据的波动越大,方差越小,数据的波动越小,所以从数据的波动情况看,第三组数据的波动最大,第一组数据的波动最小.

6. D 【解析】本题考查三角恒等变换,考查逻辑推理的核心素养.

因为  $\tan(\theta - \pi) = \tan \theta$ , 所以乙和丁的判断只有一个正确.  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ , 若丁的判断正

确, 则  $\tan \theta \geq 2$ ,  $\tan 2\theta < 0$ , 丙的判断错误; 若乙的判断正确, 则  $\tan 2\theta = \frac{4}{3} > 1$ , 丙的判断也正

确, 此时,  $\theta$  是第一或第三象限角, 所以当  $\theta$  是第三象限角, 且  $\tan \theta = \frac{1}{2}$  时, 只有丁的判断错误. 故此人是丁.

7. A 【解析】本题考查三视图与简单几何体的体积,考查空间想象能力与运算求解能力.

由三视图可知, 该几何体是四分之一圆柱(高为  $\frac{2}{3}$ , 底面半径为 1), 其体积  $V = \frac{1}{4} \pi \times 1^2 \times \frac{2}{3} = \frac{\pi}{6}$ . 设球  $O$  的半径为  $r$ , 则  $\frac{4}{3} \pi \times r^3 = \frac{\pi}{6}$ , 解得  $r = \frac{1}{2}$ .

8. B 【解析】本题考查椭圆的实际应用,考查直观想象的核心素养.

由题意可知,  $|PQ| + |PF_1| + |QF_1| = 4a = 3 \times 2c$ , 所以  $c = \frac{2}{3}a$ ,  $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}a$ . 由该椭圆

横截面的最大直径为 2 米, 可知  $2b = 2$  米, 所以  $b = 1$  米,  $a = \frac{3\sqrt{5}}{5}$  米, 该椭圆的高为  $2a =$

$\frac{6\sqrt{5}}{5}$  米.

9. A 【解析】本题考查函数的奇偶性与单调性,考查逻辑推理的核心素养.

因为当  $0 \leq x \leq 2$  时,  $f(x) = 2x - x^2$ , 当  $x > 2$  时,  $f(x) = |x - 3| - 1$ ,

且  $f(2) = |2 - 3| - 1 = 0$ , 所以  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上单调递增, 在  $(1, 3)$  上单调递减, 在  $[3, +\infty)$  上单调递增. 因为  $-f(-\sqrt{26}) = f(\sqrt{26}) > f(5) = 1 = f(1)$ ,  $1 < 2^{0.3} < 3^{0.3} < 3$ ,

所以  $-f(-\sqrt{26}) > f(2^{0.3}) > f(3^{0.3})$ .

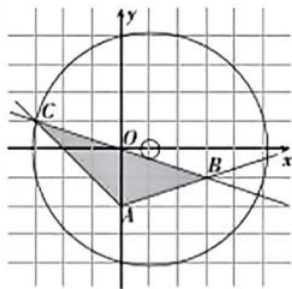
10. D 【解析】本题考查线性规划与圆,考查直观想象的核心素养与数形结合的数学思想.来源:高三答案公众号

作出不等式组表示的可行域,如图所示.当直线  $BC: x + 3y = 0$  与圆

$(x - 1)^2 + y^2 = m$  相切时,  $\sqrt{m} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ , 则  $m = \frac{1}{10}$ , 则  $m$  的最小值为

$\frac{1}{10}$ ; 当圆  $(x - 1)^2 + y^2 = m$  经过点  $C(-3, 1)$  时,  $m = (-3 - 1)^2 + 1^2$

$= 17$ , 则  $m$  的最大值为 17. 故  $m$  的取值范围是  $[\frac{1}{10}, 17]$ .



11. C 【解析】本题考查空间中的垂直关系、二面角与四棱锥的侧面积,考查空间想象能力与运算求解能力.

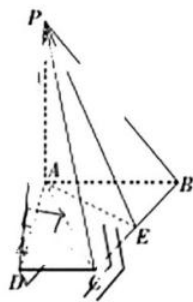
因为  $AB = BC$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 所以  $\triangle ABC$  为正三角形. 取  $BC$  的中点  $E$ , 连接  $PE, AE$ , 则  $AE \perp BC$ .

