绝密★启用前

湘豫名校联考(2021年1月)

数学(文科)试卷

注意事项:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。时量120分钟,满分150分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第Ⅰ卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第Ⅱ卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

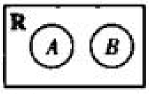
一、选择题(本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.)

1. 将下列各式的运算结果在复平面中表示,在第四象限的为

A. $\frac{1+i}{i}$　　B. $\frac{1+i}{-i}$

C. $\frac{1-i}{i}$　　D. $\frac{1-i}{-i}$

2. 设集合 $A=\{-1,0,1\}$,集合 $B=\{x|x>t\}$,若 A、B 两集合的关系如图,则实数 t 的取值范围为



A. $t\leqslant1$　　B. $t\geqslant1$　　C. $t<1$　　D. $t>1$

3. 根据如下样本数据:

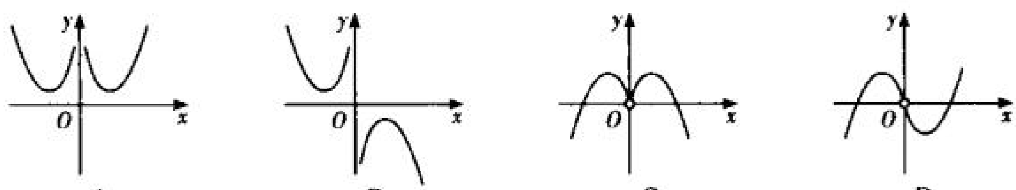
x	2	3	4	5	6
y	4	2.5	-0.5	-2	-3

得到的回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,则

A. $\hat{a}>0,\hat{b}>0$　　B. $\hat{a}>0,\hat{b}<0$

C. $\hat{a}<0,\hat{b}>0$　　D. $\hat{a}<0,\hat{b}<0$

4. 函数 $y=x^2-\ln|x|$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

5. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{1+a_n}{1-a_n}(n\in \mathbf{N}^*)$，则$a_{2021}=$

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. -3　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. 2

6.《巴黎协定》是2015年12月12日在巴黎气候变化大会通过，2016年4月22日在纽约签署的气候变化协定，该协定为2020年后的全球应对气候变化行动作出安排. 中国政府一直致力积极推动《巴黎气候》协定的全面有效落实. 某工厂产生的废气经过过滤后排放，排放时污染物的含量不得超过1%. 已知在过滤过程中污染物的数量P(单位:毫克/升)与过滤时间t(单位:时)之间的函数关系式为$P=P_0e^{-kt}$(k，P_0均为正常数). 如果前5小时的过滤过程中污染物被排除了90%，那么排放前至少还需要过滤的时间是

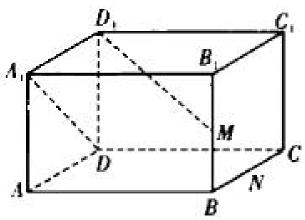
A. $\dfrac{1}{2}$小时　　B. $\dfrac{5}{9}$小时　　C. 5小时　　D. 10小时

7. 函数$g(x)$的图象是由函数$f(x)=\sqrt{2}\sin 2x+\sqrt{2}\cos 2x$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度得到的，则下列关于函数$g(x)$的说法正确的是

A. $g(x)$为奇函数　　B. $g(x)$为偶函数

C. $g(x)$的图象的一个对称中心为$\left(\dfrac{3\pi}{8},0\right)$　　D. $g(x)$的图象的一条对称轴为$x=\dfrac{7}{8}\pi$

8. 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M，N分别是棱BB_1，BC的中点，若M在以C_1N为直径的圆上，则异面直线A_1D与D_1M所成的角为



A. 45°

B. 60°

C. 90°

D. 随长方体的形状变化而变化

9. 疫苗是为预防、控制传染病的发生、流行，用于人体预防接种的预防性生物制品，其前期研发过程中，一般都会进行动物保护测试，为了考察某种疫苗预防效果，在进行动物试验时，得到如下统计数据：

