2022～2023 学年第一学期怀仁一中高三年级期末考试·数学

参考答案、提示及评分细则

1. B　$A=\{x\mid -1<x<2\}$，$B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，则 $A\cap B=\{x\mid 0<x<2\}$.

2. D　由 $z(2+\mathrm{i}^7)=3+\mathrm{i}$ 可得 $z=\dfrac{3+\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}^7}=\dfrac{3+\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=\dfrac{(3+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}=1+\mathrm{i}$，则复数 z 的虚部是 1.

3. C　4 月至 7 月的月平均计划销售额为 $\dfrac{1}{4}\times(15+20+25+30)=\dfrac{45}{2}$，4 月至 7 月的月平均实际销售额为 $\dfrac{1}{4}\times(20+30+20+40)=\dfrac{55}{2}$，4 月至 7 月的月实际销售额的中位数为 $\dfrac{1}{2}\times(20+30)=25$，可知 A，B 选项错误，C 选项正确. 又由 $\dfrac{55}{2}>\dfrac{45}{2}$，可知这 4 个月内，总的计划销售额已经完成，可知 D 选项错误.

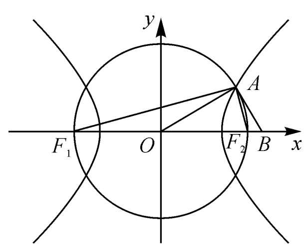
4. A　由函数 $y=x$ 为奇函数，可知若函数 $f(x)$ 为偶函数，必有函数 $g(x)=a\cdot 3^x-\dfrac{3^{-x}}{a}$ 为奇函数，有 $g(0)=a-\dfrac{1}{a}=0$，解得 $a=-1$ 或 $a=1$，经检验可知 $a=\pm1$ 时，函数 $f(x)$ 均为偶函数，故“$a=1$”是“函数 $f(x)$ 为偶函数”的充分不必要条件.

5. C　前 10 行的数共有 $1+2+3+\cdots+10=\dfrac{10\times(1+10)}{2}=55$(个)，第 11 行第一个数为 -56，最后一个数为 -66，则第 11 行所有数的和为 $-56-5=-61$.

6. D　由 $\dfrac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}-\dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}=2\sin\theta$，有 $\cos^2\dfrac{\theta}{2}-\sin^2\dfrac{\theta}{2}=\sin^2\theta$，有 $\cos\theta=\sin^2\theta$，有 $\cos\theta=1-\cos^2\theta$，解得 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

7. B　设直线 $y=kx$ 与函数 $f(x)$，$g(x)$ 的图象相切的切点分别为 $A(m,km)$，$B(n,kn)$. 由 $f'(x)=\dfrac{a}{x}$，有 $\begin{cases}km=a\ln m,\\ \dfrac{a}{m}=k,\end{cases}$ 解得 $m=\mathrm{e}$，$a=\mathrm{e}k$. 又由 $g'(x)=b\mathrm{e}^x$，有 $\begin{cases}kn=b\mathrm{e}^n,\\ b\mathrm{e}^n=k,\end{cases}$ 解得 $n=1$，$b=\dfrac{k}{\mathrm{e}}$. 可得 $a+\dfrac{1}{b}=\mathrm{e}k+\dfrac{\mathrm{e}}{k}\geqslant 2\sqrt{\mathrm{e}^2}=2\mathrm{e}$，当且仅当 $a=\mathrm{e}$，$b=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ 时取“=”.

8. A　如图，设双曲线 C 的焦距为 $2c$，由 $\angle F_1AF_2=90^\circ$，$\angle OAB=90^\circ$，$\angle OAF_2=\angle OAF_2$，可得 $\angle OAF_1=\angle BAF_2=15^\circ$，又由 $|OA|=|OF_1|$，可得 $\angle AF_1O=15^\circ$，在 $\mathrm{Rt}\triangle AF_1F_2$ 中，$|AF_1|=2c\cos15^\circ$，$|AF_2|=2c\sin15^\circ$，又由双曲线的定义有 $2a=|AF_1|-|AF_2|$，可得 $2a=2c(\cos15^\circ-\sin15^\circ)$，可得 $a=\sqrt{2}c\cos60^\circ$，有 $e=\sqrt{2}$.



