2023届高三第二次联考
理科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	B	B	A	A	C	B	D	B	D	D

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．-1　　14．80　　15．$[1-2\sqrt{2},1+2\sqrt{2}]$　　16．228π

三、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）

解：（1）$\because a\sin A+4b\sin C\cos^2 A=b\sin B+c\sin C$，

$\therefore a^2+4bc\cos^2 A=b^2+c^2$，$\therefore 4bc\cos^2 A=b^2+c^2-a^2$，　　……2分

$\therefore 2\cos^2 A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\cos A$，　　……4分

又$\because A\neq\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \cos A=\dfrac{1}{2}$，$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$；　　……6分

（2）$\because AD$为边BC上的中线，$\therefore \overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，$\therefore \overrightarrow{AD}^2=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2$，

$\therefore 4\overrightarrow{AD}^2=\overrightarrow{AB}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}^2$，　　……7分

$\therefore 12=b^2+c^2+2bc\cos A$，$\therefore 12=b^2+c^2+bc$　①，　　……8分

在斜三角形ABC中，由余弦定理得：

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$\therefore 4=b^2+c^2-bc$　②，　　……10分

①－②，得：$bc=4$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$．　　……12分

18．（12分）

解：（1）设事件A为“产品为次品”，其对立事件为$\overline{A}$，

$\therefore P(\overline{A})=(1-\dfrac{1}{10})\times(1-\dfrac{1}{11})\times(1-\dfrac{1}{12})=\dfrac{3}{4}$，　　……3分

$\therefore P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$；　　……5分

（2）由题意可知，随机变量X的取值为0，1，2，3．

$P(X=0)=C_3^0(\dfrac{1}{4})^0\times(\dfrac{3}{4})^3=\dfrac{27}{64}$，　　……6分

$P(X=1)=C_3^1(\dfrac{1}{4})^1\times(\dfrac{3}{4})^2=\dfrac{27}{64}$，　　……7分

$P(X=2)=C_3^2(\dfrac{1}{4})^2\times(\dfrac{3}{4})^1=\dfrac{9}{64}$，　　……8分

$P(X=3)=C_3^3(\dfrac{1}{4})^3\times(\dfrac{3}{4})^0=\dfrac{1}{64}$，　　……9分

随机变量 X 分布列如下:

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

……………11 分

$\therefore E(X)=0\times\frac{27}{64}+1\times\frac{27}{64}+2\times\frac{9}{64}+3\times\frac{1}{64}=\frac{3}{4}$. ……………………………12 分

19.（12 分）

解：（1）如图，延长 AA_1，CF 交于点 N，连接 NE 交 A_1B_1 于点 M，则可知平面 CEF 即平面 $CEMF$，且 M 为 A_1B_1 靠近 B_1 的三等分点， ……………………………1 分

$\therefore A_1M=2$，$\therefore A_1F=\sqrt{2}$，又 $\because \angle BAC=\angle B_1A_1C_1=\frac{\pi}{4}$， ……………………………2 分

由余弦定理知 $MF^2=A_1M^2+A_1F^2-2A_1M\times A_1F\cos\angle B_1A_1C_1=2$， ……………………………3 分

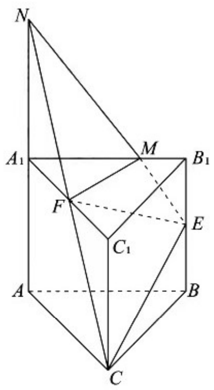
$\therefore MF^2+A_1F^2=A_1M^2$，

$\therefore \triangle A_1MF$ 为直角三角形，$A_1F\perp MF$， ……………………………4 分

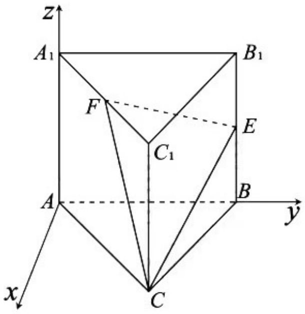
直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$，$\therefore AA_1\perp MF$，又 $\because AA_1\cap A_1C_1=A_1$，

$\therefore MF\perp$ 平面 A_1ACC_1，$MF\subset$ 平面 CEF， ……………………………5 分

$\therefore$ 平面 $CEF\perp$ 平面 ACC_1A_1； ……………………………6 分



另解：如图，以 A 为原点，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AA_1}$ 为 y 轴和 z 轴的正方向，过点 A 作 yAz 平面的垂线为 x 轴建立空间直角坐标系，设 $AA_1=2a$，



