

绝密★考试结束前

2022 学年第二学期浙江七彩阳光联盟期中联考

高二年级数学学科 试题

命题: 长兴县华盛高级中学

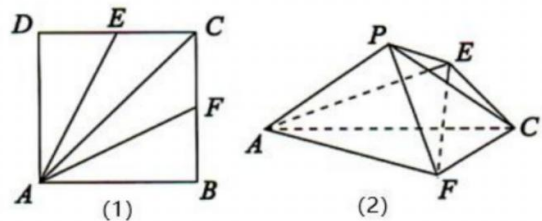
考生须知:

1. 本卷共 4 页满分 150 分, 考试时间 120 分钟;
2. 答题前, 在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
3. 所有答案必须写在答题纸上, 写在试卷上无效;
4. 考试结束后, 只需上交答题纸。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2$, 则 $a_7 + a_8 + a_9$ 等于 ()
A. 32 B. 45 C. 51 D. 56
2. 如果直线 $l_1: x + ty + 1 = 0$ 与直线 $l_2: tx + 16y - 4 = 0$ 平行, 那么实数 t 的值为 ()
A. 4 B. -4 C. 4 或 -4 D. 1 或 -4
3. 若曲线 $f(x) = e^x + \sin x + m$ 在 $x = 0$ 处的切线方程为 $2x - ny + 1 = 0$, 则 ()
A. $m = 1, n = -1$ B. $m = -1, n = 1$ C. $m = 0, n = -1$ D. $m = 0, n = 1$
4. 等差数列 的公差不为 0, 其前 n 和 S_n 满足 $S_n \leq S_{10}$, 则 $\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3a_1}$ 的取值范围为 ()
A. $(\frac{8}{9}, \frac{9}{10})$ B. $(\frac{9}{10}, \frac{10}{11})$ C. $[\frac{8}{9}, \frac{9}{10}]$ D. $[\frac{9}{10}, \frac{10}{11}]$

5. 若正方形 $ABCD$ 的边长为 a , E, F 分别为 CD, CB 的中点 (如图 1), 沿 AE, AF 将 $\triangle ADE, \triangle ABF$ 折起, 使得点 B, D 恰好重合于点 P (如图 2), 则直线 PA 与平面 PCE 所成角的正弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 已知函数 $f(x) = 2x - t \ln x$ 存在两个零点, 则实数 t 的取值范围为 ()

- A. $(\frac{e}{2}, +\infty)$ B. $(e, +\infty)$ C. $(2e, +\infty)$ D. $(3e, +\infty)$

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线 l 分别交双曲线 C 的

左、右两支于 A, B . 若 $|BF_1| : |AF_1| : |BF_2| = 3 : 2 : 1$, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \frac{3\sqrt{6}}{4}x$ B. $y = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}x$ C. $y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}x$ D. $y = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4}x$

8. 已知 $a = e^{-1}$, $b = \frac{4 - 2 \ln 2}{e^2}$, $10c = \ln 10$, 其中 e 是自然对数的底数, 则 a, b, c 的大小为 ()

- A. $b > a > c$ B. $c > b > a$ C. $a > b > c$ D. $c > a > b$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = x^2 e^x$, $x \in R$. 下列结论正确的是 ()

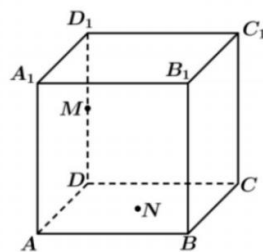
- A. 函数 $f(x)$ 不存在最大值, 也不存在最小值 B. 函数 $f(x)$ 存在极大值和极小值
C. 函数 $f(x)$ 有且只有 1 个零点 D. 函数 $f(x)$ 的极小值就是 $f(x)$ 的最小值

10. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_8 = 17S_4$. 下列结论正确的是 ()

- A. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 $S_{12} = 48S_4$ B. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 $S_{12} = 273S_4$
C. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则公比一定为 2 D. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则公比是 2 或 -2

11. 如图, 棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 DD_1 的中点, 动点 N 在平面 $ABCD$ 内的轨迹为曲线 Γ . 下列结论正确的有 ()

- A. 当 $MN \perp B_1N$ 时, Γ 是一个点
B. 当动点 N 到直线 DD_1, BB_1 的距离之和为 $2\sqrt{2}$ 时, Γ 是椭圆
C. 当直线 MN 与平面 $ABCD$ 所成的角为 60° 时, Γ 是圆
D. 当直线 MN 与平面 ADD_1A_1 所成的角为 60° 时, Γ 是双曲线

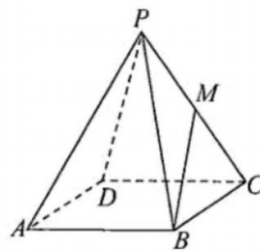


12. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是抛物线 C 上的两个不同的动点, 点 A 关于 x 轴的对称点为 A' , 抛物线 C 的准线交 x 轴于点 P . 下列结论正确的是 ()
- A. 若直线 AB 过点 F , 则 $x_1x_2 = 1$, 且 $y_1y_2 = -4$
- B. 若直线 AB 过点 F , 则 P, A', B 三点共线
- C. 若直线 AB 过点 P , 则 $x_1x_2 = 1$, 且 $y_1y_2 = 4$
- D. 若直线 AB 过点 P , 则 $|AF| + |BF|$ 的最小值为 4

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中对应的横线上.

