

2021 年春期高中二年级期终质量评估

数学试题(文)

参考答案

一、选择题：

1-12BCBACDDCBABD

二、填空题：

13. $\frac{1}{5}$ 14. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ 15. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 16. 20

三、解答题：

17. 解：(1) 选条件① $\bar{z} = (m^2 - 2m - 3) - (m^2 - 3m - 4)i, z + \bar{z} = -8$

$\backslash 2(m^2 - 2m - 3) = -8$, 解得 $m = 1$.

选条件② z 为纯虚数

$\backslash \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ m^2 - 3m - 4 = 0 \end{cases}$, 解得 $m = 3$.

选条件③ z 为非零实数, $\backslash \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ m^2 - 3m - 4 = 0 \end{cases}$, 解得 $m = 4$.

(2) 因为 $w = 1 - i$ 为实系数一元二次方程: $x^2 + ax + b = 0$ 的一个根,

$\backslash (1 - i)^2 + a(1 - i) + b = 0$, 解得: $a = -2, b = 2$,

$\backslash$ 原方程为 $x^2 - 2x + 2 = 0$, 配方得: $(x - 1)^2 = -1$, 解得:

$\backslash x_1 = 1 + i, x_2 = 1 - i$



18.解：(1) 假设结论不成立，即 $0^\circ < A < 60^\circ, 0^\circ < B < 60^\circ, 0^\circ < C < 60^\circ$ ，

则 $A + B + C < 180^\circ$ ，这与 $A + B + C = 180^\circ$ 相矛盾，所以假设不成立，

即 A, B, C 中至少有一个角大于或等于 60° 。

(2) 要证 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ ，只需证 $\frac{a+b+c}{a+b} + \frac{a+b+c}{b+c} = 3$ ，

即证： $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} = 1$ ，

即证 $c(b+c) + a(a+b) = (a+b)(b+c)$ ，

即： $c^2 + a^2 = ac + b^2$ 。

又因 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 成等差数列，故 $B = 60^\circ$ 。

由余弦定理可得： $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos 60^\circ$ ，即： $b^2 = c^2 + a^2 - ac$ 。

故 $c^2 + a^2 = ac + b^2$ 。

所以 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ 成立

19.解：(1) 因为曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2 + 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数)， M 为 C_1 上的动点，

所以可设 M 的坐标为 $M(2\cos\alpha, 2 + 2\sin\alpha)$ 。

设 P 的坐标为 $P(x, y)$ ，由 $\vec{OP} = 2\vec{OM}$ ，

得到： $\begin{cases} x = 4\cos\alpha \\ y = 4 + 4\sin\alpha \end{cases}$ ，消去参数得： $x^2 + (y - 4)^2 = 16$ ，

转化为极坐标方程得： $r = 8\sin\theta$ 。

即曲线 C_2 的极坐标方程为： $r = 8\sin\theta$ 。

同理可求 C_1 的极坐标方程： $r = 4\sin\theta$ 。

(2) 设 $A(r_1, \theta_1)$ ，则 $\begin{cases} r = 4\sin\theta \\ \theta = \frac{\pi}{3} \end{cases}$ 。



解得： $\begin{cases} r_1 = 4\sin\frac{p}{3} \\ q = \frac{p}{3} \end{cases}$ ，所以 $A(2\sqrt{3}, \frac{p}{3})$ ；

设 $B(r_2, q_2)$ ，则 $\begin{cases} r_2 = 8\sin q \\ q = \frac{p}{3} \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} r_2 = 8\sin\frac{p}{3} \\ q = \frac{p}{3} \end{cases}$ ，所以 $B(4\sqrt{3}, \frac{p}{3})$ 。

所以 $|AB| = |r_2 - r_1| = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

20. 解：(1) a, b, x 均为正数，因为 $a > b$ ，

所以 $a+x > b+x > 0$ ，所以 $\frac{a+x}{b+x} > 1$ ；

$$\frac{a+x}{b+x} - \frac{a}{b} = \frac{b(a+x) - a(b+x)}{b(b+x)} = \frac{x(b-a)}{b(b+x)} < 0$$