9. BD　对于 A 选项，由函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π，可得 $\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$，解得 $\omega=2$，可得 A 选项错误；

对于 B 选项，由 $f(x)=\sin2x$，令 $2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant 2x\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，解得 $k\pi-\dfrac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，可得 B 选

项正确；

对于 C 选项，当$-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$时，$-\frac{\pi}{3}\leqslant 2x\leqslant\frac{2\pi}{3}$，可得$-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant\sin 2x\leqslant 1$，可得 C 选项错误；

对于 D 选项，由 $f(x)=\sin 2x=\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$，可得 D 选项正确. 故选 BD.

10. ABC　对于 A 选项，由 $O(0,0)$的坐标满足圆 C 的方程，可得 A 选项正确；

对于 B 选项，由原点 O 既在圆 C 上，也在直线 $x+y=0$ 上，可得直线 $x+y=0$ 与圆 C 有公共点，可得 B 选项正确；

对于 C 选项，由 $\sqrt{a^2+b^2}=4-2=2$，可知圆 C 与圆 $x^2+y^2=16$ 相内切，可得 C 选项正确；

对于 D 选项，若 $AP\perp BP$，可得圆 P 到直线 $y=x$ 的距离为$\sqrt{2}$，有$\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，有$|a-b|=2$，联立方程$\begin{cases}a^2+b^2=4,\\|a-b|=2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\pm 2,\\b=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=0,\\b=\pm 2,\end{cases}$可得 D 选项错误. 故选 ABC.

11. CD　对于 A 选项，$P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，可得 A 选项错误；

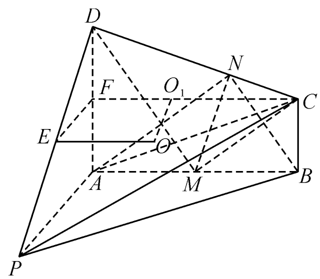
对于 B 选项，事件 B 第一次向下的数字为偶数，第二次向下的数字为奇数，就可以使得两次向下的数字之和为奇数，可知事件 A 和事件 B 不是对立事件，可得 B 选项错误；

对于 C 选项，由 $P(AB)=\frac{2}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$，可得 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$，可得 C 选项正确；

对于 D 选项，由 $P(B)=\frac{2}{4}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，可得 $P(A)P(B)=P(AB)$，可知事件 A 和事件 B 相互独立，可得 D 选项正确. 故选 CD.

12. BCD　对于 A 选项，四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为$\frac{1}{3}\times 2\times\frac{1}{2}\times(1+2)\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，可得 A 选项错误；

对于 B 选项，由 $AD=2$，$BC=1$，$AM=MB=\sqrt{2}$，可得$\frac{AD}{AM}=\frac{MB}{BC}=\sqrt{2}$，可得 $\mathrm{Rt}\triangle DAM\backsim\mathrm{Rt}\triangle MBC$，可得$\angle DMA=\angle BCM$，有$\angle DMA+\angle BMC=\angle BCM+\angle BMC=90^\circ$，可得$\angle CMD=90^\circ$，可得 $DM\perp CM$，可得 B 选项正确；



对于 C 选项，由 B 选项可知 $DM=\sqrt{6}$，$CM=\sqrt{3}$，$CD=\sqrt{1^2+(2\sqrt{2})^2}=3$，$MN=\frac{MD\times MC}{CD}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{3}=\sqrt{2}$，由 $AM=MB=MN=\sqrt{2}$，可得 $AN\perp BN$，又由 $BN\perp AP$，可得 $BN\perp$ 平面 APN，可得 C 选项正确；

对于 D 选项，如图，取 DP 的中点 E，AD 的中点 F，连接 CF，EF，记点 O 为三棱锥 $P-ACD$ 的外接球的球心，O_1 为$\triangle ACD$ 的外接圆的圆心，由 $AP\perp AD$，可得 $OE\perp$ 平面 PAD，又由 $AC=CD=3$，可得 $O_1F\perp$ 平面 PAD，由 $\sin\angle ADC=\frac{CF}{CD}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，可得 $CO_1=\frac{1}{2}\times\frac{3}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\frac{9}{4\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{8}$，可得 $OE=O_1F=2\sqrt{2}-\frac{9\sqrt{2}}{8}=\frac{7\sqrt{2}}{8}$，$OD=$

$\sqrt{OE^2+DE^2}=\sqrt{\left(\frac{7\sqrt{2}}{8}\right)^2+(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{226}}{8}$,可得三棱锥 $P-ACD$ 的外接球的表面积为 $4\pi\times\left(\frac{\sqrt{226}}{8}\right)^2=\frac{113\pi}{8}$,可得 D 选项正确. 故选 BCD.