13. 徐悲鸿的马独步画坛, 无人能与之相颉颃. 《八骏图》是徐悲鸿最著名的作品之一, 画中刚劲矫健、剽悍的骏马, 在人们心中是自由和力量的象征, 鼓舞人们积极向上. 现有 8 匹善于奔跑的马, 它们奔跑的速度各有差异. 已知第 $i (i = 1, 2, \dots, 6, 7)$ 匹马的最长日行路程是第 $i+1$ 匹马最长日行路程的 1.1 倍, 且第 8 匹马的最长日行路程为 500 里, 则这 8 匹马的最长日行路程之和为 _____ 里.
- (取 $1.1^8 = 2.14$)

14. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形, $AP = 4$, AP 与 AB, AD 的夹角都是 60° , 若 M 是 PC 的中点, 则直线 MB 与 AP 所成角的余弦值为 _____.



15. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1 (m > n > 0)$ 和双曲线 $C_2: \frac{x^2}{s^2} - \frac{y^2}{t^2} = 1 (s > 0, t > 0)$ 的焦点相同,

F_1, F_2 分别为左、右焦点, M 是椭圆 C_1 和双曲线 C_2 在第一象限的交点. 已知 $\angle F_1MF_2 = 120^\circ$, 双曲线 C_2 的离心率为 2, 则椭圆 C_1 的离心率为 _____.

16. 若函数 $f(x) = \frac{x+1+\ln x}{xe^x}$ 极值点为 x_0 , 则 $f(x_0)$ 的值为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知 $(ax^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中所有项的二项式系数和为 128, 各项系数和为 -1.

(1) 求 n 和 a 的值;

(2) 求 $(2x - \frac{1}{x^2})(ax^2 + \frac{1}{x})^n$ 的展开式中的常数项.

18. (12分) 盒子中有2个不同的白球和3个不同的黑球.

- (1) 若将这些小球取出后排成一排, 使得黑球互不相邻, 白球也不相邻, 共有多少种不同的排法?
- (2) 随机一次性摸出3个球, 使得摸出的三个球中至少有1个黑球, 共有多少种不同的摸球结果?
- (3) 将这些小球分别放入另外三个不同的盒子, 使得每个盒子至少一个球, 共有多少种不同的放法?

(注: 要写出算式, 结果用数字表示)

19. (12分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 2a_1$, 且 $a_1, a_3 - 2, a_4$ 成等比数列.

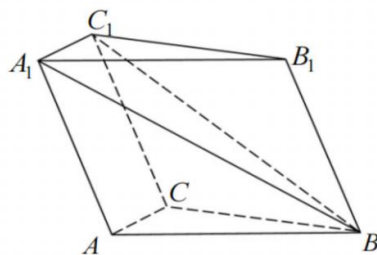
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n . 若 $\{a_n\}$ 公差为整数, 且 $b_n = (-1)^n \frac{S_{n+1} - 1}{S_n}$, 求 T_{2n} .

20. (12分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 侧面 ACC_1A_1 是矩形, $CA \perp CB$, $AB =$

$AA_1 = 2AC = 2$, 且已知二面角 $A_1 - AC - B$ 是钝角.

- (1) 求 A_1B 的长度;
- (2) 求二面角 $A - B_1C_1 - A_1$ 的大小.



21. (12分) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$, 点 $P(2, 2)$ 在双曲线 C 上.

- (1) 求双曲线 C 的方程;
- (2) 若点 A, B 在双曲线 C 的左、右两支上, 直线 PA, PB 均与圆 $O: x^2 + y^2 = r^2 (0 < r < \sqrt{3})$ 相切, 记直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 , ΔABP 的面积为 S .

① $k_1 k_2$ 是否为定值? 如果是, 求出这个定值; 如果不是, 请说明理由.

② 已知圆 O 的面积为 $\frac{8}{5}\pi$, 求 S .

22. (12分) 已知函数 $f(x) = 2x \ln x - 3e^{x-2} + 1 + (2a-5)x^2$, $g(x) = ax \ln x + (a-3)x^2 + 1$, $a \in \mathbb{R}$.

- (1) 当 $a=2$ 时, 求函数 $g(x)$ 的单调性;
- (2) 若不等式 $f(x) \leq g(x)$ 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线浙江**官方微信号：[zjgkjzb](https://www.zjgkjzb.com)。



微信搜一搜

浙考家长帮

