# 2021—2022 学年高三总复习阶段性检测考试
## 数学(文)参考答案

1.【答案】C

【解析】依题意,$A=\{x|y=\sqrt{x-3}\}=\{x|x\geqslant 3\}$;而$\complement_U A=\{x|x<3\}$,故$(\complement_U A)\cap B=\{1,2\}$,故选 C.

2.【答案】B

【解析】依题意,$3\times(-4)=(\lambda-3)\times(-1)$,解得$\lambda=15$,故选 B.

3.【答案】A

【解析】依题意,$a_5^2=a_3a_7=75$,又$a_3$,$a_5$同号,故$a_5=5\sqrt{3}$,故选 A.

4.【答案】C

【解析】若使用图(2)所示的部降尺,能够一次性测量的长度数据只有 8(9－1＝8),其余 3 个数据均无法一次性测量,故选 C.

5.【答案】B

【解析】设圆锥的底面半径为$r$,母线为$l$,则有$\pi rl=4\pi r=8\pi$,解得$r=2$,故圆锥的高$h=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$,故所求体积$V=\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 2\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$,故选 B.

6.【答案】D

【解析】依题意,$\frac{a^2+b^2+1}{ab}+4ab=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+\frac{1}{ab}+4ab\geqslant 2\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}}+2\sqrt{\frac{1}{ab}\cdot 4ab}=6$,当且仅当$a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$时等号成立,故选 D.

7.【答案】A

【解析】依题意,$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=16+|\boldsymbol{b}|^2-4|\boldsymbol{b}|=28$,故$|\boldsymbol{b}|^2-4|\boldsymbol{b}|-12=0$,解得$|\boldsymbol{b}|=6$,故$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos 120^\circ=-12$,故选 A.

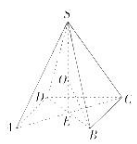
8.【答案】A

【解析】依题意,$f(-x)=2\sin 2(-x)+\sin 4(-x)=-2\sin 2x-\sin 4x=-f(x)$,故$f(x)$为奇函数,图象关于原点对称,排除 D;令$f(x)=0$,即$2\sin 2x+\sin 4x=2\sin 2x+2\sin 2x\cos 2x=0$,故$2\sin 2x(1+\cos 2x)=0$,则$\sin 2x=0$或$1+\cos 2x=0$,因为$x\in[-\pi,\pi]$,故由$\sin 2x=0$得$x=0$或$\pm\frac{\pi}{2}$或$\pm\pi$,由$1+\cos 2x=0$得$x=\pm\frac{\pi}{2}$,故$f(x)$在$[-\pi,\pi]$内有 5 个零点,排除 B;而$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2>0$,排除 C,故选 A.



9.【答案】D

【解析】由三视图可知,该几何体为正四棱锥,作出图形如图所示,设其外接球的球心为$O$,半径为$R$,由$OB^2=OE^2+BE^2$,故$R^2=(7-R)^2+8$,解得$14R=57$,故$R=\frac{57}{14}$,故选 D.




10.【答案】C

【解析】令$f(x)=0$,则$m=4^x-\frac{1}{x}=g(x)$,易知函数$g(x)$在$(-\infty,-1)$上单调递增,而当$x\to-\infty$时,$g(x)\to 0$,且$g(-1)=\frac{5}{4}$,故实数$m$的取值范围为$\left(0,\frac{5}{4}\right)$,故选 C.

$-\infty$时，$g(x)\to 0$，且$g(-1)=\frac{5}{4}$，故实数$m$的取值范围为$\left(0,\frac{5}{4}\right)$，故选C.

11.【答案】C

【解析】根据题意，$|MN|=\left|2\cos\frac{1}{2}a-2\sin\frac{1}{2}a\right|=\left|-2\sqrt{2}\left(\sin\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right|=2\sqrt{2}\left|\sin\left(\frac{a}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right|$，故当$\frac{5\pi}{2}<a<\frac{9\pi}{2}$时，$\frac{5\pi}{4}<\frac{a}{2}<\frac{9\pi}{4}$，$\pi<\frac{a}{2}-\frac{\pi}{4}<2\pi$，故当$\frac{a}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$时，$|MN|$有最大值$2\sqrt{2}$，故选C.

12.【答案】B

【解析】设$B(x,y)$，$A(x_0,y_0)$，则$(x_0,y_0)+(2,0)=(2x,2y)$，则$x_0=2x-2$，$y_0=2y$，故$(2x-2+2)^2+(2y-4)^2=4$，整理可得$x^2+(y-2)^2=1$，故此渐近线与圆$x^2+(y-2)^2=1$有交点，故当渐近线与圆相切时，离心率最小，此时$d=\frac{|-2a|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$，即$\frac{2a}{c}=1$，故$e=\frac{c}{a}=2$，故离心率的最小值为2，故选B.

