高三模拟考试

数学试题参考答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	B	A	B	A	D

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

题号	9	10	11	12
答案	BC	ABD	BCD	AD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$\sqrt{5}$；14．12；

15．1，-1（答案不唯一：第 1 个数大于 0，第 2 个数小于 0 即可）；16．$\frac{3}{4}$．

四、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．【解析】

（1）因为 $a=\sqrt{5}$，$\sin A+\sqrt{5}\sin B=2\sqrt{2}$，

所以 $\sin A+a\sin B=2\sqrt{2}$，因为 $a\sin B=b\sin A$，

所以 $\sin A+3\sin A=2\sqrt{2}$，解得 $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在$\triangle ABC$中，因为 $a<b$，所以 A 为锐角，

所以 $A=\frac{\pi}{4}$；

（2）因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

所以 $c^2-3\sqrt{2}c+4=0$，解得 $c=\sqrt{2}$ 或 $c=2\sqrt{2}$，

当 $c=\sqrt{2}$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 3\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{2}$，

当 $c=2\sqrt{2}$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$，

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$ 或 3．

18.【解析】

（1）$a=2$时，$f(x)=\begin{cases}2(x+1)e^x, x\leqslant 0,\\ x^2-2x+\dfrac{1}{2}, x>0.\end{cases}$

当$x<0$时，$f'(x)=2(x+2)e^x$，

所以 $f(x)$在$(-\infty,-2)$上单调递减，在$(-2,0)$上单调递增，

此时$f(x)$的最小值为$f(-2)=-\dfrac{2}{e^2}$；

当$x>0$时，$f(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，

此时$f(x)$的最小值为$f(1)=-\dfrac{1}{2}$；

因为 $-\dfrac{2}{e^2}>-\dfrac{1}{2}$，所以 $f(x)$的最小值为$-\dfrac{1}{2}$；

（2）显然$a\neq 0$；

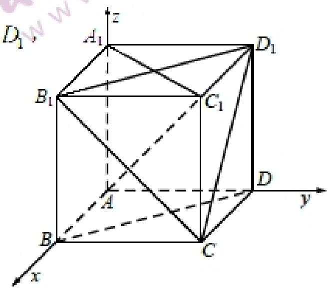
因为 $x\leqslant 0$时，$f(x)$有且只有一个零点-1，

所以 原命题等价于$f(x)$在$(0,+\infty)$上有两个零点.

所以 $\begin{cases}a^2-2>0\\ a>0\end{cases}$，解得 $a>\sqrt{2}$，

故 实数a的取值范围是$(\sqrt{2},+\infty)$.

19.【解析】



（1）证明：连接A_1C_1，则 $B_1D_1\perp A_1C_1$，因为 $AA_1\perp$平面$A_1B_1C_1D_1$，

$B_1D_1\subset$平面$A_1B_1C_1D_1$， 所以 $AA_1\perp B_1D_1$；

又因为 $AA_1\cap A_1C_1=A_1$，所以 $B_1D_1\perp$平面AA_1C_1；

因为 $AC_1\subset$平面AA_1C_1，所以 $B_1D_1\perp AC_1$；

同理 $B_1C\perp AC_1$；因为 $B_1D_1\cap B_1C=B_1$，所以 $AC_1\perp$平面B_1CD_1；

因为 $AC_1\,/\!/$平面α，过直线AC_1作平面β与平面α相交于直线l，则$AC_1\,/\!/\,l$；

所以 $l\perp$平面B_1CD_1；又 $l\subset$平面α，

所以 平面 $\alpha \perp$ 平面 B_1CD_1；

（2）设正方体的棱长为 1，以 A 为坐标原点，AB, AD, AA_1 分别为 x, y, z 轴正方向建立空间直角坐标系，则 $A(0,0,0), B(1,0,0), D(0,1,0), C_1(1,1,1)$，

所以 $\overrightarrow{AC_1}=(1,1,1)$，$\overrightarrow{BD}=(-1,1,0)$.

设平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC_1}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x+y+z=0\\ -x+y=0\end{cases}$，取 $x=1$，则 $\boldsymbol{n}=(1,1,-2)$；

设 $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AC_1}(0\le t\le 1)$，则 $\overrightarrow{AP}=(t,t,t)$，因为 $\overrightarrow{BA}=(-1,0,0)$，

所以 $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AP}=(t-1,t,t)$；

设直线 BP 与平面 α 所成的角为 θ，

则 $\sin\theta=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BP}|}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{BP}|}=\dfrac{1}{\sqrt{6}\sqrt{3t^2-2t+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{6}\sqrt{3(t-\frac{1}{3})^2+\frac{2}{3}}}$，

所以 当 $t=\dfrac{1}{3}$ 时，$\sin\theta$ 取到最大值为 $\dfrac{1}{2}$，

此时 θ 的最大值为 $\dfrac{\pi}{6}$.

