高二数学参考答案

一、选择题

BCDA　CBDC

二、多选题

9.BC　10.ACD　11.BC　12.AC

三、填空题

13. $\sqrt{7}$　14. $[3,5)$　15. $\sqrt{2}$　16. $\frac{4}{17}$

17.答案：17.解：（1）取 PD 的中点 E,连接 AE,NE,
又 N 为 PC 的中点，M 为 AB 的中点

$\therefore EN//CD$,EN=$\frac{1}{2}$CD　又 $AM//CD, AM=\frac{1}{2}CD$

$\therefore AM//EN$,AM=$\frac{1}{2}$EN

所以四边形 AMNE 为平行四边形，所以 $MN//AE$　2 分

$PA\perp$平面$ABCD$　∴ PA⊥CD　又 CD⊥AD

∴ CD⊥平面 PAD　∴ CD⊥AE

又 PA=AD,E 为 PD 的中点，　∴ AE⊥PD

∴ AE⊥平面 PCD　∴ MN⊥平面 PCD　5 分

（2）以 A 为原点，分别以 AB,AD,AP 为 x 轴，y 轴,z 轴建立空间坐标系

则 P(0，0，2)，C(2，2，0)，M(1,0，0)

平面 PCM 的法向量$\overrightarrow{n_1}=(2,-1,1)$　平面 ABCD 的法向量$\overrightarrow{n_2}=(0,0,1)$　8 分

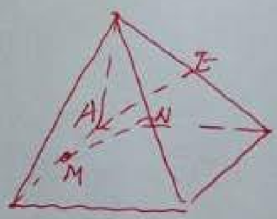
COS$<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\geq\frac{1}{\sqrt{6}\times1}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

∴平面 MPC 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$　10 分

第17题：① 坐标法基本分 2分
$\overrightarrow{MN}=(0,1,1)$ 1分 } 5分
PCD 法向量 (0,1,1) 2分
[或有 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{PC}=0$，$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{PD}=0$ 2分]

② PMC法向量 (2,-1,1) - - - - 2分
底法向量 (0,0,1) - - - - 1分 } 5分
$\frac{\sqrt{6}}{6}$ - - - - 2分

17 ① 传统方法：
有 AE // MN 2分
有 AE ⊥ PCD 3分



18.

18 18.得到：$\cos^2\frac{A-B}{2}=\frac{1+\cos(A-B)}{2}$ ....2 分

算得 $\therefore\cos(A+B)=-\frac{1}{2}$ ....2 分

进而 $\therefore\cos C=-\cos(A+B)=\frac{1}{2},\therefore C=\frac{\pi}{3}$ ....2 分

(2)由（1）及余弦定理得：$a^2+b^2=4+ab\ge 2ab,\therefore ab\le 4$ ....2 分

$\therefore S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C\le\sqrt{3}$，当且仅当$a=b$时等号成立 ....2 分（含当且仅当 1分）

设AB边上的高为h，又 $\because S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}c\cdot h=h,\therefore h\le\sqrt{3}$. ....2 分

备注：（2）问：

画 ΔABC 外接圆，当 ΔABC 为正三角形时，AB 边上高最大，最大值为 $\sqrt{3}$ ....3 分

19.

19. (1) $g(x)=3^x$ …… 2分

$f(x)=\dfrac{1-3^x}{1+3^x}$ …… 3分

(2) $f(x)=-1+\dfrac{2}{3^x+1}$ 在R上递减 …… 2'

$f(x)$ 为奇 $\Rightarrow f(t^2+2t+k)>f(2t^2-2t+5)$ …… 1'

$f(x)$ 递减 $\Rightarrow t^2+2t+k<2t^2-2t+5$ …… 1'

$\therefore k<t^2-4t+5=(t-2)^2+1=h(t)$ 对 $t\in[0,5)$ 恒成立

…… 1'

$\therefore k<h(t)_{min}=1$ 即 $k\in(-\infty,1)$ …… 2'

20.（1）利用每组小矩形的面积之和为 1 可得，

$0.005+0.010+0.020+a+0.025+0.010\ \times 10=1$，解得 $a=0.030$ ……….2 分

（2）成绩落在 $[40,80)$ 内的频率为 $(0.005+0.010+0.020+0.030)\times 10=0.65$，

落在 $[40,90)$ 内的频率为 $(0.005+0.010+0.020+0.030+0.025)\times 10=0.9$，

设第 75 百分位数为 m，由 $0.65+(m-80)\times 0.025=0.75$，得 $m=84$，故第 75 百分位数为 84;

…………4 分（式子列出 2 分，答案 2 分）

（3）由图可知，成绩在 $[50,60)$ 的市民人数为 $100\times 0.1=10$，

成绩在 $[60,70)$ 的市民人数为 $100\times 0.2=20$，故 $\bar{z}=\dfrac{10\times 56+20\times 65}{30}=62$；………2 分

由样本方差计算总体方差公式可得总方差为

$s^2=\dfrac{1}{30}\left\{10\left[7+(56-62)^2\right]+20\left[4+(65-62)^2\right]\right\}=23$ ……………4 分（公式写对 2 分，答案 2 分）

21.

