洛阳市2020——2021学年高中三年级第三次统一考试

数学试卷(理)

密封线内不要答题

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A=\{x\mid x^2-x-2<0\}$,$B=\{x\mid \log_3 x<1\}$,则 $A\cap B=$

A. $(-2,1)$　　B. $(-1,3)$　　C. $(0,2)$　　D. $(0,3)$

2. 已知 i 为虚数单位,复数 z 满足 $z(3+i)=4-2i$,则下列说法正确的是

A. 复数 z 的模为 2　　B. 复数 z 的共轭复数为 $-1+i$

C. 复数 z 的虚部为 $-i$　　D. 复数 z 在复平面内对应的点在第四象限

3. 下列命题中,真命题是

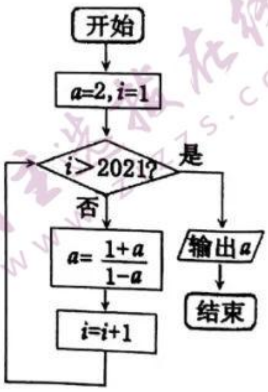
A. 命题"若 $\sin x=\sin y$,则 $x=y$"的逆否命题是真命题

B. 命题"$\forall x\in\mathbf{R},x^2\geqslant 0$"的否定是"$\forall x\in\mathbf{R},x^2<0$"

C. "$x>1$"是"$x^2>1$"的必要不充分条件

D. 对任意 $x\in\mathbf{R}$,$e^x+e^{-x}\geqslant 2$

4. 执行如图所示的程序框图,则输出 a 的值为



A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. -3

C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. 2

5. 已知 $a=\log_3 1.5$,$b=\log_{0.5}0.1$,$c=0.5^{0.2}$,则 a,b,c 的大小关系为

A. $c<a<b$　　B. $b<c<a$　　C. $a<c<b$　　D. $a<b<c$

6. 已知双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左,右焦点为 F_1,F_2,P 为双曲线上一点,若 $\triangle PF_1F_2$ 是等腰直角三角形,则 E 的离心率为

A. $3+2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\sqrt{2}+2$　　D. $2\sqrt{2}-1$

7. 设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)+\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|\leqslant\dfrac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 π,且过点 $(0,\sqrt{2})$,则下列判断正确的为

A. $\varphi=-\frac{\pi}{4}$

B. $|f(x)|$ 的最小正周期为 π

C. $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上单调递减

D. 把函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，所得函数的解析式为 $y=\sqrt{2}\sin 2x$

8. 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有"数学王子"的美誉，用其名字命名的"高斯函数"为：设 $x\in\mathbf{R}$，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $y=[x]$ 称为高斯函数，也称取整函数，如：$[-3.7]=-4$，$[2.3]=2$，已知 $f(x)=\frac{2^{x+1}}{2^x+1}-1$，则函数 $y=3[f(x)]-2[f(-x)]$ 的值域为

A. $\{-3,0,2\}$　　B. $\{-1,2\}$　　C. $\{-3,0,-2\}$　　D. $\{-2,0,3\}$

9. 为发挥我市"示范性高中"的辐射带动作用，促进教育的均衡发展，共享优质教育资源. 现分派我市"示范性高中"的 5 名教师到 A,B,C 三所薄弱学校支教，开展送教下乡活动，每所学校至少分派一人，其中教师甲不能到 A 学校，则不同分派方案的种数是

A. 150　　B. 136　　C. 124　　D. 100

10. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的顶点都在球 O 的球面上，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AB=AD=1$，$BC=CD=2$，若球 O 的表面积为 9π，则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为

A. 4　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $(a-\sqrt{2}b)\sin A=(c+b)(\sin C-\sin B)$，设 D 是 AB 的中点，若 $CD=1$，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是

A. $\sqrt{2}-1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $3-2\sqrt{2}$　　D. $3+2\sqrt{2}$

12. 已知 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=2$，且向量 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 120°，又 $|\overrightarrow{PO}|=1$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$ 的取值范围为

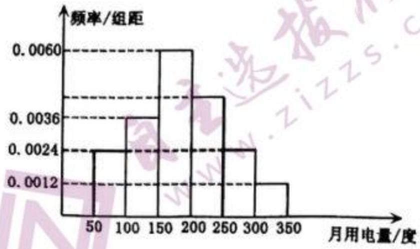
A. $[-1,1]$　　B. $[-1,3]$　　C. $[-3,1]$　　D. $[-3,3]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 $\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\frac{3}{5}$，则 $\cos 2\theta=$ ________.

14. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y\leqslant 1,\\2x+y\geqslant -1,\\x-y\leqslant 0.\end{cases}$ 则 $z=3x-2y$ 的最小值为________.

15. 从某小区随机抽取 100 户居民进行月用电量调查，发现其用电量都在 50 到 350 度之间，频率分布直方图如图所示，由此可估计该小区居民户月用电量的平均值大约为________度.



16. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点，过 F_2 的直线与椭圆交于 P,Q 两点，若 $PQ \perp PF_1$ 且 $|QF_1|=\sqrt{2}\,|PF_1|$，则 $\triangle PF_1F_2$ 与 $\triangle QF_1F_2$ 的面积之比为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17 ～ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

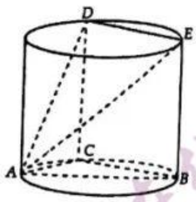
17.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$，都满足 $S_n+2=2a_n, b_n=\frac{a_n}{n^2}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的最小项的值.

18.（本小题满分 12 分）



如图，已知 AB 是圆柱下底面圆的直径，点 C 是下底面圆周上异于 A,B 的动点，CD,BE 是圆柱的两条母线.

(1) 求证：平面 $ACD \perp$ 平面 $BCDE$；

(2) 若 $AB=6, BC=3$，直线 AE 与平面 ABC 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$，求平面 ADE 与平面 ABC 所成的锐二面角的余弦值.

19.（本小题满分 12 分）

设抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $P(4,m)$ $(m>0)$ 是抛物线 C 上一点，且 $|PF|=5$.

(1) 求抛物线 C 的方程；

(2) 过点 $Q(1,-4)$ 的直线与抛物线 C 交于 A,B 两个不同的点（均与点 P 不重合），设直线 PA,PB 的斜率分别为 k_1,k_2，求证：k_1k_2 为定值.

20.（本小题满分 12 分）

新型冠状病毒的传染主要是人与人之间进行传播，感染人群年龄大多数是 50 岁以上人群. 该病毒进入人体后有潜伏期，潜伏期是指病原体侵入人体至最早出现临床症状的这段时间. 潜伏期越长，感染到他人的可能性越高，现对 400 个病例的潜伏期（单位：天）进行调查，统计发现潜伏期平均数为 7.2，方差为 2.25^2. 如果认为超过 8 天的潜伏期属于“长潜伏期”，按照年龄统计样本，得到下面的列联表：

年龄 / 人数	长潜伏期	非长潜伏期
50 岁以上	60	220
50 岁及 50 岁以下	40	80

(1) 是否有 95% 的把握认为"长潜伏期"与年龄有关；

(2) 假设潜伏期 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本平均数 $\bar{x}$，σ^2 近似为样本方差 s^2.

(ⅰ) 现在很多省市对入境旅客一律要求隔离 14 天，请用概率的知识解释其合理性；

(ⅱ) 以题目中的样本频率估计概率，设 1000 个病例中恰有 $k(k\in \mathbf{N}^*)$ 个属于"长潜伏期"的概率是 $P(k)$，当 k 为何值时，$P(k)$ 取得最大值.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010
k_0	2.706	3.841	6.635

若 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma)=0.6826$，$P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<\xi<\mu+3\sigma)=0.9974$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x\ln x-\dfrac{1}{2}ax^3+ax^2(a\in\mathbf{R})$.

(1) 当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2) 若函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 存在两个极值点 x_1，$x_2(x_1\neq x_2)$，$g(x_1)+g(x_2)\leqslant m$，求实数 m 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（本小题满分 10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sin 2\alpha\\ y=\sin\alpha+\cos\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）. 在以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

(1) 求 C_1 和 C_2 的直角坐标方程；

(2) 若射线 $l:\theta=\theta_0(\theta_0\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}],\rho\geqslant 0)$ 与曲线 C_1 和 C_2 分别交于异于原点的点 A，B，求 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 取值范围.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（本小题满分 10 分）

已知 a,b,c 都是正实数，

(1) 若 $\dfrac{abc}{a+b+c}=\dfrac{1}{3}$，求 $ab+bc+ac$ 的最小值；

(2) 若 $a>b>c$，且 $a+2b+3c=1$，求证：$a^2+8b^2+27c^2<1$.