13. $\frac{2\pi}{3}$ 设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ,$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\times|\boldsymbol{b}|\cos\theta+|\boldsymbol{b}|\times|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{b}|\times|\boldsymbol{b}|\cos\theta+|\boldsymbol{b}|\times|\boldsymbol{b}|=0$,$\cos\theta=-\frac{1}{2}$,$\theta=\frac{2\pi}{3}$.

14. 2∶1 圆柱杯中装满水的体积为 $\pi R^2\times 2R=2\pi R^3$,实心球的体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3$,剩余水的体积为 $2\pi R^3-\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{2}{3}\pi R^3$,故溢出水的体积与圆柱杯中剩余水的体积之比为 $\frac{4}{3}\pi R^3:\frac{2}{3}\pi R^3=2:1$.

15. $[1,+\infty)$ 关于 x 的不等式 $ax^2-2\ln x+2a-3\geqslant 0$ 可化为 $ax^2-\ln x^2+2a-3\geqslant 0$,令 $t=x^2(t>0)$,不等式可化为 $at-\ln t+2a-3\geqslant 0$. 令 $f(t)=at-\ln t+2a-3$,由题意必有 $f(1)=3a-3\geqslant 0$,可得 $a\geqslant 1$. 当 $a\geqslant 1$ 时,又由 $f(t)\geqslant t-\ln t-1\geqslant 0$,可得实数 a 的取值范围为 $[1,+\infty)$.

16. 2 或 $\frac{1}{2}$ 过点 M,N 作抛物线的准线的垂线,垂足分别为 M',N',设 $|MF|=m$,$|NF|=n$,由抛物线的定义有 $|MM'|=m$,$|NN'|=n$,可得 $d=\frac{m+n}{2}$,又由余弦定理有 $|MN|=\sqrt{m^2+n^2-mn}$,有 $\frac{m+n}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{m^2+n^2-mn}$,解得 $m=2n$ 或 $n=2m$,可得 $\frac{m}{n}=2$ 或 $\frac{m}{n}=\frac{1}{2}$.

17. (1)证明:因为外接圆半径为 $\sqrt{6}$,且 $\sin A+\sin C=2\sqrt{6}\sin A\sin C$,

所以 $2\sqrt{6}\sin A+2\sqrt{6}\sin C=(2\sqrt{6})^2\sin A\sin C$, …… 2 分

由正弦定理,可得 $a+c=ac$, …… 4 分

所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=1$; …… 5 分

(2)解:因为 $B=\frac{\pi}{3}$,由正弦定理,可得 $b=2\sqrt{6}\sin B=3\sqrt{2}$, …… 6 分

由(1)可知,$a+c=ac$,

由余弦定理,可知 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$, …… 8 分

即 $18=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac=(ac)^2-3ac$, …… 9 分

解得 $ac=6$,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. …… 10 分

18. 解:(1)记等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q,由 $a_5-a_1\neq 0$ 可知 $q\neq 1$, …… 1 分

$a_5-a_1=a_1q^4-a_1=90$,$\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}=90$, …… 3 分

解得 $a_1=6$,$q=2$,所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=6\cdot 2^{n-1}=3\cdot 2^n$; …… 6 分

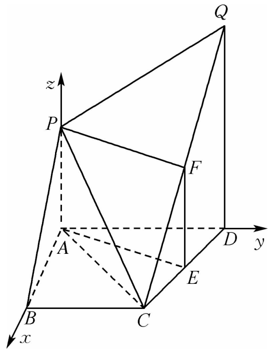
(2) $b_n=a_n+\log_2 a_n=3\cdot 2^n+\log_2 3\cdot 2^n=3\cdot 2^n+n+\log_2 3$, …… 8 分

$T_n=3(2+2^2+\cdots+2^n)+(1+2+\cdots+n)+n\cdot\log_2 3$ …… 10 分

$=3\frac{2(1-2^n)}{1-2}+\frac{n(n+1)}{2}+n\cdot\log_2 3=3\cdot 2^{n+1}+\frac{n(n+1)}{2}+n\cdot\log_2 3-6$. …… 12 分

19.(1)证明：∵$AB=BC=1$，$AB\perp BC$，$BC\parallel AD$，∴$\angle CAD=45^{\circ}$， ………………………………………… 1 分

∵$AD=2BC=2$，∴$CD=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$， ………………………………… 2 分