因为  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 所以  $PA \perp BC$ ; 又  $PA \cap AE = A$ , 所以  $BC \perp$  平面  $PAE$ , 则  $BC \perp PE$ , 则  $\angle PEA$  为二面角  $P - BC - A$  的平面角. 所以  $\angle PEA$

$= 60^\circ$ , 所以  $PA = AE \tan 60^\circ = 3$ ,  $PE = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$ . 因为  $\angle ACD = 60^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $CD = 1$ , 所以由余弦定理得  $AD = \sqrt{3}$ , 则  $AD^2 + CD^2 = AC^2$ , 所以

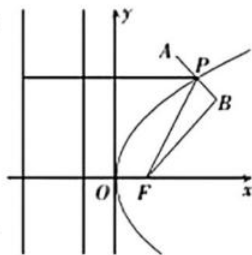
$AD \perp CD$ , 可证  $CD \perp PD$ , 则  $PD = 2\sqrt{3}$ . 所以四棱锥  $P - ABCD$  的侧面积为  $\frac{1}{2} \times (2 \times 3 + \sqrt{3}$

$\times 3 + 2\sqrt{3} \times 1 + 2 \times 2\sqrt{3}) = 3 + \frac{9\sqrt{3}}{2}$ .



12. A 【解析】本题考查抛物线定义的应用,考查直观想象的核心素养以及化归与转化的数学思想.

如图,  $d_2 = d_1 + 2$ , 因为  $A(2, 4)$  关于  $P$  的对称点为  $B$ , 所以  $|PA| = |PB|$ , 所以  $d_1 + d_2 + |AB| = 2d_1 + 2 + 2|PA| = 2(d_1 + |PA|) + 2 = 2(|PF| + |PA|) + 2 \geq 2|AF| + 2 = 2\sqrt{17} + 2$ , 所以当  $P$  在线段  $AF$  上时,  $d_1 + d_2 + |AB|$  取得最小值, 且最小值为  $2\sqrt{17} + 2$ .



13. 003 【解析】本题考查系统抽样,考查数据处理能力.

因为  $\frac{600}{50} = 12$ , 所以被抽检的零件的最小编号为 003.

14. 10 【解析】本题考查对数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为  $1 + \lg x - \lg y = \lg y^2$ , 所以  $\lg(10x) = \lg y^3 (x > 0, y > 0)$ ,

则  $10x = y^3$ , 所以  $\frac{y^3}{x} = 10$ .

15.  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (2, +\infty)$  【解析】本题考查导数的应用, 考查逻辑推理的核心素养.

若  $f(x) = x^3 - x^2 + ax (x \in \mathbf{R})$  无极值, 则  $f'(x) = 3x^2 - 2x + a \geq 0$  恒成立, 则  $\Delta = 4 - 12a \leq 0$ , 解得  $a \geq \frac{1}{3}$ .

若  $g(x) = x^2 + (2-a)\ln x$  无极值, 则  $g'(x) = \frac{2x^2 + 2 - a}{x} \geq 0$  对  $x \in (0, +\infty)$

恒成立, 所以  $2 - a \geq 0$ , 即  $a \leq 2$ . 若  $f(x)$  与  $g(x)$  中恰有一个函数无极值,

则  $\begin{cases} a \geq \frac{1}{3}, \\ a > 2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a < \frac{1}{3}, \\ a \leq 2, \end{cases}$  解得  $a \in (-\infty, \frac{1}{3}) \cup (2, +\infty)$ . 来源: 高三答案公众号

16. 3280 【解析】本题考查解三角形的实际应用, 考查直观想象的核心素养.

由题可知  $BC = DE = 48 \times \frac{300}{180} = 80$  步,  $BF = 100$  步,  $DG = 120$  步,  $BD = 800$  步.

在  $\text{Rt}\triangle AHF$  中,  $\frac{AH}{HF} = \frac{BC}{BF} = \frac{4}{5}$ , 在  $\text{Rt}\triangle AHG$  中,  $\frac{AH}{HG} = \frac{DE}{DG} = \frac{2}{3}$ ,

所以  $HF = \frac{5}{4}AH$ ,  $HG = \frac{3}{2}AH$ , 则  $HG - HF = 800 - 100 + 120 = 820 = \frac{1}{4}AH$ ,

所以  $AH = 3280$  步.