21.解:（Ⅰ）算对圆 C 方程 $x^2+(y+1)^2=4$，直接给 4 分；

若圆 C 方程有误，$a=-1$，给 2 分，若 a 不对，但有 $|a+3|=\sqrt{a^2+3}$，给 1 分，

半径对给 2 分

其中（ⅰ）若设点斜式方程，并验证斜率不存在也符合，正确的给 4 分；

联立方程与韦达定理合计 2 分；

（ⅰ）若只用圆切割线定理，得到正确结果，给 2 分

（ⅱ）$|QA|^2+|QB|^2=\dfrac{4(t-1)}{1+t^2}+14$ ………………2 分

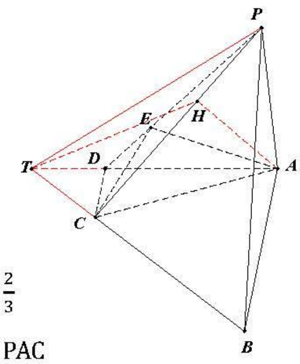
利用基本不等式求最大值，正确给 2 分；

（ⅱ）方法二：设 AB 中点为 $D(x_0,y_0)$，

利用中线公式：$|QA|^2+|QB|^2=2(|QD|^2+|AD|^2)=4y_0+14==\dfrac{4(t-1)}{1+t^2}+14$ ……2 分

方法二：记 $s=\dfrac{4(t-1)}{1+t^2}+14\Leftrightarrow$ 关于 t 的方程 $(s-14)t^2-4t+s-10=0$ 有实数根，利用

$\Delta\ge0\Rightarrow s_{\max}=12+2\sqrt{2}$ ………………2 分（未验证 $s=14$ 即 $t=1$ 扣 1 分）



22.(1)$\overrightarrow{PE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{PD}$时，PB//平面ACE，证明如下：

连接 BD，BD 与 AC 交于 O 点，因为$\frac{OD}{OB}=\frac{DE}{EP}=\frac{1}{3}$，所以

PB//OE，OE ⊂ 面 ACE，PB//平面ACE.

(2)直线AD与平面PBC所成的角的正弦为$\frac{2}{3}$，取$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

则AD//CF，所以直线CF与平面PBC所成的角记作 θ，则 Sin θ $=\frac{2}{3}$

易证AC ⊥ BC，结合PA ⊥ BC，得BC ⊥ 面 PAC，所以面PBC ⊥ 面 PAC

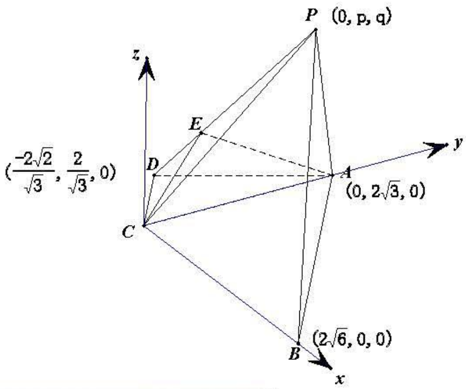
作 AH⊥ 交线 BC于点 H，则 AH⊥ 面 PBC，设 AH=3t，则点 F 到面 PBC 的距离为 2t

Sin θ $=\frac{2t}{CF}=\frac{2t}{2\sqrt{2}}=\frac{2}{3}$，所以 t=$\frac{2}{3}\sqrt{2}$，所以 AH=$2\sqrt{2}$，cos∠ACH $=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

在锐角三角形PAC中，PA=$\sqrt{PC^2+AC^2-2PC\cdot AC\cdot\cos\angle ACP}=2\sqrt{3}$

法二：如图所示，$\angle ATH$即为所求

法三：如图建系



$\overrightarrow{DA} = \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3}, 0\right)$，面PBC的法向量为$(0, -q, p)$，

直线AD与平面PBC所成的角记作 θ，

则 Sin θ $= \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}q}{2\sqrt{2}\sqrt{p^2+q^2}} = \frac{2}{3}$，得$q^2 = 2p^2$，

$PC = 4$，$q^2 + p^2 = 16$

解得$p = \frac{4\sqrt{3}}{3}$，$q = \frac{4\sqrt{6}}{3}$，所以 PA=$2\sqrt{3}$

22 第一问：$\lambda = \frac{3}{4}$ ---2分

取AC与BD交点O 连OE ---2分 } 6分

写出 OE∥PB ---2分

第二问：

传统方法：

有 BC⊥PAC ---2分

有 P到底面距离$d = \frac{4}{3}\sqrt{6}$ ---2分 } 6分

答案 $2\sqrt{3}$ ---2分

坐标法：

BC⊥PAC ---2分

建系过程 ---1分

答案 $2\sqrt{3}$ ---3分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。