	未发病	发病	总计
未注射疫苗	20		
注射疫苗	30		
总计	50	50	100

附表及公式：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d.$$

$P(K^2\geq k_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

现从试验动物中任取一只，取得“注射疫苗”的概率为$\dfrac{2}{5}$，则下列判断错误的是

A. 注射疫苗发病的动物数为 10

B. 从该试验未注射疫苗的动物中任取一只，发病的概率为$\frac{2}{3}$

C. 能在犯错概率不超过 0.001 的前提下，认为疫苗有效

D. 该疫苗的有效率为 75%

10. 圆$(x-1)^2+y^2=\frac{3}{4}$的一条切线 $y=kx$ 与双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$无交点，则双曲线 C 的离心率的取值范围为

A. $(\sqrt{3},+\infty)$　　B. $(1,\sqrt{3})$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $(1,2]$

11. 函数 $f(x)=|\log_3 x|$，若正实数 $m,n(m<n)$满足 $f(m)=f(n)$，且 $f(x)$在区间$[m^2,n]$上的最大值为 2，则 $n-m=$

A. $\frac{8}{3}$　　B. $\frac{80}{9}$　　C. $\frac{15}{4}$　　D. $\frac{255}{16}$

12. 已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，E，F 分别为边 AB 和 CD 上的动点(不与端点重合)，且 $EF\parallel AD$，将四边形 $ADFE$ 沿 EF 折起，使平面 $ADFE\perp$平面 $BCFE$，连接 AB，CD，当三棱柱 $ABE-DCF$ 的体积最大时，该三棱柱的外接球体积为

A. $\frac{68\sqrt{17}}{3}\pi$　　B. $\frac{52\sqrt{13}}{3}\pi$　　C. $\frac{17\sqrt{17}}{6}\pi$　　D. $13\sqrt{13}\pi$

第Ⅱ卷

二、填空题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.)

13. 若单位向量 e_1，e_2 的夹角为 120°，则$|e_1-e_2|=$________.

14. 过抛物线 $y^2=2px(p>0)$的焦点 F 的直线与抛物线相交于 A，B 两点，$|AB|=6$，弦 AB 中点 P 的横坐标 $x_P=2$，则该抛物线的方程为________.

15. 已知数列$\{a_n\}$的首项为 $a_1=1$，前 n 项和为 S_n，且 $2a_{n+1}+S_n=2(n\in\mathbf{N}^*)$，则满足$\frac{1001}{1000}<\frac{S_{2n}}{S_n}<\frac{11}{10}$的 n 的最大值为________.

16. 不等式 $x+\frac{a}{x}>\ln x$ 在 $x\in(1,e)$上恒成立，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题(共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.)

(一)必考题：共 60 分

17. (本小题满分 12 分)

在$\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且$\sqrt{3}a^2+\sqrt{3}c^2=\sqrt{3}b^2-2ac$.

(1)求 $\sin B$；

(2)若 $a=\sqrt{3}$，$b=2$，求$\triangle ABC$ 的面积.

18.(本小题满分 12 分)

某餐厅提供自助餐和点餐两种服务,其单人平均消费相近,为了进一步提高菜品及服务质量,餐厅从某日中午就餐的顾客中随机抽取了 100 人作为样本,得到以下数据表格.(单位:人次)

满意度	老年人		中年人		青年人	
	自助餐	点餐	自助餐	点餐	自助餐	点餐
10 分(满意)	12	1	20	2	20	1
5 分(一般)	2	2	6	3	4	12
0 分(不满意)	1	1	6	2	3	2

(1)由样本数据分析,三种年龄层次的人群中,哪一类更倾向于选择自助餐?

(2)为了和顾客进行深入沟通交流,餐厅经理从点餐不满意的顾客中选取 2 人进行交流,求两人都是中年人的概率;

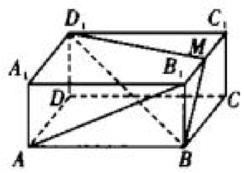
(3)若你朋友选择到该餐厅就餐,根据表中的数据,你会建议你朋友选择哪种就餐方式?

19.(本小题满分 12 分)

如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,M 为 B_1C_1 中点.

(1)求证:$AB_1 //$ 平面 BD_1M;

(2)若 $AA_1=AD=2$,$AB=2\sqrt{2}$,求点 A 到平面 BD_1M 的距离.



20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{a}{2}x^2(a\in\mathbf{R})$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $f(x)$ 有极值 -1,求 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程.