17. 解: (1) 设  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ ,  $\{b_n\}$  的公比为  $q$ .

则  $d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = 1$ , ..... 1 分

$q = \frac{b_2}{b_1} = 2$ , ..... 2 分

所以  $a_n = a_1 + (n-1)d = n$ , ..... 4 分

$b_n = b_1 q^{n-1} = 2^n$ , ..... 6 分

(2) 由(1)知  $a_{2n} + 3b_{2n-1} = 2n + 3 \times 2^{2n-1}$ , ..... 8 分

则  $S_n = 2 \times (1 + 2 + \dots + n) + 3 \times (2 + 2^3 + \dots + 2^{2n-1})$  ..... 9 分

$= (1+n)n + 3 \times \frac{2(1-4^n)}{1-4} = 2 \times 4^n + n^2 + n - 2$ . ..... 12 分

评分细则:

【1】第(1)问还可以这样解答:

设  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ , 则  $a_3 = a_1 + 2d = 1 + 2d = 3$ , 解得  $d = 1$ , ..... 1 分

所以  $a_n = a_1 + (n-1)d = n$ . ..... 3 分

设  $\{b_n\}$  的公比为  $q$ , 则  $b_2 = b_1 q = 2q = 4$ , 解得  $q = 2$ . ..... 4 分

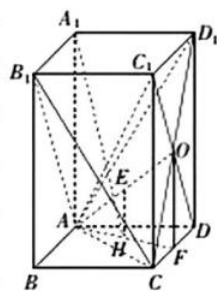
所以  $b_n = b_1 q^{n-1} = 2^n$ . ..... 6 分

【2】第(2)问中, 最后的结果写为  $2^{2n+1} + n^2 + n - 2$ , 不扣分.

18. (1) 证明: 连接  $C_1 D$ . ..... 1 分



在正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AD \parallel B_1C_1$ , 则  $A, B_1, C_1, D$  四点共面, ..... 2分  
 所以  $E \in$  平面  $AB_1C_1D$ . ..... 3分  
 因为侧面  $CC_1D_1D$  为矩形, 且  $O$  为  $CD_1$  的中点,  
 所以  $C_1D \cap CD_1 = O$ , 所以  $O$  为平面  $AB_1C_1D$  与平面  $ACD_1$  的一个公共点, ..... 4分  
 所以平面  $AB_1C_1D \cap$  平面  $ACD_1 = AO$ , 即平面  $AB_1C_1 \cap$  平面  $ACD_1 = AO$ , ..... 5分  
 故  $E \in AO$ . ..... 6分  
 (2)解: 取  $CD$  的中点  $F$ , 连接  $OF, AF$ , 则  $H$  为  $AF$  的中点. .... 7分  
 理由如下: 因为  $F, O$  分别为  $CD, C_1D$  的中点, 所以  $OF \parallel C_1C$ . .... 8分  
 在正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $C_1C \perp$  底面  $ABCD$ , 所以  $OF \perp$  底面  
 $ABCD$ , 又  $EH \parallel OF$ , 所以  $EH \perp$  底面  $ABCD$ , 即  $E$  在底面  $ABCD$  内的射  
 影为  $H$ . ..... 9分  
 因为  $A_1A \perp$  底面  $ABCD$ , 所以  $A_1A \perp AH$ . ..... 10分  
 因为  $AH = \frac{1}{2}AF = \frac{\sqrt{5}}{2}$ , ..... 11分



所以  $A_1H = \sqrt{A_1A^2 + AH^2} = \frac{\sqrt{69}}{2}$ . ..... 12分

评分细则:

【1】第(1)问中, 必须展示作辅助线的过程, 仅在图中体现辅助线但过程中无体现的扣1分;  
 $A, B_1, C_1, D$  四点共面是证明第(2)问的关键, 不写清楚四点共面的过程要扣1分.

【2】第(2)问严格按照步骤给分.