则 $A(0,0,0)$，$C(2,2,0)$，$F(1,1,2a)$，$E(0,3,a)$，$A_1(0,0,2a)$，$C_1(2,2,2a)$，

$\therefore \overrightarrow{CE}=(-2,1,a)$，$\overrightarrow{CF}=(-1,-1,2a)$，$\overrightarrow{AC}=(2,2,0)$，$\overrightarrow{AA_1}=(0,0,2a)$， ……………………………1 分

设平面 CEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CF}=0\end{cases}$，$\therefore \begin{cases}-2x_1+y_1+az_1=0\\ -x_1-y_1+2az_1=0\end{cases}$，令 $x_1=1$，$\therefore \boldsymbol{n}=(1,1,\frac{1}{a})$， ……………………………3 分

设平面 ACC_1A_1 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AA_1}=0\end{cases}$，$\therefore \begin{cases}2x_2+2y_2=0\\ 2az_2=0\end{cases}$，令 $x_2=1$，$\therefore \boldsymbol{m}=(1,-1,0)$， ……………………………5 分

$\because \boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=(1,-1,0)\cdot(1,1,\frac{1}{a})=0$，$\therefore$ 平面 $CEF\perp$ 平面 ACC_1A_1； ……………………………6 分

（2）$\overrightarrow{EC_1}=(2,-1,a)$，易求平面 CEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,1,\frac{1}{a})$，

由直线 EC_1 与平面 CEF 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 得：

$|\cos<\overrightarrow{EC_1},\boldsymbol{n}>|=\dfrac{2}{\sqrt{5+a^2}\cdot\sqrt{2+\frac{1}{a^2}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$， ……………………………8 分

得 $2a^4-7a^2+5=0$，$\therefore a=\frac{\sqrt{10}}{2}$ 或 $a=1$， ……………………………10 分

$\because AA_1<3$，$\therefore a=1$， ……………………………11 分

$\therefore V_{直三棱柱ABC-A_1B_1C_1}=Sh=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times2=6$． ……………………………12 分

20．（12 分）

解：（1）设 A，B 两点的坐标分别为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$\therefore P(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，

$\therefore k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$，$k_{PF}=\dfrac{0-(-\frac{\sqrt{3}}{5})}{\sqrt{3}-\frac{4\sqrt{3}}{5}}=1$，$k_{OP}=\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=-\dfrac{1}{4}$， ……………………………1 分

又$\because A$，B 两点都在椭圆 C 上，$\therefore \frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1$，$\frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1$，

两式相减，得：$\dfrac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2}+\dfrac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2}=0$，

$\therefore \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\dfrac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}=0$，$\therefore \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}k_{AB}\cdot k_{OP}=0$，$\therefore \frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{4}$， ……………………………3 分

$\because c^2=3=a^2-b^2$，$\therefore a^2=4$，$b^2=1$，

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$； ……………………………5 分

（2）易知直线 DM 与 DN 的斜率同号，$\therefore$ 直线 MN 不垂直于 x 轴，

$\therefore$ 可设 $MN:y=kx+m$，$k\neq0$，$M(x_3,y_3)$，$N(x_4,y_4)$，

由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=kx+m\end{cases}$，可得$(1+4k^2)x^2+8mkx+4m^2-4=0$，

$\therefore x_3+x_4=\dfrac{-8mk}{1+4k^2}$，$x_3x_4=\dfrac{4m^2-4}{1+4k^2}$，$\Delta=16(4k^2+1-m^2)>0$，　　…………6分

$\therefore y_3y_4=(kx_3+m)(kx_4+m)=k^2x_3x_4+km(x_3+x_4)+m^2$

$=\dfrac{k^2(4m^2-4)}{4k^2+1}-\dfrac{8k^2m^2}{4k^2+1}+m^2=\dfrac{m^2-4k^2}{4k^2+1}$，　　…………7分

$\therefore k_{DM}\cdot k_{DN}=\dfrac{y_3}{x_3-2}\cdot\dfrac{y_4}{x_4-2}=\dfrac{y_3y_4}{x_3x_4-2(x_3+x_4)+4}=\dfrac{1}{20}$，