湘豫名校联考(2021年1月)

数学(文科)参考答案

一、选择题(本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求.)

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答 案	A	B	B	A	D	C	D	C	D	D	A	C

1. A 【解析】由$\frac{1+i}{i}=1-i$在第四象限,故选A.

2. B 【解析】由题意,$A\cap B=\varnothing$,故$t\geqslant 1$,故选B.

3. B 【解析】由图表中的数据可得,变量y随着x的增大而减小,则$\hat{b}<0$,又回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$经过(2,4)与(3,2.5)附近,可得$\hat{a}>0$,故选B.

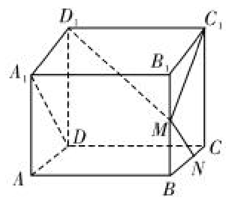
4. A 【解析】$y=x^2-\ln|x|$为偶函数,故B、D不成立,当$x>0$时,$y'=2x-\frac{1}{x}$,当$x\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$时,$y=x^2-\ln x$单调递减,当$x\in\left(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$时,$y=x^2-\ln x$单调递增,故选A.

5. D 【解析】$a_1=2$,$a_2=\frac{1+2}{1-2}=-3$,$a_3=\frac{1-3}{1+3}=-\frac{1}{2}$,$a_4=\frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$,$a_5=\frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=2$,故数列$\{a_n\}$是以4为周期的周期数列,故$a_{2021}=a_1=2$,故选D.

6. C 【解析】由题知:当$t=0$时,$P=P_0$,所以$(1-90\%)P_0=P_0\cdot e^{-5k}$,即$e^{-5k}=0.1$,
由$0.01P_0=P_0\cdot e^{-kt}$,即$(e^{-5k})^2=e^{-kt}$,解得$t=10$,即还需5小时,故选C.

7. D 【解析】由题知:$g(x)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{4}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$. 当$x=\frac{7}{8}\pi$时,$2x-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$,易知D正确.

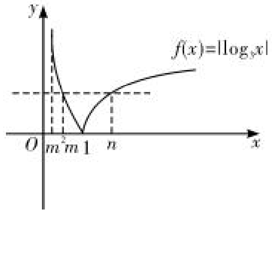
8. C 【解析】如图,连接MN,C_1M,则$MN\perp C_1M$,
因为$C_1D_1\perp$平面B_1BCC_1,所以$C_1D_1\perp MN$,
因为$C_1M\cap C_1D_1=C_1$,所以$MN\perp$平面C_1D_1M,
所以$MN\perp D_1M$,
由$MN/\!/A_1D$,所以$A_1D\perp D_1M$,
所以异面直线A_1D与D_1M所成的角为90°.故选C.



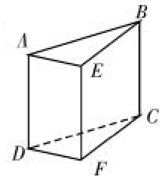
9. D 【解析】由题知:注射疫苗动物共10只,未注射为60只;A、B正确.补充列联表,得:$K^2=\frac{100\times(20\times10-40\times30)^2}{60\times40\times50\times50}=16.67>10.828$,故能在犯错概率不超过0.001的前提下认为疫苗有效,故选D.

10. D 【解析】由题知:圆心(1,0)到直线$y=kx$的距离$d=\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,故$k=\pm\sqrt{3}$.
由题意:$\frac{b}{a}\leqslant\sqrt{3}$,即$e^2\leqslant 1$.故$e\in(1,2]$,选D.

11. A 【解析】∵$f(x)=|\log_3 x|$,正实数$m,n(m<n)$满足$f(m)=f(n)$,
∴$0<m<1<n$,且$|\log_3 m|=|\log_3 n|$,
∴$\log_3 m=-\log_3 n$,
∴$\log_3 m+\log_3 n=0$,解得$mn=1$,
又∵$f(x)$在区间$[m^2,n]$上的最大值为2,
易知$f(m^2)=-\log_3 m^2=2$,
∴$m=\frac{1}{3}$,此时$n=3$,∴$n-m=\frac{8}{3}$,故选A.



12. C 【解析】设 $AE=x$，则 $BE=4-x$，折得的几何体为三棱柱，故 $V_{AEB-DFC}=\frac{1}{2}x(4-x)\cdot 3$.



当且仅当 $x=2$ 时，$V_{AEB-DFC}$ 的体积最大.