洛阳市2020——2021学年高中三年级第三次统一考试
数学试卷参考答案(理)

一、选择题:

1—5 CDDBC　　6—10 BCADB　　11—12 AC

二、填空题:

13. $-\frac{7}{25}$　　14. -5　　15. 186　　16. $\sqrt{2}+1$

三、解答题:

17. 解:(1)∵　$S_n+2=2a_n$,

∴　当 $n\geqslant 2$ 时,$S_{n-1}+2=2a_{n-1}$.　　……1分

两式相减,得:$a_n=2a_{n-1}$.　　……3分

又 $a_1=2$,　∴　$\{a_n\}$ 是以2为公比,2为首项的等比数列,　　……4分

∴　$a_n=2^n$,$n\in\mathbf{N}^*$　　……5分

(2)∵　$b_n=\frac{a_n}{n^2}=\frac{2^n}{n^2}$,易知 $b_n>0$,$b_{n+1}=\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}$,

∴　$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{2n^2}{(n+1)^2}=(\frac{\sqrt{2}n}{n+1})^2$,　　……8分

当 $\frac{\sqrt{2}n}{n+1}>1$ 时,$n>\sqrt{2}+1$,　　……9分

当 $n\geqslant 3$ 时,$b_n<b_{n+1}$,　　……10分

又 $b_1=2$,$b_2=1$,$b_3=\frac{8}{9}$,

∴　当 $n=3$ 时,b_n 有最小值 $\frac{8}{9}$.　　……12分

18. 解:(1)∵　CD 是圆柱的母线,　∴　$CD\perp$ 平面 ABC,

∵　$AC\subset$ 平面 ABC,　∴　$CD\perp AC$　　……2分

∵　AB 为圆柱下底面圆的直径,　∴　$AC\perp BC$,

又 $BC\cap CD=C$,　∴　$AC\perp$ 平面 $BCDE$,　　……3分

∵　$AC\subset$ 平面 ACD,　∴　平面 $ACD\perp$ 平面 $BCDE$.　　……5分

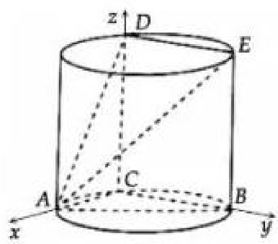
(2) 由(1)知 AC,BC,CD 两两垂直,故以 C 为坐标原点,CA,CB,CD 所在直线分别为 x,y,z 轴建立如图所示的空间直角坐标系.

∵　BE 为圆柱的母线,　∴　$BE\perp$ 平面 ABC,

∴　$\angle EAB$ 是直线 AE 与平面 ABC 所成的角,

∴　$\angle EAB=\frac{\pi}{6}$,　　……6分

又 $AB=6$,　∴　$BE=2\sqrt{3}$.　　……7分



∵　$AC\perp BC$,$BC=3$,$AB=6$,　∴　$AC=3\sqrt{3}$,

∴　$A(3\sqrt{3},0,0)$,$E(0,3,2\sqrt{3})$,$D(0,0,2\sqrt{3})$,

∴　$\overrightarrow{AE}=(-3\sqrt{3},3,2\sqrt{3})$,$\overrightarrow{AD}=(-3\sqrt{3},0,2\sqrt{3})$,　　……8分

设平面 ADE 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$,

则由$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$,得$\begin{cases}-3\sqrt{3}x+3y+2\sqrt{3}z=0\\ -3\sqrt{3}x+2\sqrt{3}z=0\end{cases}$,取 $z=3$,则 $x=2,y=0$,

∴ $\vec{m}=(2,0,3)$ 为平面 ADE 的一个法向量, ……10 分

易知平面 ABC 的一个法向量为$\vec{n}=(0,0,1)$, ……11 分

∴ $\cos<\vec{m},\vec{n}>=\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$.

∴ 平面 ADE 与平面 ABC 所成锐二面角的余弦值为$\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$. ……12 分

19. 解:(1)$P(4,m)$ $(m>0)$ 是抛物线 C 上一点,且 $|PF|=5$. ∴ $\dfrac{p}{2}+4=5$,

……2 分

解得 $p=2$. ∴ 抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$. ……4 分

(2) 因为 $P(4,m)$ $(m>0)$ 是抛物线 C 上一点, ∴ $m=4$,即 $P(4,4)$.