化简得：$\dfrac{m^2-4k^2}{4m^2+16km+16k^2}=\dfrac{1}{20}$，$\therefore m^2-km-6k^2=0$，　　…………8分

$\therefore m=-2k$ 或 $m=3k$，

$\therefore$ 直线 $MN:y=k(x-2)$ 或 $y=k(x+3)$，$\because$ 直线 MN 不经过点 D，

$\therefore$ 直线 MN 经过定点 $(-3,0)$，　　…………9分

设定点为 $E(-3,0)$，

$\therefore S_{\triangle DMN}=\dfrac{1}{2}\times|DE|\times|y_3-y_4|=\dfrac{5}{2}\times|k|\times|x_3-x_4|$

$=\dfrac{5|k|}{2}\dfrac{\sqrt{16(4k^2+1-m^2)}}{1+4k^2}=\dfrac{10\sqrt{(1-5k^2)k^2}}{1+4k^2}$，　　…………10分

$\therefore 1-5k^2>0$，$\therefore 0<k^2<\dfrac{1}{5}$，设 $t=4k^2+1\in(1,\dfrac{9}{5})$，

$\therefore S_{\triangle DMN}=\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{-5t^2+14t-9}{t^2}}=\dfrac{5}{2}\sqrt{-9(\dfrac{1}{t}-\dfrac{7}{9})^2+\dfrac{4}{9}}\leqslant\dfrac{5}{3}$，　　…………11分

当且仅当 $t=\dfrac{9}{7}$，即 $k^2=\dfrac{1}{14}$ 时取等号，即 $\triangle DMN$ 面积的最大值为$\dfrac{5}{3}$.　　…………12分

21.（12分）

解：（1）当 $a=\mathrm{e}$ 时，函数 $f(x)=(x-1)\mathrm{e}^x-\mathrm{e}x$，$\therefore f'(x)=x\mathrm{e}^x-\mathrm{e}$，

设 $\varphi(x)=f'(x)$，$\because \varphi'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x\geqslant0$ 在区间 $[-1,3]$ 上恒成立，

$\therefore f'(x)$ 在区间 $[-1,3]$ 上单调递增，　　…………1分

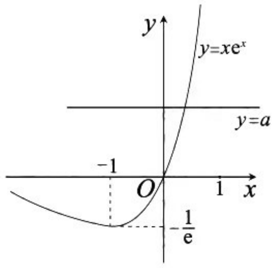
$\because f'(1)=0$，$\therefore f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上单调递减，在区间 $[1,3]$ 上单调递增，　　…………2分

$\therefore f(x)_{\min}=f(1)=-\mathrm{e}$，　　…………3分

$\because f(-1)=\mathrm{e}-\dfrac{2}{\mathrm{e}}$，$f(3)=2\mathrm{e}^3-3\mathrm{e}$，$\therefore f(-1)<f(3)$，$\therefore f(x)_{\max}=2\mathrm{e}^3-3\mathrm{e}$；　　…………4分

（2）$\because f(x)=(x-1)\mathrm{e}^x-ax$ 有两个极值点，$\therefore f'(x)=x\mathrm{e}^x-a=0$ 有两个实根，

$\therefore a=x\mathrm{e}^x$ 有两个实根，即$\begin{cases}y=a\\ y=x\mathrm{e}^x\end{cases}$有两个交点，作出 $y=x\mathrm{e}^x$ 的图象如图所示，



$\therefore$ 易得 $-\frac{1}{e}<a<0$， ……………………………5 分

$\because x_1<x_2$， $\therefore x_1\in(-\infty,-1)$，$x_2\in(-1,0)$， 显然 $x_1x_2>0$，

$\therefore x_1e^{x_1}-a=0$， $\therefore e^{x_1}=\frac{a}{x_1}$，

$\therefore x_1=\ln(-a)-\ln(-x_1)$， 同理 $x_2=\ln(-a)-\ln(-x_2)$， ……………………………6 分

两式相减，得 $x_1-x_2=\ln(-x_2)-\ln(-x_1)$， 即 $\frac{-x_2-(-x_1)}{\ln(-x_2)-\ln(-x_1)}=1$， ……………………………7 分