此时外接球直径为 $BD=\sqrt{4+4+9}=\sqrt{17}$，

故外接球体积 $V_{球}=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{17\sqrt{17}}{6}\pi$.

二、填空题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.)

13. $\sqrt{3}$ 【解析】$|e_1-e_2|^2=1+1+2\times1\times1\times\frac{1}{2}=3$，故 $|e_1-e_2|=\sqrt{3}$.

14. $y^2=4x$ 【解析】设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由抛物线定义知：$x_1+x_2+p=6$，

又 $x_P=\frac{x_1+x_2}{2}=2$，即 $p=2$，故抛物线方程为 $y^2=4x$.

15. 9 【解析】由 $2a_{n+1}+S_n=2$，$2a_n+S_{n-1}=2(n\geqslant2)$，相减得 $2a_{n+1}=a_n(n\geqslant2)$，又 $a_1=1$，$a_2=\frac{1}{2}$，则 $\{a_n\}$ 是首项为1，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列，不等式可化为 $\frac{1001}{1000}<1+\left(\frac{1}{2}\right)^n<\frac{11}{10}$，$\frac{1}{1000}<\left(\frac{1}{2}\right)^n<\frac{1}{10}$，则 n 的最大值为 9.

16. $[-1,+\infty)$ 【解析】由不等式 $x+\frac{a}{x}>\ln x$ 在 $x\in(1,e)$ 上恒成立，即 $a>x\ln x-x^2$ 在 $x\in(1,e)$ 上恒成立.

令 $g(x)=x\ln x-x^2$，则 $g'(x)=\ln x+1-2x$，$g''(x)=\frac{1}{x}-2<0(x\in(1,e))$，

故 $g'(x)$ 在 $(1,e)$ 上单调递减，$g'(x)<g'(1)=-1$，故 $g(x)$ 在 $(1,e)$ 上单调递减，又 $g(1)=-1$，故 $a\geqslant-1$.

三、解答题(共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.)

17.【解析】(1) 由 $\sqrt{3}a^2+\sqrt{3}c^2=\sqrt{3}b^2-2ac$ 得 $a^2+c^2-b^2=-\frac{2\sqrt{3}}{3}ac$，

由余弦定理知，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3}ac}{2ac}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………… 3 分

又 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{6}}{3}$. ………… 6 分

(2) 由 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，即 $c^2+2c=1$，解得 $c=\sqrt{2}-1$(舍去负根)，………… 9 分

所以△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times(\sqrt{2}-1)\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. ………… 12 分

18.【解析】(1) 由题知，老年人选择自助餐的频率 $P_1=\frac{15}{19}$，

中年人选择自助餐的频率 $P_2=\frac{32}{39}$，

青年人选择自助餐的频率 $P_3=\frac{27}{42}$，

则 $P_2>P_1>P_3$，

即中年人更倾向于选择自助餐. ………… 3 分

(2) 点餐不满意的人群中，老年人 1 人(设为 a)，中年人 2 人(设为 b,c)，青年人 2 人(设为 d,e).

从中选取 2 人，其基本事件有 (a,b)，(a,c)，(a,d)，(a,e)，(b,c)，(b,d)，(b,e)，(c,d)，(c,e)，(d,e)，共 10 个基本事件，其中 2 人都是中年人仅有一个 (b,c) 符合题意；

故两人都是中年人的概率为 $P=\frac{1}{10}$. ………… 9 分

(3) 由表可知，自助餐满意的均值为：$\bar{x}_1=\frac{52\times10+12\times5+10\times0}{52+12+10}=\frac{580}{74}$.

点餐满意的均值为：$\bar{x}_2=\frac{4\times10+17\times5+5\times0}{4+17+5}=\frac{125}{26}$.