故 $1 < \frac{a+x}{b+x} < \frac{a}{b}$

(2) 已知 a, b, x 均为正数， $a < b$ ，

则 $\frac{a}{b} < \frac{a+x}{b+x} < 1$ ，

证明： $a < b$ ，根据 (1) 知 $1 < \frac{b+x}{a+x} < \frac{b}{a}$ ，取倒数得到 $\frac{a}{b} < \frac{a+x}{b+x} < 1$

(3) 在 $\triangle ABC$ 中，根据正弦定理可知： $\frac{\sin A}{\sin B + \sin C} = \frac{a}{b+c} < \frac{2a}{a+b+c}$ ，

同理可得： $\frac{\sin B}{\sin C + \sin A} = \frac{b}{c+a} < \frac{2b}{c+a+b}$ ， $\frac{\sin C}{\sin A + \sin B} = \frac{c}{a+b} < \frac{2c}{a+b+c}$

$$\begin{aligned} \frac{\sin A}{\sin B + \sin C} + \frac{\sin B}{\sin C + \sin A} + \frac{\sin C}{\sin A + \sin B} &= \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \\ &< \frac{2a}{b+c-a} + \frac{2b}{c+a-b} + \frac{2c}{a+b-c} = 2 \end{aligned}$$

21. 解：(1) 由表中数据易求：

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4}{4} = 2.5, \quad \bar{y} = \frac{125+105+100+90}{4} = 105.$$



$$\text{则 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i y_i - 4 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^4 x_i^2 - 4 \bar{x}^2} = \frac{995 - 1050}{30 - 25} = -11$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = 105 - (-11) \cdot \frac{5}{2} = 132.5,$$

故所求回归直线方程为 $\hat{y} = -11x + 132.5$.

令 $x=5$, 则 $\hat{y} = -11 \cdot 5 + 132.5 = 77.5 \approx 78$ 人.

预测该路口 5 月份不“礼让行人”的司机大约人数为 78 人.

$$(2) \text{ 由表中数据可得: } K^2 = \frac{50 \cdot (10 \cdot 12 - 20 \cdot 8)^2}{18 \cdot 32 \cdot 30 \cdot 20} \approx 0.231 < 2.706,$$

对比表中数据可知, 没有 90% 的把握认为“礼让行人”行为与驾龄有关.

$$22. \text{解: (1) 曲线 } C_1 \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = -\frac{1}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}).$$

消去 t 得: $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$;

当 $k=1$ 时, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $3\sin\frac{\pi}{4} + \rho\frac{\pi}{4} = 4$,

即 $\frac{3\sqrt{2}}{2}\rho\sin\frac{\pi}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{2}\rho\cos\frac{\pi}{4} = 4$, 转化为直角坐标方程为 $3x + 3y - 4\sqrt{2} = 0$;

即 C_1 的直角坐标方程为: $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$; C_2 的直角坐标方程为: $3x + 3y - 4\sqrt{2} = 0$;

(2) 当 $k=2$ 时, C_2 的直角坐标方程为: $4x^2 + y^2 = 4$,

$$\text{将 } C_1 \text{ 的参数方程 } \begin{cases} x = -\frac{1}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \text{ 代入, 整理得: } 7t^2 + 4\sqrt{3}t - 12 = 0,$$

设 A, B 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = -\frac{4\sqrt{3}}{7}, t_1 t_2 = -\frac{12}{7}$,

易知: $t_1 t_2 < 0, t_1$ 与 t_2 异号,

$$\text{所以 } \frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|} = \frac{1}{|t_1|} + \frac{1}{|t_2|} = \frac{|t_1| + |t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{|t_1 - t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2}}{|t_1 t_2|} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》