另一方面，要证 $x_1x_2<1$，只需证 $\sqrt{x_1x_2}<1$， 即 $\frac{-x_2-(-x_1)}{\ln(-x_2)-\ln(-x_1)}>\sqrt{x_1x_2}$， ……………………8 分

$\because x_1<x_2$， $\therefore -x_1>-x_2$， $\therefore$ 上式可化为 $\ln(-x_2)-\ln(-x_1)>\frac{(-x_2)-(-x_1)}{\sqrt{x_1x_2}}$， ……………………9 分

即 $\ln\frac{x_2}{x_1}>\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}-\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}$， 令 $\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}=t$， 则 $t\in(0,1)$， 上式即为 $\ln t^2>t-\frac{1}{t}$， $t\in(0,1)$，

令 $h(t)=\ln t^2-t+\frac{1}{t}=2\ln t-t+\frac{1}{t}(0<t<1)$， ……………………………10 分

则 $h'(t)=\frac{2}{t}-1-\frac{1}{t^2}=\frac{2t-t^2-1}{t^2}=\frac{-(t-1)^2}{t^2}<0$， ……………………………11 分

$\therefore h(t)$ 为减函数， $\therefore h(t)>h(1)=0$， 即 $\ln t^2>t-\frac{1}{t}$， 原命题得证. ……………………………12 分

22.（10 分）

解：（1）假设曲线 C_1 上的动点 P 的极坐标为 $P(\rho_0,\theta_0)$， 设 $Q(\rho,\theta)$，

由题意可知 $\begin{cases}\rho_0=\rho\\ \theta_0=\theta+\frac{\pi}{3}\end{cases}$， ……………………………2 分

$\because \rho_0=4\sin\theta_0$， $\therefore \rho=4\sin(\theta+\frac{\pi}{3})$，

$\therefore$ 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=4\sin(\theta+\frac{\pi}{3})$； ……………………………4 分

（2）由题意得：$|AB|=|\rho_1-\rho_2|=|4\sin\frac{\pi}{6}-4\sin\frac{\pi}{2}|=2$， ……………………………7 分

又 $\because M(4,\frac{2\pi}{3})$ 到射线 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\geqslant 0)$ 的距离 $h=4\sin\frac{\pi}{2}=4$， ……………………………9 分

$\therefore \triangle MAB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot h=\frac{1}{2}\times 2\times 4=4$. ……………………………10 分

23.（10分）

解：（1）由 $f(x)<4$，有 $|x^2-x|+2<4$，

$\therefore |x^2-x|<2$，即 $-2<x^2-x<2$， ……………………………2分

即 $\begin{cases} x^2-x+2>0 \\ x^2-x-2<0 \end{cases}$，解得 $-1<x<2$，

$\therefore$ 不等式的解集为 $(-1,2)$； ……………………………4分

（2）由题意，$|x^2-x|+|x-2|+m+1>0$ 恒成立，

即 $-m<|x^2-x|+|x-2|+1$ 恒成立， ……………………………5分

令 $g(x)=|x^2-x|+|x-2|+1=\begin{cases} x^2-2x+3，x<0 \\ -x^2+3，0\leqslant x<1 \\ x^2-2x+3，1\leqslant x<2 \\ x^2-1，x\geqslant 2 \end{cases}$， ……………………………7分

$\therefore g(x)$ 的最小值为 2， ……………………………9分

$\therefore -m<2$，即 $m>-2$，

$\therefore$ 实数 m 的取值范围为 $(-2,+\infty)$． ……………………………10分

解析：

1．解：$A=\{x\in \mathbf{N}|x^2-4x\leqslant 0\}=\{0,1,2,3,4\}$，$B=\{x|x^2+2x-8\leqslant 0\}=[-4,2]$，$\therefore A\cap B=\{0,1,2\}$，故选 C．

2．解：$\because z=1-\sqrt{3}\mathrm{i}$，$\therefore |z|=2$，$z\cdot\overline{z}=4$，

$\therefore \dfrac{|z|}{z\cdot\overline{z}-2z}=\dfrac{2}{4-2+2\sqrt{3}\mathrm{i}}=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}\mathrm{i}}=\dfrac{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}{(1+\sqrt{3}\mathrm{i})(1-\sqrt{3}\mathrm{i})}=\dfrac{1-\sqrt{3}\mathrm{i}}{4}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}\mathrm{i}}{4}$，故选 A．