∵$AC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，∴$AC=CD$，$\angle CDA=45^{\circ}$，

∴$AC\perp CD$. ……………………………………………………………………… 3 分

∵$PA\perp$平面 $ABCD$，$CD\subset$平面 $ABCD$，∴$PA\perp CD$， ………………………… 4 分

∵$PA\perp CD$，$AC\perp CD$，PA，$AC\subset$平面 PAC，$PA\cap AC=A$，∴$CD\perp$平面 PAC

……………………………………………………………………………………… 5 分

∵$CD\perp$平面 PAC，$CD\subset$平面 QCD　∴平面 $PAC\perp$平面 QCD； ………… 6 分

(2)解：由 AB，AD，AP 两两垂直，以 A 为坐标原点，向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AP}$方向分别为 x，y，z 轴的正半轴建立如图所示空间直角坐标系. $A(0,0,0)$，$C(1,1,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,1)$，$Q(0,2,2)$，$E\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},0\right)$， ……………………………………………………………………………… 8 分

设平面 $APFE$ 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

由$\overrightarrow{AE}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},0\right)$，$\overrightarrow{AP}=(0,0,1)$，

有$\begin{cases}\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{m}=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y=0,\\ \overrightarrow{AP}\cdot\boldsymbol{m}=z=0,\end{cases}$ 取 $x=3$，$y=-1$，$z=0$，可得平面 $APFE$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(3,-1,0)$. …

……………………………………………………………………………………… 9 分

设平面 CPQ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(a,b,c)$，

由$\overrightarrow{CP}=(-1,-1,1)$，$\overrightarrow{PQ}=(0,2,1)$，

有$\begin{cases}\overrightarrow{CP}\cdot\boldsymbol{n}=-a-b+c=0,\\ \overrightarrow{AP}\cdot\boldsymbol{n}=2b+c=0,\end{cases}$ 取 $a=3$，$b=-1$，$c=2$，可得平面 CPQ 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(3,-1,2)$. ………

……………………………………………………………………………………… 10 分

设平面 PAC 与平面 CPQ 所成锐二面角为 θ，

由 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=10$，$|\boldsymbol{m}|=\sqrt{10}$，$|\boldsymbol{n}|=\sqrt{14}$，有 $\cos\theta=\frac{10}{\sqrt{10}\times\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{35}}{7}$，

故平面 $APFE$ 与平面 CPQ 所成锐二面角的余弦值为$\frac{\sqrt{35}}{7}$. ………………………… 12 分

20.解：(1)设得分不低于 15 分为事件 A，

则 $P(A)=\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+C_2^1\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{55}{108}$；……

……………………………………………………………………………………… 4 分

(2)易知 X 的取值可能为 0，5，10，15，20， ……………………………………… 5 分

则 $P(X=0)=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{108}$， ………………………………………… 6 分

$P(X=5)=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+C_2^1\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{23}{216}$， ……………… 7 分

$P(X=10)=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+C_2^1\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+C_2^1\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{81}{216}=\frac{3}{8}$,

…………………………………………………………………………………………………… 9 分

$P(X=15)=C_2^1\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{85}{216}$， ………………… 10 分

$P(X=20)=\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{25}{216}$， ……………………………………………………………… 11 分

则 X 的分布列为

X	0	5	10	15	20
P	$\frac{1}{108}$	$\frac{23}{216}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{85}{216}$	$\frac{25}{216}$

……………………………………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1)由题意可知，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为椭圆 C 过点 $\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，所以 $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$， ………………………………………………… 2 分

又因为 $a^2=b^2+c^2$，解得 $a=2,b=1$，

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$； ………………………………………………………………… 4 分

(2)由(1)可知，$A(-2,0)$，$B(0,1)$，且 $M\left(\frac{t}{2},0\right)$，$N(0,t)$，

则 $k_{AN}=\frac{t}{2}$，$k_{BM}=\frac{-1}{\frac{t}{2}}=-\frac{2}{t}$，所以 $k_{AN}\cdot k_{BM}=-1$，……………………………………………… 5 分

设 AN 的斜率为 k，则 AN：$y=k(x+2)$，BM：$y=-\frac{1}{k}x+1$， ………………………………… 6 分

将直线 AN 与椭圆 C 的方程联立，$\begin{cases}y=k(x+2)\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，