……5 分

设直线 AB 的方程为 $x-1=t(y+4)$, ……6 分

$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$.

由$\begin{cases}x-1=t(y+4),\\ y^2=4x,\end{cases}$消去 x 得 $y^2-4ty-16t-4=0$, ……7 分

∴ $y_1+y_2=4t$,$y_1y_2=-16t-4$. ……8 分

$k_1k_2=\dfrac{y_1-4}{x_1-4}\cdot\dfrac{y_2-4}{x_2-4}=\dfrac{y_1-4}{\frac{y_1^2}{4}-4}\cdot\dfrac{y_2-4}{\frac{y_2^2}{4}-4}=\dfrac{16}{(y_1+4)(y_2+4)}$ ……10 分

$=\dfrac{16}{y_1y_2+4(y_1+y_2)+16}=\dfrac{16}{-16t-4+4\times4t+16}=\dfrac{4}{3}$,

即 k_1k_2 为定值. ……12 分

20. 解:(1) 依题意有 $K^2=\dfrac{400\times(60\times80-220\times40)^2}{280\times120\times100\times300}\approx6.349$, ……2 分

由于 $6.349>3.841$,故有 95% 的把握认为“长潜伏期”与年龄有关.

……3 分

(2)(ⅰ) 若潜伏期 $X\sim N(7.2,2.25^2)$,由 $P(X\geqslant13.95)$

$=\dfrac{1-0.9974}{2}=0.0013$, ……6 分

得知潜伏期超过 14 天的概率很低,因此隔离 14 天是合理的. ……7 分

(ⅱ) 由于 400 个病例中有 100 个属于长潜伏期,

若以样本频率估计概率,一个患者属于“长潜伏期”的概率是$\dfrac{1}{4}$, ……8 分

于是 $P(k)=C_{1000}^{k}\cdot(\dfrac{1}{4})^k\cdot(\dfrac{3}{4})^{1000-k}$. ……9 分

则$\dfrac{P(k)}{P(k-1)}=\dfrac{C_{1000}^{k}\cdot(\frac{1}{4})^k\cdot(\frac{3}{4})^{1000-k}}{C_{1000}^{k-1}\cdot(\frac{1}{4})^{k-1}\cdot(\frac{3}{4})^{1001-k}}=\dfrac{C_{1000}^{k}}{3C_{1000}^{k-1}}$

$=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{(k-1)!(1001-k)!}{k!(1000-k)!}=\dfrac{1}{3}\cdot(\dfrac{1001}{k}-1)$. ……10 分

当 $0<k<\frac{1001}{4}$ 时，$\frac{P(k)}{P(k-1)}>1$；

当 $\frac{1001}{4}<k\leqslant 1000$ 时，$\frac{P(k)}{P(k-1)}<1$； ……11 分

∴ $P(1)<P(2)<\cdots<P(250)$，$P(250)>P(251)>\cdots>P(1000)$.

故当 $k=250$ 时，$P(k)$ 取得最大值. ……12 分

21. 解：(1) 当 $a=1$ 时，$f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}x^3+x^2$，

$f'(x)=1+\ln x-\frac{3}{2}x^2+2x$， ……1 分

$f'(1)=1-\frac{3}{2}+2=\frac{3}{2}$. ……2 分

又 $f(1)=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$， ……3 分

∴ 曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}(x-1)$，

即 $3x-2y-2=0$. ……4 分

(2) $g(x)=\frac{f(x)}{x}=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+ax\ (x>0)$， ……5 分

$g'(x)=\frac{1}{x}-ax+a=-\frac{ax^2-ax-1}{x}$. ……6 分

依题意知 x_1,x_2 是方程 $g'(x)=0$ 的两个不相等的正实根，即 x_1,x_2 是方程 $ax^2-ax-1=0$ 的两个不相等的正实根，

$\begin{cases}\triangle=a^2+4a>0\\ x_1+x_2=1\\ x_1x_2=-\frac{1}{a}>0\end{cases}$，解之得 $a<-4$. ……8 分

$g(x_1)+g(x_2)=\ln x_1-\frac{1}{2}ax_1^2+ax_1+\ln x_2-\frac{1}{2}ax_2^2+ax_2$

$=\ln(x_1x_2)-\frac{1}{2}a(x_1^2+x_2^2)+a(x_1+x_2)$

$=\ln(-\frac{1}{a})-\frac{1}{2}a[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]+a=-\ln(-a)-\frac{1}{2}a(1+\frac{2}{a})+a$

$=-\ln(-a)+\frac{1}{2}a-1$ ……10 分

令 $h(a)=-\ln(-a)+\frac{1}{2}a-1\ (a<-4)$，则

$h'(a)=-\frac{1}{a}+\frac{1}{2}>0$，$h(a)$ 在 $(-\infty,-4)$ 上单调递增， ……11 分

∴ $h(a)<h(-4)=-3-\ln 4$.