19. 解: (1)完成的表格如下:

| 甲邀请的专家<br>参会专家人数<br>乙邀请的专家 | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (2,3) | (2,4) | (3,4) |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (1,2)                      | 2     | 3     | 3     | 3     | 3     | 4     |
| (1,3)                      | 3     | 2     | 3     | 3     | 4     | 3     |
| (1,4)                      | 3     | 3     | 2     | 4     | 3     | 3     |
| (2,3)                      | 3     | 3     | 4     | 2     | 3     | 3     |
| (2,4)                      | 3     | 4     | 3     | 3     | 2     | 3     |
| (3,4)                      | 4     | 3     | 3     | 3     | 3     | 2     |

..... 4分

(2)记  $X$  为参加会议的专家人数,  $X=k(k=2,3,4)$  的概率记为  $P(X=k)$ .

由(1)中的表格可知  $X=2$  出现的次数为 6,  $X=3$  出现的次数为 24,  $X=4$  出现的次数为 6,  
 ..... 7分

则  $P(X=2)=\frac{6}{6+24+6}=\frac{1}{6}, P(X=3)=\frac{24}{6+24+6}=\frac{2}{3}, P(X=4)=\frac{6}{6+24+6}=\frac{1}{6}, \dots$

..... 10分

则  $P(X=3)>P(X=2), P(X=3)>P(X=4), \dots$  11分

根据最大似然估计法,可以估计出参加会议的专家人数为 3. .... 12分

评分细则:

【1】第(1)问中,表格中(1,2),(1,3)等未添加括号,不扣分.

【2】第(2)问中, $X=2$ 出现的次数为 6, $X=3$ 出现的次数为 24, $X=4$ 出现的次数为 6,写对

其中一个即给 1 分; $P(X=2)=\frac{6}{6+24+6}=\frac{1}{6}, P(X=3)=\frac{24}{6+24+6}=\frac{2}{3}, P(X=4)=$

$\frac{6}{6+24+6}=\frac{1}{6}$ ,写对其中一个即给 1 分.

20. 解:(1)由图可知  $f(x)$ 的图象与  $x$ 轴切于原点. .... 1分

因为  $f'(x)=ae^x+b$ ,所以  $f'(0)=a+b=0$ . .... 2分

又  $f(0)=a-2=0$ ,所以  $a=2$ . .... 3分

所以  $b=-2$ , $f(x)$ 的解析式为  $f(x)=2e^x-2x-2$ . .... 4分

(2)由  $f(x)+f(2x)>6x+m$ 对  $x \in \mathbf{R}$ 恒成立,得  $m<f(x)+f(2x)-6x$ 对  $x \in \mathbf{R}$ 恒成立.

..... 5分

设函数  $g(x)=f(x)+f(2x)-6x=2e^{2x}+2e^x-12x-4$ ,

则  $g'(x)=4e^{2x}+2e^x-12=2(2e^{2x}-3)(e^x+2)$  .... 6分

令  $g'(x)=0$ ,得  $x=\ln \frac{3}{2}$ . .... 7分

令  $g'(x)<0$ ,得  $x<\ln \frac{3}{2}$ ;令  $g'(x)>0$ ,得  $x>\ln \frac{3}{2}$ . .... 8分

所以  $g(x)$ 在  $(-\infty, \ln \frac{3}{2})$ 上单调递减,在  $(\ln \frac{3}{2}, +\infty)$ 上单调递增. .... 9分

所以  $g(x)_{\min}=g(\ln \frac{3}{2})=\frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2}$ , .... 11分

所以  $m<\frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2}$ ,即  $m$ 的取值范围是  $(-\infty, \frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2})$ . .... 12分

评分细则:

【1】第(1)问中,未写“由图可知  $f(x)$ 的图象与  $x$ 轴切于原点”,但是写了“ $f'(0)=f(0)=0$ ”,不扣分.

【2】第(2)问中,最后得到  $m<\frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2}$ ,但是没有写成区间形式,不扣分.