$\bar{x}_1>\bar{x}_2$，故建议其选择自助餐. ………… 12 分

(答案不唯一，言之有理即可)

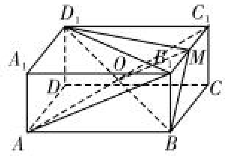
19.【解析】(1)连接 AC_1 交 BD_1 于点 O,则 O 为 AC_1 中点,连接 OM,

又 M 为 B_1C_1 中点,故 OM 为 $\triangle AB_1C_1$ 的中位线,故 $OM/\!/AB_1$, ………… 3 分

又 $OM\subset$ 平面 BD_1M,$AB_1\not\subset$ 平面 BD_1M,

所以 $AB_1/\!/$平面 BD_1M. ………… 6 分

(2)由(1)知,$AB_1/\!/$平面 BD_1M,



则 A 到平面 BD_1M 的距离与 B_1 到平面 BD_1M 的距离相等,连接 D_1B_1.

故 $V_{D_1-BB_1M}=V_{B_1-D_1MB}$, ………… 7 分

又$\triangle D_1MB$ 中,$D_1M=3$,$BM=\sqrt{5}$,$BD_1=4$.

由余弦定理知:$\cos\angle MD_1B=\frac{5}{6}$,则 $\sin\angle MD_1B=\frac{\sqrt{11}}{6}$. ………… 9 分

故 $S_{\triangle BD_1M}=\frac{1}{2}|BD_1|\cdot|D_1M|\cdot\sin\angle MDB=\sqrt{11}$. ………… 10 分

故 B_1 到平面 BD_1M 的距离 $d=\frac{3V_{D_1-BB_1M}}{S_{\triangle BD_1M}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{11}}=\frac{2\sqrt{22}}{11}$,

即点 A 到平面 BD_1M 的距离为 $\frac{2\sqrt{22}}{11}$. ………… 12 分

20.【解析】(1)由题意知 $f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,且 $f'(x)=\frac{1}{x}-ax=\frac{1-ax^2}{x}$. ………… 2 分

当 $a\leqslant0$ 时,$f'(x)>0$,所以 $f(x)$在$(0,+\infty)$单调递增. ………… 3 分

当 $a>0$ 时,令 $f(x)=0$ 得 $x=\sqrt{\frac{1}{a}}$,

所以当 $x\in\left(0,\sqrt{\frac{1}{a}}\right)$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,

当 $x\in\left(\sqrt{\frac{1}{a}},+\infty\right)$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减. ………… 5 分

综上,当 $a\leqslant0$ 时,$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递增;

当 $a>0$ 时,$f(x)$在$\left(0,\sqrt{\frac{1}{a}}\right)$单调递增,在$\left(\sqrt{\frac{1}{a}},+\infty\right)$单调递减. ………… 6 分

(2)由(1)及 $f(1)$有极值-1 知 $a>0$,且 $f\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)=\ln\sqrt{\frac{1}{a}}-\frac{1}{2}=-1$, ………… 7 分

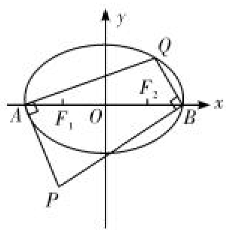
所以 $\ln\sqrt{\frac{1}{a}}=-\frac{1}{2}$,$a=\mathrm{e}$. ………… 9 分

所以 $f(x)=\ln x-\frac{\mathrm{e}}{2}x^2$,$f(1)=-\frac{\mathrm{e}}{2}$,$f'(1)=1-\mathrm{e}$. ………… 10 分

所以 $f(x)$在 $x=1$ 处的切线方程为 $y-\left(-\frac{\mathrm{e}}{2}\right)=(1-\mathrm{e})(x-1)$, ………… 11 分

即$(\mathrm{e}-1)x+y-\frac{\mathrm{e}}{2}+1=0\left[或\ y=(1-\mathrm{e})x+\frac{\mathrm{e}}{2}-1\right]$. ………… 12 分

21.【解析】(1)由题意得 $e=\frac{1}{2}=\frac{c}{a}$,即 $a=2c$.



又 $S_{\triangle QAF_1}=\frac{1}{2}(a-c)\cdot|y_Q|$,点 Q 为椭圆上的动点.

