

龙岩市 2022 ~ 2023 学年第一学期期末高二教学质量检查

数 学 试 题

(考试时间: 120 分钟 满分 150 分)

注意事项:

1. 考生将自己的姓名、准考证号及所有的答案均填写在答题卡上.
2. 答题要求见答题卡上的“填涂样例”和“注意事项”.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求. 请把答案填涂在答题卡上.

1. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = -2$, 且 $a_1 + a_3 + a_5 = 39$, 则此数列前 6 项和等于
A. 72 B. 74 C. 76 D. 78
2. “直线 $2x + ay - 3 = 0$ 与直线 $ax + 2y + 5 = 0$ 相互平行” 是 “ $a = 2$ ” 的
A. 充分必要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 在中国农历中, 一年有 24 个节气, “立春” 居首. 北京 2022 年冬奥会开幕正逢立春, 开幕式上 “二十四节气” 的倒计时让全世界领略了中华智慧. 容融同学要从 24 个节气中随机选取 3 个介绍给外国朋友, 则这 3 个节气中含有 “立春” 的选法种数为
A. 2024 B. 1771
C. 276 D. 253
4. 2000 多年前, 我国的思想家墨子给出圆的概念: “一中同长也”. 意思是说, 圆有一个圆心, 圆心到圆周的长都相等, 这个定义比希腊数学家欧几里得给圆下定义要早 100 年. 已知 O 为原点, $|OP| = \frac{1}{2}$, 若 $M(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则线段 PM 长的最大值为
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{4}$
5. 为弘扬我国古代的 “六艺文化”, 某校计划在社会实践中开设 “礼”、“乐”、“射”、“御”、“书”、“数” 六门体验课程, 每天开设一门, 连续开设 6 天, 则
A. 从六门课程中选两门的不同选法共有 30 种
B. 课程 “书” 不排在第三天的不同排法共有 720 种
C. 课程 “礼”、“数” 排在不相邻两天的不同排法共有 288 种
D. 课程 “乐”、“射”、“御” 排在不都相邻的三天的不同排法共有 576 种
6. 设 $a \in \mathbb{N}$, 且 $a < 17$, 若 $52^{2022} + a$ 能被 17 整除, 则 a 等于
A. 0 B. 1 C. 13 D. 16

高二数学 第 1 页 (共 4 页)

座号
姓名
班级
学校

7. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 过 F 且斜率为 $\frac{b}{3a}$ 的直线交双曲线于点 $A(x_1, y_1)$, 交双曲线的渐近线于点 $B(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < 0 < x_2$. 若 $|FB| = 3|FA|$, 则双曲线的离心率是

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{2}$

8. 记 S_n 是各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 4$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \sqrt{S_n}$, 且 $a_n = 2(b_n + b_{n-1}) (n \geq 2)$ 则下列选项错误的是

- A. $a_n = 8n - 4$ B. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k} < \frac{7}{16}$
C. 数列 $\{(\frac{7}{9})^{\frac{1}{2}b_n} a_n\}$ 的最大项为 $\frac{6860}{729}$ D. $\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} < \frac{1}{4}$

二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分. 请把答案填涂在答题卡上.

9. 下列说法正确的有

- A. 直线 $l: (m+1)x + (m-1)y - 2m = 0$ 恒过定点 $(1,1)$
B. 方程 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - m = 0$ 表示圆
C. 圆 $x^2 + y^2 = 16$ 与圆 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ 有两条公切线
D. 圆 $x^2 + y^2 = 16$ 上有且只有三点到直线 $l: x - y + 2\sqrt{2} = 0$ 的距离等于 2

10. 在《增删算法统宗》中有如下问题: “三百七十八里关, 初行健步不为难; 次日脚痛减一半, 六朝才得到其关”, 其意思是: “某人到某地需走 378 里路, 第一天健步行走, 从第二天起脚痛每天走的路程为前一天的一半, 走了 6 天才到达目的地”, 则

- A. 此人第二天走的路程占全程的 $\frac{1}{4}$
B. 此人第三天走走了 48 里路
C. 此人第一天走的路程比第四天走的路程多 144 里
D. 此人第五天和第六天共走了 18 里路

11. 已知 O 为坐标原点, 点 $A(2,1)$ 在抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 上, 过点 $B(0,-1)$ 的直线交 C 于 P, Q 两点, 则

- A. C 的焦点为 $(0,2)$ B. 直线 AB 与 C 相切
C. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 为定值 D. $|BP| \cdot |BQ| > |BA|^2$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{2n} - a_{2n-1} = 4n - 3$, $a_{2n} + a_{2n+1} = 4n - 1$, 若数列 $\{a_n\}$ 的前 50 项和为 1275, 则

- A. $a_1 + a_2 = 2$
B. $a_3 = 1$
C. $a_1 + a_3, a_5 + a_7, \dots, a_{45} + a_{47}$ 是常数数列
D. $a_2 + a_4, a_6 + a_8, \dots, a_{46} + a_{48}$ 是等差数列

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 若直线 $4ax + y = 1$ 与直线 $x + (1-a)y = -1$ 互相垂直，则 $a =$ _____.