21. (1)解:因为  $c^2, a^2, b^2$ 成等差数列,所以  $2a^2=c^2+b^2$ , .... 1分

又  $c^2=a^2+b^2$ ,所以  $a^2=2b^2$ . .... 2分

将点  $(3, \frac{\sqrt{6}}{2})$ 的坐标代入  $C$ 的方程得  $\frac{9}{2b^2}-\frac{4}{b^2}=1$ ,解得  $b^2=3$ , .... 3分

所以  $a^2=6$ , 所以  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ . ..... 4 分

(2) 证明: 依题意可设  $PQ: x=my+3$ . ..... 5 分

由  $\begin{cases} x=my+3, \\ \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$  得  $(m^2-2)y^2 + 6my + 3 = 0$ . ..... 6 分

设  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), y_1 > y_2$ , 则  $\begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{-6m}{m^2-2}, \\ y_1 y_2 = \frac{3}{m^2-2}. \end{cases}$  ..... 7 分

$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}), N(2, \frac{y_1+y_2}{2})$ , 来源: 高三答案公众号

则  $k_1 - k_2 = k_{PN} - k_{QN} = \frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2} - \frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2} = \frac{y_1-y_2}{2} \cdot \frac{1}{m y_1 + 1} - \frac{y_2-y_1}{2} \cdot \frac{1}{m y_2 + 1} = \frac{(y_1-y_2)[m(y_1+y_2)+2]}{2[m^2 y_1 y_2 + m(y_1+y_2)+1]}$ ,  
..... 9 分

而  $S = \frac{1}{2} |OF| \cdot (y_1 - y_2) = \frac{3}{2} (y_1 - y_2)$ , ..... 10 分

所以  $\frac{k_1 - k_2}{S} = \frac{m(y_1+y_2)+2}{m^2 y_1 y_2 + m(y_1+y_2)+1} = \frac{\frac{-6m^2}{m^2-2} + 2}{\frac{3m^2}{m^2-2} + \frac{-6m}{m^2-2} + 1} = \frac{-4m^2 - 4}{-6m^2 - 6} = \frac{2}{3}$ ,

所以  $\frac{k_1 - k_2}{S}$  是定值. .... 12 分

评分细则:

评分细则:

【1】第(2)问中, 用  $PQ$  作为底边,  $O$  到直线  $PQ$  的距离  $d$  为高,  $S = \frac{1}{2} d \times |PQ|$ , 得到  $S =$

$\frac{3}{2} (y_1 - y_2)$ , 不扣分.

【2】第(2)问还可以这样解答:

当直线  $PQ$  的斜率不存在时,  $PQ: x=3, P(3, \frac{\sqrt{6}}{2}), Q(3, -\frac{\sqrt{6}}{2}), N(2, 0)$ ,

$\frac{k_1 - k_2}{S} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2} - (-\frac{\sqrt{6}}{2})}{\frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{6}} = \frac{2}{3}$ . ..... 5 分

当直线  $PQ$  的斜率存在时, 设  $PQ: y=k(x-3)$ , 设  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), y_1 > y_2$ .

由  $\begin{cases} y=k(x-3), \\ \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$  得  $(1-2k^2)x^2 + 12k^2x - 18k^2 - 6 = 0$ . ..... 6 分



$$\text{则} \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-12k^2}{1-2k^2}, \\ x_1 x_2 = \frac{-18k^2-6}{1-2k^2}. \end{cases} \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}), N(2, \frac{y_1+y_2}{2})$ . 来源: 高三答案公众号

$$k_1 - k_2 = \frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2} - \frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2} = \frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2} - \frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2} = \frac{(y_1-y_2)(x_1+x_2-4)}{2[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]}, \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\text{而 } S = \frac{1}{2} \cdot |OF| \cdot (y_1 - y_2) = \frac{3}{2}(y_1 - y_2), \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\text{所以 } \frac{k_1 - k_2}{S} = \frac{x_1 + x_2 - 4}{3[x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4]} = \frac{\frac{-12k^2}{1-2k^2} - 4}{3(\frac{-18k^2-6}{1-2k^2} + \frac{24k^2}{1-2k^2} + 4)} = \frac{-4(k^2+1)}{\frac{-6(k^2+1)}{1-2k^2}} = \frac{2}{3},$$