故$|y_Q|\leqslant b$,则 $S_{\triangle QAF_1}$ 的最大值为$\frac{1}{2}(a-c)\cdot b=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

即$(a-c)^2(a^2-c^2)=3$,代入 $a=2c$ 得 $c=1$,故 $a=2$,$b=\sqrt{3}$,

即椭圆方程为$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{3}=1$. ………… 5 分

(2)设 $Q(x_0,y_0)$,$P(x,y)$,则$\frac{x_0{}^2}{4}+\frac{y_0{}^2}{3}=1$. ①

由题意得:$k_{AQ}=\frac{y_0}{x_0+2}$,$k_{AP}=\frac{y}{x+2}(x\neq-2)$,

$k_{BQ}=\frac{y_0}{x_0-2}$，$k_{BP}=\frac{y}{x-2}(x\neq 2)$，

则 $k_{AQ}\cdot k_{AP}=-1$，$k_{BQ}\cdot k_{BP}=-1$.

且 $k_{AQ}\cdot k_{BQ}=\frac{{y_0}^2}{{x_0}^2-4}$，代入①得 $k_{AQ}\cdot k_{BQ}=-\frac{3}{4}$. ……………………………… 8 分

又 $k_{AQ}\cdot k_{AP}\cdot k_{BQ}\cdot k_{BP}=1$，

所以 $k_{AP}\cdot k_{BP}=-\frac{4}{3}$，……………………………… 10 分

即 $\frac{y^2}{x^2-4}=-\frac{4}{3}$，整理得 $\frac{y^2}{\frac{16}{3}}+\frac{x^2}{4}=1$，……………………………… 11 分

故 $\frac{y^2}{\frac{16}{3}}+\frac{x^2}{4}=1(x\neq\pm 2)$ 为所求轨迹方程. ……………………………… 12 分

22.【解析】(1) l_1 的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，化为极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho\in\mathbf{R})$.

代入 l_2 的方程得：$\rho=3$，即 $B\left(3,\frac{\pi}{6}\right)$，

方程 $2\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)+3=0$，令 $\theta=0$，即 $\rho=\sqrt{3}$，即 $A(\sqrt{3},0)$. ……………………………… 5 分

(2)由(1)知，$|OA|=\sqrt{3}$，$|OB|=3$，且 $\angle BOA=\frac{\pi}{6}$，

故 $|AB|=\sqrt{3}$，设点 P 到直线 AB 的距离为 d，

故 $S=\frac{\sqrt{3}}{2}d$，设点 $P(\cos\theta,\sqrt{3}\sin\theta)$，$l_2$ 的一般方程为 $y=\sqrt{3}x-3$，

故 $S=\frac{\sqrt{3}}{2}d=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{|\sqrt{3}\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta-3|}{2}=\frac{3}{4}\left|\sqrt{3}+\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\right|$，

当 $\theta=\frac{3\pi}{4}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 时，$S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{4}$，

此时，P 点坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. ……………………………… 10 分

23.【解析】(1) $m=1$ 时，$f(x)=|2x-1|+|x+1|$，

即 $f(x)=\begin{cases}-3x, x\leqslant -1,\\ 2-x, -1<x<\frac{1}{2},\\ 3x, x\geqslant\frac{1}{2},\end{cases}$

$f(x)\leqslant 6$，即 $\begin{cases}x\leqslant -1,\\ -3x\leqslant 6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1<x<\frac{1}{2},\\ 2-x\leqslant 6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geqslant\frac{1}{2},\\ 3x\leqslant 6.\end{cases}$

解得 $-2\leqslant x\leqslant 2$.

即不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集为 $\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$. ……………………………… 5 分

(2)当 $x\in\left[\frac{3}{4},2\right]$ 时，不等式 $|2x-1|+|x+m|\leqslant|2x+1|$，

即 $|x+m|+2x-1\leqslant 2x+1$，

即 $|x+m|\leqslant 2$ 在 $\left[\frac{3}{4},2\right]$ 上恒成立，

故 $-2\leqslant x+m\leqslant 2$，$-x-2\leqslant m\leqslant 2-x$，

故 $m\geqslant(-x-2)_{\max}$，且 $m\leqslant(2-x)_{\min}$，$x\in\left[\frac{3}{4},2\right]$，

故 $-\frac{11}{4}\leqslant m\leqslant 0$.

即实数 m 的取值范围为 $\left[-\frac{11}{4},0\right]$. ……………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 ‘’ 专业、专注、有态度 ‘’ 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。