14. 在 $(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}})^n$ 的展开式中，前三项的系数成等差数列，则展开式中含 x 项的系数为 _____.

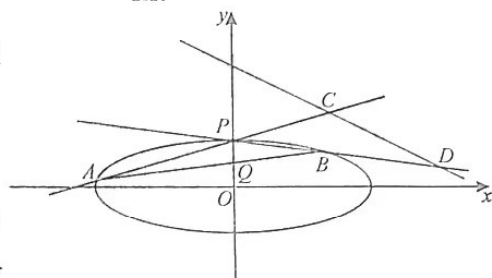
15. 在递增的等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_6 = 2\sqrt{3}$ ， $a_3 + a_9 = 8$ ，则 $\frac{a_{2024}}{a_{2021}} =$ _____.

16. 如图，已知椭圆 $\frac{x^2}{12} + y^2 = 1$. 设 A, B 是椭圆上

异于 $P(0,1)$ 的两点，且点 $Q(0, \frac{1}{2})$ 在线段 AB 上，

直线 PA, PB 分别交直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 于 C, D

两点，点 P 到椭圆上点的距离的最大值为 _____； $|CD|$ 的最小值为 _____.



(第16题图)

四、解答题：本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分)

已知圆 C 的圆心在 x 轴上，且经过 $A(-1,1)$ 和 $B(3,3)$ 两点.

(1) 求圆 C 的方程；

(2) 过点 $P(7,5)$ 的直线 m 被圆 C 截得的弦长为6，求直线 m 的斜率.

18. (本小题满分12分)

在① a_1, a_4, a_{25} 成等比数列，② $S_5 = a_{13}$ ，③ 数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 的前10项和为55 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并解答问题.

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，公差 $d = 2$ ，且 _____.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前100项和.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19. (本小题满分12分)

已知 $(a - 2x)^7 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \dots + a_7(x-1)^7$ ，其中 $a > 0$ ，且 x^3 的系数是 -22680 .

(1) 求 a 的值；

(2) 计算：(i) $(a_0 + a_2 + a_4 + a_6) \cdot (a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$ ；

(ii) $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \dots + |a_7|$.

(以上结果可保留幂的形式)

20. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, $|MF_1| + |MF_2| = 2\sqrt{2}$, 点 M 的轨迹为 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 是否存在过点 F_1 的直线 l 与曲线 C 交于不同的两点 A 、 B , 满足 $S_{\triangle OAB} = \frac{2}{3}$. 若存在, 求直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

“绿水青山就是金山银山”, 治理垃圾是改善环境的重要举措之一. 去年某地区产生的垃圾排放量为 300 万吨, 通过扩大宣传、环保处理等一系列治理措施, 预计从今年开始, 连续 6 年, 每年的垃圾排放量比上一年减少 10 万吨, 从第 7 年开始, 每年的垃圾排放量为上一年的 90%.

(1) 求该地区从今年开始的年垃圾排放量 a_n 关于治理年数 n ($n \in \mathbb{N}^*$) 的函数解析式;

(2) 该地区要实现“年垃圾排放量不高于 150 万吨”这一目标, 那么至少要经过多少年?

(3) 设 T_n 为从今年开始 n 年内的年平均垃圾排放量. 如果年平均垃圾排放量呈逐年下降趋势, 则认为现有的治理措施是有显著效果的; 否则, 认为无显著效果, 试判断现有的治理措施是否有显著效果, 并说明理由.

(参考数据: $0.9^3 = 0.729$, $0.9^4 = 0.6561$, $0.9^5 = 0.59049$, $0.9^6 = 0.531441$)

22. (本小题满分 12 分)

已知 $F(4,0)$ 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a > 0, b > 0)$ 的右焦点, 点 $A(4,6)$, $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 在 C 上.

(1) 若直线 AP , AQ 的斜率之和为 0, 求直线 PQ 的斜率;

(2) 若 $x_1 > x_2 > 0$, $y_1 > 0$, 过 F 的直线 l 与 C 的两条渐近线分别交于 M , N 两点, $PQ \parallel MN$, 过 P 且斜率为 $-\sqrt{3}$ 的直线与过 Q 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交于点 G , 若 $|GM| = |GN|$, 求证: G , M , N 三点共线.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线