

铜川市 2023 年高三第二次质量检测

文科数学

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分, 第 I 卷为选择题, 用 2B 铅笔将答案涂在答题卡上. 第 II 卷为非选择题, 用 0.5mm 黑色签字笔将答案答在答题卡上, 考试结束后, 只收答题卡.
2. 答第 I 卷、第 II 卷时, 先将答题卡首有关项目填写清楚.
3. 全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项)

1. 若全集 $U = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$

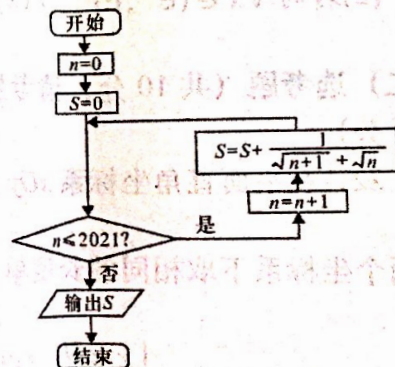
- A. $\{2\}$ B. $\{3\}$ C. $\{4\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

2. 已知复数 z_1, z_2 满足 $|z_1| = 3$, $z_2 = 2 + i$, 则 $|z_1 \cdot z_2| =$

- A. $3\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{5}$ D. 6

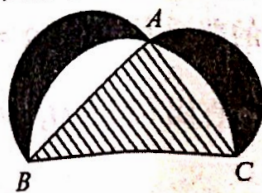
3. 执行如图所示的程序框图, 则输出 S 的值为

- A. $\sqrt{2020} - 1$
 B. $\sqrt{2021} - 1$
 C. $\sqrt{2022} - 1$
 D. $\sqrt{2023} - 1$



4. 如图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形. 此图由三个半圆构成, 三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC , 直角边 AB 、 AC . $\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为 I, 黑色部分记为 II, 其余部分记为 III. 在整个图形中随机取一点, 此点取自 I, II, III 的概率分别记为 p_1, p_2, p_3 , 则

- A. $p_1 = p_2$ B. $p_1 = p_3$
 C. $p_2 = p_3$ D. $p_1 = p_2 + p_3$



5. 已知 $\log_2 a = 0.5^a = 0.2^b$, 则
- A. $a < 1 < b$ B. $1 < a < b$ C. $b < 1 < a$ D. $1 < b < a$

6. 设向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

7. 现有甲、乙两组数据, 每组数据均由六个数组成, 其中甲组数据的平均数为 3, 方差为 5, 乙组数据的平均数为 5, 方差为 3. 若将这两组数据混合成一组, 则新的一组数据的方差为

- A. 3.5 B. 4 C. 4.5 D. 5

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp AC$, $BC \perp AC$, 且 $PA = \sqrt{3}$, $AC = 1$, $BC = 2$, $PB = 2\sqrt{2}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

- A. 8π B. 4π C. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ D. 16π

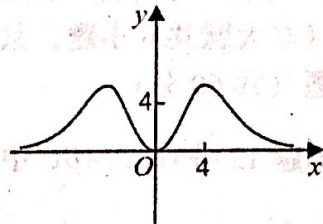
9. 等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + 8a_5 = 0$, 设数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_5}{S_2} =$

- A. -11 B. -8 C. 5 D. 11

10. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可以为

A. $f(x) = \frac{x^4}{e^x + e^{-x}}$ B. $f(x) = \frac{x^3}{e^x + e^{-x}}$

C. $f(x) = \frac{x^2}{e^x + e^{-x}}$ D. $f(x) = \frac{x^4}{e^x - e^{-x}}$



11. 已知函数 $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2})\cos(x + \frac{\pi}{4})$, 则下列说法正确的是

A. 点 $(-\frac{\pi}{8}, 0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

B. 点 $(\frac{\pi}{8}, \frac{\sqrt{2}}{4})$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

C. 直线 $x = \frac{5\pi}{8}$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称轴

D. 直线 $x = \frac{3\pi}{8}$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称轴

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 $y = t (t \in (0, 2))$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点(其中点 A 在点 B 的左侧), 记 $\triangle ABF_1$ 面积为 S , 则下列结论错误的是

A. $|F_1A| + |F_1B| = 4\sqrt{2}$ B. $AF_1 \perp BF_1$ 时, $t = \sqrt{3}$

C. S 的最大值为 $2\sqrt{2}$

D. 当 $\angle F_1AF_2 = \frac{\pi}{3}$ 时, 点 A 的横坐标为 $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 将四大名著各分一本给甲、乙、丙、丁四人就读, A, B, C, D 四位旁观者预测分配结果, A 说: “甲读《西游记》, 乙读《红楼梦》”; B 说: “甲读《水浒传》, 丙读《三国演义》”; C 说: “乙读《水浒传》, 丙读《西游记》”; D 说: “乙读《西游记》, 丁读《三国演义》”. 若已知四位旁观者每人预测的两句话中, 都是有且只有一句是正确的, 则可推断丁读的名著是_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且点 (a_n, S_n) 总在直线 $y = 2x - 1$ 上, 则数列 $\{n \cdot a_n\}$ 的前

n 项和 $T_n =$ _____.

15. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 直线 l 经过 F_1 且与 C 左支交于 P, Q 两点, 点 P 在以 F_1F_2 为直径的圆上, $|PQ|:|PF_2| = 3:4$, 则 C 的离心率是 _____.

16. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - 3, g(x) = \frac{4 \ln x}{x}$, 令 $F(x) = \begin{cases} |f(x)|, & x \leq 1 \\ g(x), & x > 1 \end{cases}$, 若函数 $y = F(x) - m$ 存在 3 个零点, 则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤)

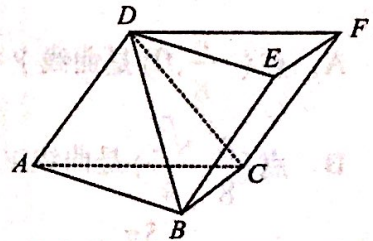
(一) 必考题 (共 60 分)

17. (本小题 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan C} = \frac{1}{\sin B}$.

(1) 证明: $b^2 = ac$;

(2) 若 $b = 2$, 当角 B 取得最大值时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

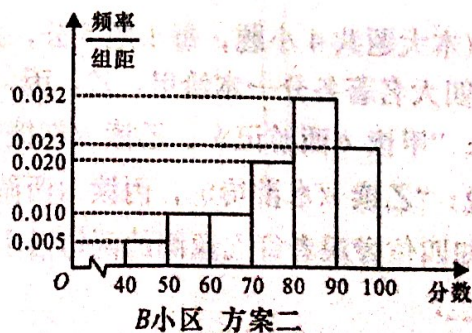
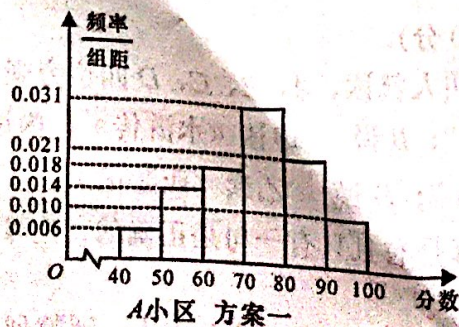
18. (本小题 12 分) 如图, 在斜三棱柱 $ABC-DEF$ 中, 底面 ABC 是边长为 2 的正三角形, $BD = CD = \frac{4}{3}\sqrt{3}$, 侧棱 AD 与底面 ABC 所成角为 60° .



(1) 求证: 四边形 $BCFE$ 为矩形;

(2) 求平面 DBC 与平面 $BCFE$ 夹角的余弦值.

19. (本小题 12 分) 为进一步巩固提升全国文明城市, 加速推行垃圾分类制度, 铜川市推出了两套方案, 并分别在 A, B 两个大型居民小区内试行. 方案一: 进行广泛的宣传活动, 向小区居民和社会各界宣传垃圾分类的意义, 讲解分类垃圾桶的使用方式, 垃圾投放时间等, 定期召开垃圾分类会议和知识宣传教育活动; 方案二: 在小区内设立智能化分类垃圾桶, 智能垃圾桶操作简单, 居民可以通过手机进行自动登录、称重、积分等一系列操作. 并建立激励机制, 比如, 垃圾分类换积分兑换礼品等, 以激发带动居民参与垃圾分类的热情. 经过一段时间试行之后, 在这两个小区内各随机抽取了 100 名居民进行问卷调查, 记录他们对试行方案的满意度得分 (满分 100 分), 将数据分成 6 组: $[40, 50), [50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90), [90, 100)$, 并整理得到如下频率分布直方图:



(1)请通过频率分布直方图分别估计两种方案满意度的平均得分,判断哪种方案的垃圾分类推广措施更受居民欢迎(同一组中的数据用该组中间的中点值作代表);

(2)以样本频率估计概率,若满意度得分不低于70分认为居民赞成推行此方案,低于70分认为居民不赞成推行此方案,规定小区居民赞成率不低于70%才可在该小区继续推行该方案,判断两小区哪个小区可继续推行方案?

(3)根据(2)中结果,从可继续推行方案的小区所抽取100人中再按居民态度是否赞成分层抽取一8人样本作为代表团,从代表团中选取两人做汇总发言,求至少有一个不赞成的居民被选到发言的概率.

20.(本小题12分)已知点 F 为抛物线 $E:y^2=2px(p>0)$ 的焦点,点 $P(-3,2)$, $|PF|=2\sqrt{5}$,若过点 P 作直线与抛物线 E 顺次交于 A,B 两点,过点 A 作斜率为1的直线与抛物线的另一个交点为点 C .

(1)求抛物线 E 的标准方程;

(2)求证:直线 BC 过定点.

21.(本小题12分)已知函数 $f(x)=\ln x+x+\frac{2}{ax}(a\neq 0)$.

(1)当 $a=1$ 时,求 $f(x)$ 的极值;

(2)若对 $\forall x\in(e^{-1},e)$, $f(x)<x+2$,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题(共10分,请考生在22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分)

22.在平面直角坐标系 xOy 中,以原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,并在两个坐标系下取相同的长度单位,已知曲线 C 的参数方程为

$$\begin{cases} x=1+\sqrt{3}\cos\theta \\ y=\sqrt{3}\sin\theta \end{cases} (\theta\text{为参数}),$$

直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t\cos\alpha \\ y=1+t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数, α 为直线 l 的倾斜角).

(1)求曲线 C 的普通方程;当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时,求直线 l 的极坐标方程;

(2)若曲线 C 和直线 l 交于 M,N 两点,且 $|MN|=\sqrt{10}$,求直线 l 的倾斜角.

23.设函数 $f(x)=|2x-2|+|x+2|$.

(1)解不等式 $f(x)\leq 6-x$;

(2)令 $f(x)$ 的最小值为 T ;正数 a,b,c 满足 $a+b+c=T$,证明: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\geq\frac{16}{3}$.