

14. 若 $1 + \lg x - \lg y = \lg y^2$, 则 $\frac{y^3}{x} =$ ▲ .
15. 已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 + ax (x \in \mathbb{R})$, $g(x) = x^2 + (2-a)\ln x$, 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 中恰有一个函数无极值, 则 a 的取值范围是 ▲ .
16. 中国古代数学名著《海岛算经》记录了一个计算山高的问题(如图1): 今有望海岛, 立两表齐, 高三丈, 前后相去千步, 令后表与前表相直. 从前表却行一百二十三步, 人目着地取望岛峰, 与表末参合. 从后表却行百二十七步, 人目着地取望岛峰, 亦与表末参合. 问岛高及去表各几何? 假设古代有类似的一个问题, 如图2, 要测量海岛上一座山峰的高度 AH , 立两根高48丈的标杆 BC 和 DE , 两竿相距 $BD = 800$ 步, D, B, H 三点共线且在同一水平面上, 从点 B 退行100步到点 F , 此时 A, C, F 三点共线, 从点 D 退行120步到点 G , 此时 A, E, G 三点也共线, 则山峰的高度 $AH =$ ▲ 步. (古制单位: 180丈 = 300步)

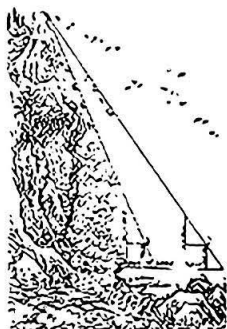


图1



图2

三、解答题: 共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22, 23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共60分.

17. (12分)

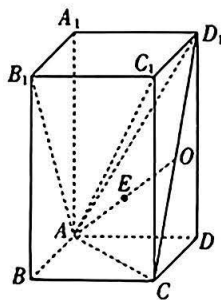
已知 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 分别为等差数列, 等比数列, 且 $a_1 = 1, b_1 = 2, a_3 = 3, b_2 = 4$.

- (1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{a_{2n} + 3b_{2n-1}\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12分)

在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为 CD_1 的中点, 且点 E 既在平面 AB_1C_1 内, 又在平面 ACD_1 内.

- (1) 证明: $E \in AO$.
- (2) 若 $AA_1 = 4, AB = 2$, E 为 AO 的中点, E 在底面 $ABCD$ 内的射影为 H , 指出 H 所在的位置(需要说明理由), 并求线段 A_1H 的长.



19. (12分)

为落实食品安全的“两个责任”，某市的食品药品监督管理局和卫生监督管理部门在人民代表大会召开之际特别邀请相关代表建言献策. 为保证政策制定的公平合理性，两个部门将首先征求相关专家的意见和建议. 已知专家库中共有 4 位成员，两个部门分别独立地发出邀请，邀请的名单从专家库中随机产生，两个部门均邀请 2 位专家，收到食品药品监督管理局或卫生监督管理部门的邀请后，专家如约参加会议.

(1) 用 1, 2, 3, 4 代表专家库中的 4 位专家，甲、乙分别代表食品药品监督管理局和卫生监督管理部门，将两个部门邀请的专家及参会的专家人数的所有情况绘制成一个表格，请完成如下表格. 来源：高三答案公众号

甲邀请的专家 参会专家人数 乙邀请的专家							

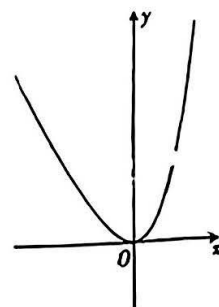
(2) 最大似然估计即最大概率估计，即当 $X=k$ 时，概率取得最大值，则 X 的估计值为 k ($k=N_1, N_2, N_3, \dots, N_m$), 其中 N_m 为 X 所有可能取值的最大值. 请用最大似然估计法估计参加会议的专家人数.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = ae^x + bx - 2$ 的部分图象如图所示.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $f(x) + f(2x) > 6x + m$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立，求 m 的取值范围.



21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 经过点 $(3, \frac{\sqrt{6}}{2})$, 右焦点为 $F(c, 0)$, 且 c^2, a^2, b^2 成等差数列.

(1) 求 C 的方程;

(2) 过 F 的直线与 C 的右支交于 P, Q 两点 (P 在 Q 的上方), PQ 的中点为 M , M 在直线 $l: x = 2$ 上的射影为 N , O 为坐标原点, 设 $\triangle POQ$ 的面积为 S , 直线 PN, QN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明: $\frac{k_1 - k_2}{S}$ 是定值.



选考题:共 10 分,请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,圆 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \alpha, \\ y = -\frac{1}{2} + \sin \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}),$$
 以 O 为极点, x 轴正

半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求圆 C 的极坐标方程;

(2) A, B 是圆 C 上的两点,且 $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$,求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + |x^2 - 2x - 8|$.

(1)求 $f(x)$ 的最小值,并指出此时 x 的取值集合;

(2)求不等式 $f(x) > 19$ 的解集.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京,旗下拥有网站(网址:www.zizzs.com)和微信公众平台等媒体矩阵,用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长,在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南,请关注**自主选拔在线**官方微信号:[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线