

绝密★启用前



# 高三数学考试(理科)

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

## 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$ ,  $B = \{y | y = \sqrt{x+1}\}$ , 则  $A \cap B =$

A.  $[-1, 2)$       B.  $[0, 2)$       C.  $[1, 2)$       D.  $[0, 3)$

2. 设  $(1+i)z = 3+i$ , 则  $|z| =$

A.  $\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{7}$       C. 3      D.  $\sqrt{10}$

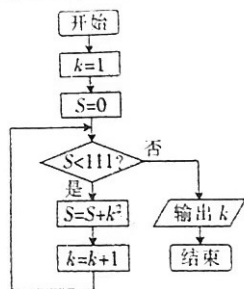
3. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作,书中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥,则直角圆锥侧面展开图的圆心角的弧度数为

A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$       C.  $\sqrt{2}\pi$       D.  $2\sqrt{2}\pi$

4. 设  $a = \log_5 3$ ,  $b = e^{-1}$ ,  $c = \log_{16} 9 \cdot \log_{27} 8$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为

A.  $c < a < b$       B.  $b < a < c$   
C.  $c < b < a$       D.  $b < c < a$

5. 执行如图所示的程序框图,则输出的  $k$  的值是



A. 7      B. 8      C. 9      D. 11

6. 已知函数  $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ , 则  $f(x)$  在  $[-2, 0]$  上

A. 单调递增      B. 单调递减  
C. 先增后减      D. 先减后增



三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + \dots + (2n-1)a_n = n$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 已知  $c_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n a_{n+2}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$  求数列  $\{c_n\}$  的前 20 项和.

70

18. (12 分)

某学校食堂中午和晚上都会提供 A, B 两种套餐(每人每次只能选择其中一种). 经过统计分析发现: 学生中午选择 A 类套餐的概率为  $\frac{2}{3}$ , 选择 B 类套餐的概率为  $\frac{1}{3}$ ; 在中午选择 A 类套餐的前提下, 晚上还选择 A 类套餐的概率为  $\frac{1}{4}$ , 选择 B 类套餐的概率为  $\frac{3}{4}$ ; 在中午选择 B 类套餐的前提下, 晚上选择 A 类套餐的概率为  $\frac{1}{2}$ , 选择 B 类套餐的概率为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 若同学甲晚上选择 A 类套餐, 求同学甲中午也选择 A 类套餐的概率;

(2) 记某宿舍的 4 名同学在晚上选择 B 类套餐的人数为 X, 假设每名同学选择何种套餐是相互独立的, 求 X 的分布列及数学期望.

2

2

19. (12 分)

如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$ , E 为 BC 的中点, F 为 AB 上一点, 且  $EF \perp AB$ . 现将  $\triangle BEF$  沿 EF 翻折到  $\triangle B'EF$ , 如图 2.

(1) 证明:  $EF \perp AB'$ .

(2) 已知二面角  $B'-EF-A$  为  $\frac{\pi}{3}$ , 在棱 AC 上是否存在点 M, 使得直线 BC 与平面  $B'MF$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ? 若存在, 确定 M 的位置; 若不存在, 请说明理由.

23

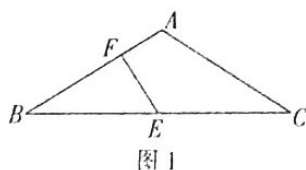


图 1

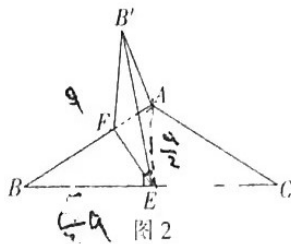


图 2

20. (12分)

已知  $F$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点, 且  $P(1, \frac{3}{2})$  在椭圆  $C$  上,  $PF$  垂直于  $x$  轴.

(1) 求椭圆  $C$  的方程.

(2) 过点  $F$  的直线  $l$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  (异于点  $P$ ) 两点,  $D$  为直线  $l$  上一点. 设直线  $PA, PD, PB$  的斜率分别为  $k_1, k_2, k_3$ , 若  $k_1 + k_3 = 2k_2$ , 证明: 点  $D$  的横坐标为定值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = ae^x - bx - c (0 < a < 1, b > 0)$ .

(1) 若  $a = b$ , 求  $f(x)$  的极值;

(2) 若  $x_1, x_2$  是  $f(x)$  的两个零点, 且  $x_1 > x_2$ , 证明:  $\frac{e^{x_1}}{a} + \frac{e^{x_2}}{1-a} > \frac{4b}{a}$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta + 2, \\ y = \sqrt{2} \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  过原点, 且

倾斜角为  $\alpha$ . 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线  $C$  和直线  $l$  的极坐标方程;

(2) 已知曲线  $C$  与直线  $l$  交于  $A, B$  两点, 若  $|OA| + |OB| = 3$ , 求直线  $l$  的直角坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |x|$ .

(1) 求不等式  $f(x) < 2x - 1$  的解集;

(2) 已知函数  $g(x) = 2f(x) + |2x - 1|$  的最小值为  $m$ , 且  $a, b, c$  都是正数,  $a + 2b + c = m$ , 证

明:  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \geq 4$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线