所以  $\frac{k_1 - k_2}{S}$  是定值.  $\dots\dots\dots 12 \text{分}$

2. 解 (1) 圆 C 的普通方程为  $(x - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = 1$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

$$\text{即 } x^2 + y^2 - \sqrt{3}x + y = 0, \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\text{则 } \rho^2 - \sqrt{3}\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 0, \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\text{所以圆 C 的极坐标方程为 } \rho = \sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{6}), \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 不妨设  $A(\rho_1, \theta), B(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{6}), 0 \leq \theta < 2\pi$ , 则  $\rho_1 = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{6}), \rho_2 = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{3}), \dots\dots\dots 6 \text{分}$

$$\text{则 } S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}\rho_1\rho_2\sin\frac{\pi}{6} = \cos(\theta + \frac{\pi}{6})\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \frac{\cos(2\theta + \frac{\pi}{2}) + \cos\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\sqrt{3} - 2\sin 2\theta}{4}, \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

当  $\sin 2\theta = -1$  时,  $\triangle AOB$  的面积取得最大值, 且最大值为  $\frac{\sqrt{3}+2}{4}$ .  $\dots\dots\dots 10 \text{分}$

评分细则:

【1】第(1)问中, 得到的极坐标方程写为  $\rho = \sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta$ , 不扣分.

【2】第(2)问还可以这样解答:

依题意可得圆 C 是  $\triangle AOB$  的外接圆, 由正弦定理得  $\frac{AB}{\sin\angle AOB} = 2 \times 1$ ,

所以  $AB = 1$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

由余弦定理得  $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB\cos\angle AOB$ .  $\dots\dots\dots 7 \text{分}$

即  $1 = OA^2 + OB^2 - \sqrt{3}OA \cdot OB \geq 2OA \cdot OB - \sqrt{3}OA \cdot OB = (2 - \sqrt{3})OA \cdot OB$ ,  $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

- 所以  $OA \cdot OB \leq 2 + \sqrt{3}$ , 当且仅当  $OA = OB$  时, 等号成立, ..... 9 分
- 所以  $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \sin \frac{\pi}{6} \leq \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$ , 故  $\triangle AOB$  面积的最大值为  $\frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ . ..... 10 分
23. 解: (1)  $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + |x^2 - 2x - 8| \geq |x^2 - 2x - 3 - (x^2 - 2x - 8)| = 5$ , ..... 2 分
- 当且仅当  $(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) \leq 0$ , 即  $3 \leq x^2 - 2x \leq 8$  时, 等号成立, ..... 3 分
- 所以  $f(x)$  的最小值为 5, ..... 4 分
- 此时  $x$  的取值集合为  $[-2, -1] \cup [3, 4]$ . ..... 5 分
- (2) 令  $t = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0$ , 则  $f(x) = |t - 4| + |t - 9| > 19$ , ..... 6 分
- 得  $\begin{cases} t \\ 4 - t + 9 - t > 19 \end{cases}$  或  $\begin{cases} 4 \leq t \leq 9, \\ t - 4 + 9 - t > 19 \end{cases}$  或  $\begin{cases} t > 9, \\ t - 4 + t - 9 > 19, \end{cases}$  ..... 8 分
- 解得  $t < -3$  或  $t > 16$ . ..... 9 分
- 因为  $t \geq 0$ , 所以  $(x - 1)^2 > 16$ , 所以  $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ .
- 所以不等式  $f(x) > 19$  的解集为  $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ . ..... 10 分
- 评分细则:
- 【1】第(1)问中, 最后未写“ $x$  的取值集合为  $[-2, -1] \cup [3, 4]$ ”, 而写为“ $-2 \leq x \leq -1$  或  $3 \leq x \leq 4$ ”, 扣 1 分, 写为“ $x \in [-2, -1] \cup [3, 4]$ ”, 不扣分.
- 【2】第(1)问还可以这样解答:
- 设  $t = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0$ , 则  $f(x) = |t - 4| + |t - 9| \geq |t - 4 - (t - 9)| = 5$ , ..... 2 分
- 当且仅当  $t \in [4, 9]$  时, 等号成立, ..... 3 分
- 所以  $f(x)$  的最小值为 5, ..... 4 分
- 此时  $(x - 1)^2 \in [4, 9]$ , 即  $x \in [-2, -1] \cup [3, 4]$ . ..... 5 分
- 【3】第(2)问还可以分 5 段讨论解不等式, 阅卷时请按步骤给分.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 ([网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: [zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线