消去 y，整理得 $(4k^2+1)x^2+16k^2x+16k^2-4=0$，

因为 $x_A=-2$，且 $x_A\cdot x_P=\frac{16k^2-4}{4k^2+1}$，所以 $x_P=\frac{-8k^2+2}{4k^2+1}$，则 $|AP|=|x_P+2|\sqrt{k^2+1}=\frac{4\sqrt{k^2+1}}{4k^2+1}$，………

…………………………………………………………………………………………………… 8 分

将直线 BM 与椭圆 C 的方程联立，$\begin{cases}y=-\frac{1}{k}x+1\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，消去 y，整理得 $(k^2+4)x^2-8kx=0$，

因为 $x_B=0$，且 $x_B+x_Q=\frac{8k}{k^2+4}$，所以 $x_Q=\frac{8k}{k^2+4}$，

则 $|BQ|=|x_Q|\sqrt{\frac{1}{k^2}+1}=\frac{8\sqrt{k^2+1}}{k^2+4}$， ……………………………………………………………… 10 分

由题意可知，$\frac{4\sqrt{k^2+1}}{4k^2+1}=\frac{8\sqrt{k^2+1}}{k^2+4}$，解得 $k=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$，

又因为 $k=\frac{t}{2}$，所以 $t=\pm\frac{2\sqrt{14}}{7}$，则直线 l 的方程为 $y=-2x\pm\frac{2\sqrt{14}}{7}$. ………………………………… 12 分

22. 解：(1) 当 $a=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)=\ln x-\frac{x^2}{e}+ex$，则 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2x}{e}+e$，

所以 $f(e)=e^2-e+1$，$f'(e)=e+\frac{1}{e}-2$， ………………………………………………………… 2 分

所以切线方程为 $y=(e+\frac{1}{e}-2)(x-e)+e^2-e+1=(e+\frac{1}{e}-2)x+e$；………………………………… 3 分

(2) $f'(x)=\frac{1}{x}-2ax+\frac{1}{a}=\frac{-2a^2x^2+x+a}{ax}$，设 $g(x)=-2a^2x^2+x+a$，

因为 $g(0)=a>0$，$-2a^2<0$，所以存在 $x_0>0$，使得 $g(x_0)=0$，即 $f'(x_0)=0$，

列表可知(表略)，$f(x)$ 在 $x=x_0$ 时取得极大值，……………………………………………………… 4 分

因为 $x_0<\sqrt{e}$，所以 $g(\sqrt{e})=-2ea^2+a+\sqrt{e}<0$，解得 $a>\frac{1+\sqrt{1+8e\sqrt{e}}}{4e}$， ……………………………… 5 分

因为 $-2a^2x_0^2+x_0+a=0$，所以 $2ax_0^2=\frac{x_0}{a}+1$，…………………………………………………… 6 分

所以 $f(x_0)=\ln x_0-ax_0^2+\frac{1}{a}x_0=\ln x_0+\frac{x_0}{2a}-\frac{1}{2}>0$，有 $\frac{x_0-a(1-2\ln x_0)}{2a}>0$ ………………………… 7 分

且 $f(x_0)=\ln x_0-ax_0^2+\frac{1}{a}x_0=\ln x_0+ax_0^2-1>0$，有 $ax_0^2>1-\ln x_0$ …………………………… 8 分

因为 $x_0<\sqrt{e}$，所以 $1-2\ln x_0>0$，即 $\frac{1-\ln x_0}{x_0^2}<a<\frac{x_0}{1-2\ln x_0}$，

即 $\frac{1-\ln x_0}{x_0^2}<\frac{x_0}{1-2\ln x_0}$，整理得 $x_0^3-2\ln^2 x_0+3\ln x_0-1>0(x_0\in(0,\sqrt{e}))$，………………………… 10 分

设 $h(x)=x^3-2\ln^2 x+3\ln x-1(x\in(0,\sqrt{e}))$，则 $h'(x)=3x^2-\frac{4\ln x}{x}+\frac{3}{x}=\frac{3x^3-4\ln x+3}{x}$，

因为 $-4\ln x+3>0(x\in(0,\sqrt{e}))$，所以 $3x^3-4\ln x+3>0$，所以 $h'(x)>0$，即 $h(x)$ 单调递增，

因为 $h(1)=0$，所以 $h(x_0)>0$ 的解集为 $x_0\in(1,\sqrt{e})$，

则 $g(1)=-2a^2+a+1>0$，解得 $a<1$，

综上，$a\in\left(\frac{1+\sqrt{1+8e\sqrt{e}}}{4e},1\right)$. ………………………………………………………… 12 分