13.【答案】2

【解析】依题意，$f(\lambda)=\frac{10}{\lambda+1}=2$，解得$\lambda=4$，故$f(2)=\log_a 2+4=3$，解得$a=\frac{1}{2}$，从而$a\lambda=\frac{1}{2}\times 4=2$.

14.【答案】$-54$或36

【解析】依题意，圆心$C(3,1)$到$l$的距离为$\frac{|12-3+t|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|9+t|}{5}$，则$|MN|_{\max}=\frac{|9+t|}{5}-2=7$，解得$t=-54$或36.

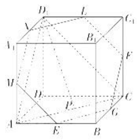


15.【答案】$-1$

【解析】设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，故$\begin{cases}\frac{x_1^2}{3}+\frac{y_1^2}{2}=1,\\ \frac{x_2^2}{3}+\frac{y_2^2}{2}=1,\end{cases}$两式相减可得$\frac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{3}+\frac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{2}=0$，则$\frac{x_1-x_2}{3}+\frac{y_1-y_2}{3}=0$，故$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-1$.

16.【答案】$\sqrt{6}$

【解析】依题意，$6AB^2=24$，故$AB=2$，分别取$AB$，$BC$，$CC_1$的中点$E$，$G$，$F$，则平面$LMN$即为平面$LNMEGF$，易知平面$D_1AC$∥平面$LNMEGF$，故点$P$在直线$AC$上运动时，满足$D_1P$∥平面$LMN$，又$\triangle ACD_1$是等边三角形，故当$P$是$AC$的中点时，$D_1P\perp AC$，线段$D_1P$的长度取得最小值$\frac{\sqrt{3}}{2}AC=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{6}$.




17. 解：(1)依题意，$\frac{600+500}{600+500+a}=\frac{11}{14}$，解得$a=300$.(3分)

(2)高一抽取4人，记为$\{a,b,c,d\}$，高三抽取2人，记为$\{A,B\}$，

则从6人中任取2人的所有情况为$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{a,d\}$，$\{a,A\}$，$\{a,B\}$，$\{b,c\}$，$\{b,d\}$，$\{b,A\}$，$\{b,B\}$，$\{c,d\}$，$\{c,A\}$，$\{c,B\}$，$\{d,A\}$，$\{d,B\}$，$\{A,B\}$，共15种.(6分)

其中满足条件的为$\{a,A\}$，$\{a,B\}$，$\{b,A\}$，$\{b,B\}$，$\{c,A\}$，$\{c,B\}$，$\{d,A\}$，$\{d,B\}$，$\{A,B\}$，共9种.(8分)

故所求概率$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.(10分)

18. 解：若选①：

依题意，$\{S_n\}$是等比数列，设公比为$q$，而$S_1=2$，$S_2=6$，故$q=\frac{S_2}{S_1}=3$，则$S_n=2\cdot 3^{n-1}$；(4分)

当$n\geqslant 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2\cdot 3^{n-1}-2\cdot 3^{n-2}=4\cdot 3^{n-2}$，

故 $a_n=\begin{cases}2, n=1,\\4\cdot 3^{n-2}, n\geqslant 2.\end{cases}$（12 分）

若选②：

因为 $a_{n+1}=2a_n-5$，故 $a_{n+1}-5=2(a_n-5)$，故 $\{a_n-5\}$ 是以 2 为公比的等比数列，（4 分）

又 $a_1-5=-3$，

故 $a_n-5=-3\cdot 2^{n-1}$，则 $a_n=5-3\cdot 2^{n-1}$；（7 分）

故 $S_n=5n-3\cdot\dfrac{1-2^n}{1-2}=5n-3\cdot 2^n+3$.（12 分）

若选③：

依题意，$a_n-a_{n-1}=4^{n-2}$，…，$a_2-a_1=4^0$，

累加可得，$a_n=\dfrac{4^{n-1}-1}{3}+2=\dfrac{4^{n-1}+5}{3}$；（6 分）

故 $S_n=\dfrac{5n}{3}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1-4^n}{1-4}=\dfrac{4^n+15n-1}{9}$.（12 分）

19. 解：（1）依题意，$\tan\left(C+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\tan C+1}{1-\tan C}=3$，解得 $\tan C=\dfrac{1}{2}$，（2 分）

而 $\begin{cases}\dfrac{\sin C}{\cos C}=\dfrac{1}{2},\\ \sin^2C+\cos^2C=1,\end{cases}$ 解得 $\sin C=\dfrac{\sqrt5}{5}$，$\cos C=\dfrac{2\sqrt5}{5}$，（4 分）

由正弦定理得 $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，故 $c=\dfrac{b\sin C}{\sin B}=\sqrt{10}$.（6 分）

（2）由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，故 $a^2-2\sqrt5a-15=0$，（8 分）

解得 $a=3\sqrt5$ 或 $a=-\sqrt5$（舍去），（9 分）

故△$ABC$ 的面积 $S=\dfrac12 ac\sin B=\dfrac12\times3\sqrt5\times\sqrt{10}\times\dfrac{\sqrt2}{2}=\dfrac{15}{2}$.（12 分）