3．解：$\because p$ 假，q 假，$\therefore \neg p$ 为真，$\neg q$ 为真，$\therefore \neg p\vee q$，$\neg p\vee\neg q$，$p\vee\neg q$ 均为真，$\therefore p\vee q$ 为假，故选 B．

4．解：$\because$ 渐近线相互垂直，$\therefore$ 渐近线方程为：$y=\pm x$，$\therefore a=b$，$\because 2c=12$，$c=6$，$\therefore c^2=a^2+b^2=36$，

$\therefore b^2=18$，$\therefore b=3\sqrt{2}$，$\therefore$ 虚轴长 $=2b=6\sqrt{2}$，故选 B．

5．解：$f(x)=\cos 2x$，在 $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递增，$T=\pi$，故选 A．

6．解：$S_{15}=15a_8=45$，$\therefore a_8=3$，$\therefore 2a_{12}-a_{16}=a_8=3$，故选 A．

7．解：当 $t=0$ 时，$0.3=0.05+\lambda \mathrm{e}^0$，$\therefore \lambda=0.25$，$\therefore 0.1\geqslant 0.05+0.25\cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{10}}$，$\therefore 0.25\cdot\mathrm{e}^{-\frac{t}{10}}\leqslant 0.05$，

$\therefore \mathrm{e}^{-\frac{t}{10}}\leqslant\dfrac{1}{5}$，$\therefore -\dfrac{t}{10}\leqslant \ln\dfrac{1}{5}$，$\therefore t\geqslant -10\ln\dfrac{1}{5}=10\ln 5\approx 16$，故选 C．

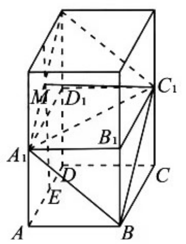
8．解：由题意可得 $2r=3\sqrt{2}$，$\therefore r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$\therefore S_{表}=S_{侧}+S_{底}=\pi r\cdot l+\pi r^2=\dfrac{9+9\sqrt{2}}{2}\pi$，故选 B．

9．解：$a=\dfrac{2}{\mathrm{e}^2}=\dfrac{\ln \mathrm{e}^2}{\mathrm{e}^2}$，$b=\dfrac{\ln 2}{2}=\dfrac{\ln 4}{4}$，$c=\dfrac{\ln \mathrm{e}}{\mathrm{e}}$，设 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$，$\therefore f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$，令 $f'(x)=0$，得 $x=\mathrm{e}$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 上单调递增，在 $(\mathrm{e},+\infty)$ 上单调递减，$\therefore a<b<c$，故选 D．

10．解：如图，交线 m 即为 C_1M，直线 m 与 AC 所成角为 $\angle A_1C_1M$，

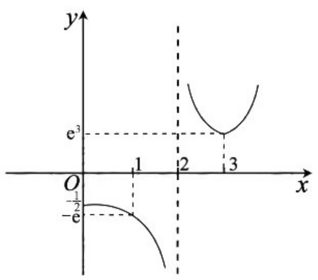
设 $AB=2$，$\therefore A_1C_1=2\sqrt{2}$，$A_1M=\sqrt{2}$，$C_1M=\sqrt{6}$，$\therefore \cos\theta=\cos\angle A_1C_1M=\dfrac{C_1M}{A_1C_1}=\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故选 B．



11．解：$f'(x)=\dfrac{(x-1)\mathrm{e}^x}{x^2}+t(\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^2}-1)=\dfrac{(x-1)[\mathrm{e}^x-t(x-2)]}{x^2}$，令 $\mathrm{e}^x-t(x-2)=0$，$\therefore t=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x-2}$，

设 $g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x-2}$，$\therefore g'(x)=\dfrac{(x-2)\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x}{(x-2)^2}=\dfrac{(x-3)\mathrm{e}^x}{(x-2)^2}$，画出图象如图所示，

$\because y=t$ 与 $y=g(x)$ 有一个变号交点，$\therefore t\in(-\infty,-\mathrm{e})\cup(-\mathrm{e},-\dfrac{1}{2})$，故选 D．



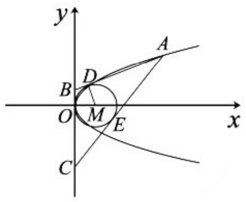
12．解：如图，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}(BC+AB+AC)\cdot r=\frac{1}{2}(BC+AB+AC)\times 2=BC+AB+AC=2(BC+AD)$，