∴ $g(x_1)+g(x_2)<-3-\ln 4$.

∴ $m\geqslant -3-\ln 4$.

即实数 m 的取值范围为 $[-3-\ln 4,+\infty)$. ……12 分

22. 解：(1) 由曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sin 2\alpha,\\ y=\sin\alpha+\cos\alpha.\end{cases}$ (α 为参数)

得其直角坐标方程为：$y^2=x(0\leqslant x\leqslant 2)$； ……2 分

由曲线 $C_2:\rho=2\sin\theta$ 得 $\rho^2=2\rho\sin\theta$，将 $\begin{cases}x^2+y^2=\rho^2\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入得曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+(y-1)^2=1$. ……4 分

(2) ∵ C_1 的直角坐标方程为 $y^2=x(0\leqslant x\leqslant 2)$，将 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入得曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=\cos\theta$. ……5 分

由 $\begin{cases}\rho\sin^2\theta=\cos\theta\\ \theta=\theta_0\end{cases}$ 得 $|\overrightarrow{OA}|=\rho_A=\dfrac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0}$， ……6 分

由 $\begin{cases}\rho=2\sin\theta\\ \theta=\theta_0\end{cases}$ 得 $|\overrightarrow{OB}|=\rho_B=2\sin\theta_0$， ……7 分

∴ $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|=\rho_A\rho_B=\dfrac{\cos\theta_0}{\sin^2\theta_0}\cdot 2\sin\theta_0=\dfrac{2}{\tan\theta_0}$， ……8 分

∵ $\theta_0\in[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{3}]$， ∴ $\tan\theta_0\in[1,\sqrt{3}]$， ……9 分

故 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 取值范围为 $[\dfrac{2\sqrt{3}}{3},2]$. ……10 分

23. 解：(1) ∵ $\dfrac{abc}{a+b+c}=\dfrac{1}{3}$， ∴ $\dfrac{1}{bc}+\dfrac{1}{ac}+\dfrac{1}{ab}=3$， ……1 分

而 $bc+\dfrac{1}{bc}\geqslant 2\sqrt{bc\cdot\dfrac{1}{bc}}=2$，$ac+\dfrac{1}{ac}\geqslant 2\sqrt{ac\cdot\dfrac{1}{ac}}=2$，

$ab+\dfrac{1}{ab}\geqslant 2\sqrt{ab\cdot\dfrac{1}{ab}}=2$，

三式相加，可得 $bc+ac+ab+\dfrac{1}{bc}+\dfrac{1}{ac}+\dfrac{1}{ab}\geqslant 6$， ……3 分

∴ $ab+bc+ac\geqslant 3$，当且仅当 $a=b=c=1$ 时等号成立，

故当 $a=b=c=1$ 时，$ab+bc+ac$ 的最小值 3. ……5 分

(2) ∵ $a>b>c$， ∴ $b^2<ab$，$c^2<ac$，$c^2<bc$， ……6 分

∴ $a^2+8b^2+27c^2=a^2+4b^2+9c^2+4b^2+6c^2+12c^2$

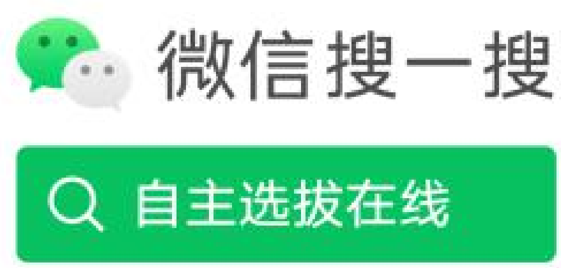
$<a^2+4b^2+9c^2+4ab+6ac+12bc=(a+2b+3c)^2$. ……8 分

又 ∵ $a+2b+3c=1$， ∴ $a^2+8b^2+27c^2<1$. ……10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》