20. （1）证明：连接 $AC$ 交 $BD$ 于 $O$，连接 $ON$，

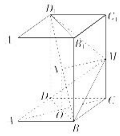
因为 $N$ 为线段 $BD_1$ 的中点，所以 $ON\parallel DD_1$ 且 $ON=\dfrac12 DD_1$；（1 分）

又因为 $M$ 为线段 $CC_1$ 的中点，$CC_1\parallel DD_1$，所以 $CM\parallel DD_1$ 且 $CM=\dfrac12 DD_1$，（2 分）

所以 $ON\parallel CM$ 且 $ON=CM$，所以四边形 $ONMC$ 为平行四边形，故 $OC\parallel NM$，（3 分）

在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $DD_1\perp$ 平面 $ABCD$，

又 $OC\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $DD_1\perp OC$，（4 分）




(2)解:因为$\angle ABC=120°$,所以$\angle DAB=60°$,故$\triangle ABD$,$\triangle CBD$为等边三角形.

又$AA_1=\frac{3}{2}AB=6$,故$AB=4$,

故$BD=BC=DC=4$.(7分)

由$CC_1=AA_1=6$,易知$BM=DM=5$,故$S_{\triangle BDM}=2\sqrt{21}$以及$S_{\triangle BDD_1}=12$.(9分)

设点$D_1$到平面$BDM$的距离为$h$,连接$D_1M$,由(1)可知,$MN=CO=2\sqrt{3}$,

而$V_{三棱锥M-BDD_1}=V_{三棱锥D_1-BDM}$,得$\frac{1}{3}\times 12\times 2\sqrt{3}=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{21}\cdot h$,解得$h=\frac{12\sqrt{7}}{7}$,

故点$D_1$到平面$BDM$的距离为$\frac{12\sqrt{7}}{7}$.(12分)

21.解:(1)依题意,$A\left(\frac{1}{2},0\right)$为$C$的焦点,(1分)

故$|MA|=\frac{9}{2}=x_M+\frac{1}{2}$,解得$x_M=4$,故$y_M^2=8$,则$y_M=\pm 2\sqrt{2}$,

故点$M$的坐标为$(4,2\sqrt{2})$或$(4,-2\sqrt{2})$.(4分)

(2)设直线$MN$的方程为$x=ky+a$,

联立$\begin{cases}y^2=2x,\\x=ky+a,\end{cases}$得$y^2-2ky-2a=0$,(6分)

设$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,$\Delta=4k^2+8a>0$,由$\begin{cases}y_1+y_2=2k\\y_1y_2=-2a\end{cases}$知$\begin{cases}x_1+x_2=2k^2+2a\\x_1x_2=a^2\end{cases}$,(8分)

$$\cos\angle MON=\frac{\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}|\cdot|\overrightarrow{ON}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{(x_1^2+2x_1)(x_2^2+2x_2)}}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1x_2[x_1x_2+2(x_1+x_2)+4]}}$$

$$=\frac{a^2-2a}{a\sqrt{a^2+4k^2+4a+4}}=-\frac{1}{2},(10分)$$



所以$a^2-2a<0$且$4(a-2)^2=a^2+4k^2+4a+4$,

$\therefore\begin{cases}0<a<2\\3a^2-20a+12=4k^2\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow 0<a\leqslant\frac{2}{3}$,故实数$a$的取值范围为$\left(0,\frac{2}{3}\right]$.(12分)

22.解:(1)依题意$f(x)=x-2\sin x-1$,

所以$f'(x)=1-2\cos x$,

故$f(0)=-1$,$f'(0)=-1$,

所以曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$y=-x-1$.(4分)

(2)依题意$g(x)=x^2+f(x)-ax=x^2-a-2\sin x$,则$g'(x)=2x-2\cos x$,(5分)

当$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right)$时,$g'(x)>0$,所以$g(x)$在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right)$上单调递增;(6分)

当$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时,设$h(x)=g'(x)=2x-2\cos x$,

此时$h'(x)=2+2\sin x>0$,所以$g'(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增,(7分)

又$g'(0)=-2<0$,$g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi>0$,

所以存在$x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,使得$g'(x_0)=0$,且$g(x)$在$(0,x_0)$上单调递减,在$\left[x_0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增.(8分)

综上所述,$g(x)$在$(0,x_0)$上单调递减,在$(x_0,\pi)$上单调递增.(9分)

又$g(0)=-a<0$,所以当$g(\pi)=\pi^2-a>0$,即$a<\pi^2$时,$g(x)$有唯一零点在区间$(x_0,\pi)$上,当$g(\pi)=\pi^2-a\leqslant 0$,即$a\geqslant\pi^2$时,$g(x)$在$(0,\pi)$上无零点;

故当$0<a<\pi^2$时,$g(x)$在$(0,\pi)$上有1个零点;

当$a\geqslant\pi^2$时,$g(x)$在$(0,\pi)$上无零点.(12分)

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。