设 $A(x_0,y_0)$，$AD=\sqrt{AM^2-DM^2}=\sqrt{(x_0-2)^2+{y_0}^2-4}=\sqrt{{x_0}^2-4x_0+{y_0}^2}=|x_0|=x_0$，

又 $\because S=\frac{1}{2}|BC|\cdot x_0=2(BC+x_0)$，$\therefore |BC|=\frac{4x_0}{x_0-4}$，

$\therefore S=2BC+2AD=\frac{8x_0}{x_0-4}+2x_0=\frac{8x_0-32+32}{x_0-4}+2x_0=\frac{32}{x_0-4}+2(x_0-4)+16$

$\geqslant 2\sqrt{\frac{32}{x_0-4}\times 2(x_0-4)}+16=16+16=32$，故选 D.



13．解：$\because f(x)=(e^x+ae^{-x})\sin 2x$ 是偶函数，$\therefore a=-1$，故答案为-1.

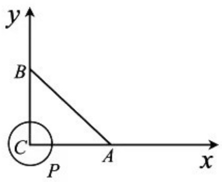
14．解：在 $(2x-\frac{1}{x^2})^5$ 的展开式中，$T_{r+1}=C_5^r\cdot(2x)^{5-r}(-\frac{1}{x^2})^r=C_5^r\cdot(-1)^r\cdot 2^{5-r}\cdot x^{5-3r}$，

取 $5-3r=-1$，$r=2$，$\therefore$ 系数：$C_5^2\cdot(-1)^2\cdot 2^{5-2}=80$，故答案为 80.

15．解：如图，动点 P 的轨迹为 $x^2+y^2=1$，设 $P(\cos\theta,\sin\theta)$，$\therefore \overrightarrow{PA}=(2-\cos\theta,-\sin\theta)$，$\overrightarrow{PB}=(-\cos\theta,2-\sin\theta)$，

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(2-\cos\theta)\cdot(-\cos\theta)+(-\sin\theta)\cdot(2-\sin\theta)=1-2\sqrt{2}\sin(\theta+\varphi)\in[1-2\sqrt{2},1+2\sqrt{2}]$，

故答案为 $[1-2\sqrt{2},1+2\sqrt{2}]$.



16．解：如图，设 $A_1B_1=x$，$\therefore AB=2x$，设 AC，A_1C_1 的中点分别为 F，F_1，

$\therefore A_1F_1=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，$AF=\sqrt{2}x$，$AE=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，$\because {AA_1}^2=AE^2+A_1E^2$，$\therefore A_1E=\sqrt{12-\frac{1}{2}x^2}$，

$\therefore V=\frac{1}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2})h=\frac{1}{3}(x^2+4x^2+2x^2)\cdot\sqrt{12-\frac{1}{2}x^2}=\frac{7}{3}x^2\cdot\sqrt{12-\frac{1}{2}x^2}$，

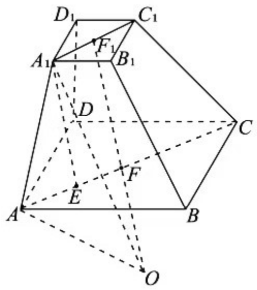
设 $t=x^2$，$\therefore V=\frac{7}{3}\cdot\sqrt{12t^2-\frac{1}{2}t^3}$，

设 $f(t)=12t^2-\frac{1}{2}t^3$，$\therefore f'(t)=24t-\frac{3}{2}t^2=0$，得 $t=16$，此时 $x=4$，此时棱台的高为 2，

$\because AF=4\sqrt{2}>FF_1=2$，$\therefore$ 球心 O 在在棱台的一侧，

设 $OF_1=y$，$\therefore OF=y-\sqrt{12-\frac{1}{2}\times 16}=y-2$，$\therefore R^2=(\frac{\sqrt{2}}{2}x)^2+y^2=(\sqrt{2}x)^2+(y-2)^2$，

$\therefore 4y=\frac{3}{2}x^2+4=28$，$\therefore y=7$，$\therefore R^2=57$，$\therefore$ 外接球的表面积为 $4\pi R^2=228\pi$，故答案为 228π.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。