20.【解析】

（1）设直线 AB 的方程为 $x=my+1$，代入 $y^2=2x$，

得 $y^2-2my-2=0$，

所以 $y_A\cdot y_B=-2$；

（2）由（1）同理可得 $y_M\cdot y_N=-2$，

设直线 AN 的方程 $x=ny+2$，代入 $y^2=2x$，得 $y^2-2ny-4=0$，

所以 $y_A\cdot y_N=-4$，

又 $k_1=\dfrac{y_N-y_A}{x_N-x_A}=\dfrac{y_N-y_A}{\frac{y_N^2}{2}-\frac{y_A^2}{2}}=\dfrac{2}{y_N+y_A}$，同理 $k_2=\dfrac{2}{y_M+y_B}$；

所以 $\lambda=\dfrac{k_2}{k_1}=\dfrac{y_A+y_N}{y_B+y_M}=\dfrac{y_A+y_N}{\dfrac{-2}{y_A}+\dfrac{-2}{y_N}}=\dfrac{y_Ay_N}{-2}=2$，

所以 存在实数 $\lambda=2$，使得 $k_2=2k_1$.

21.【解析】

（1）设根据剔除后数据建立的 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，

剔除异常数据后的数学平均分为 $\dfrac{1110-110}{10}=100$，

剔除异常数据后的物理平均分为 $\dfrac{660-0}{10}=66$，

则 $\hat{b}=\dfrac{68586-110\times0-10\times66\times100}{120426-110^2-10\times100^2}=\dfrac{2586}{8326}\approx0.31$，

则 $\hat{a}=66-0.31\times100=35$，

所以 所求回归直线方程为 $\hat{y}=0.31x+35$.

又物理缺考考生的数学成绩为 110，

所以 估计其可能取得的物理成绩为 $\hat{y}=0.31\times110+35=69.1$.

（2）由题意知 $\mu=66$，

因为 $\sum\limits_{i=1}^{11}y_i^2=\sum\limits_{i=1}^{11}(y_i-\overline{y})^2+11\overline{y}^2=4770+11\times(\dfrac{660}{11})^2=44370$，

所以 $\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{10}\times44370-66^2}=\sqrt{81}=9$，

所以 参加该次考试的 10000 名考生的物理成绩服从正态分布 $N(66,9^2)$，

则物理成绩不低于 75 分的概率为 $\dfrac{1-0.683}{2}=0.1585$，

由题意可知 $Y\sim B(10000,0.1585)$，

所以 物理成绩不低于 75 分的人数 Y 的期望

$EY=10000\times0.1585=1585$.

22.【解析】

（1）先证明 $\ln(x+1)<x$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，

记 $f(x)=\ln(x+1)-x$，则 $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}-1=\dfrac{-x}{x+1}<0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $x>0$ 时，$f(x)<f(0)=0$，

所以 $x\in(0,+\infty)$ 时，$\ln(x+1)<x$.

又 $a_n>0$，所以 $a_{n+1}=\frac{1}{2}\ln(a_n+1)<\frac{1}{2}a_n$，即 $a_n>2a_{n+1}>a_{n+1}$.

即 $a_{n+1}<a_n$，得证.

(2) 要证 $a_n-2a_{n+1}<a_n\cdot a_{n+1}$ 成立，

只需证 $a_n-\ln(a_n+1)<\frac{1}{2}\cdot a_n\cdot\ln(a_n+1)$ 成立，即证 $\ln(a_n+1)>\frac{2a_n}{a_n+2}$ 成立；

记 $g(x)=\ln(x+1)-\frac{2x}{x+2}$，$x\in(0,+\infty)$，

则 $g'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{4}{(x+2)^2}=\frac{x^2}{(x+1)(x+2)^2}>0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，所以 $x>0$ 时，$g(x)>g(0)=0$，

所以 $x\in(0,+\infty)$ 时，$\ln(x+1)>\frac{2x}{x+2}$，

又 $a_n>0$，所以 $\ln(a_n+1)>\frac{2a_n}{a_n+2}$，得证.

(3) 由 (2) 知 $a_n-2a_{n+1}<a_n\cdot a_{n+1}$，即 $\frac{1}{a_{n+1}}<\frac{2}{a_n}+1$，

则 $\frac{1}{a_{n+1}}+1<\frac{2}{a_n}+2=2(\frac{1}{a_n}+1)$，即 $\frac{\frac{1}{a_{n+1}}+1}{\frac{1}{a_n}+1}<2$，

又 $\frac{1}{a_1}+1=2$，所以 $\frac{1}{a_n}+1\leqslant 2\cdot 2^{n-1}=2^n$，

所以 $a_n\geqslant\frac{1}{2^n-1}>\frac{1}{2^n}$；

由 (1) 知 $a_n>2a_{n+1}$，所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}<\frac{1}{2}$，又 $a_1=1$，

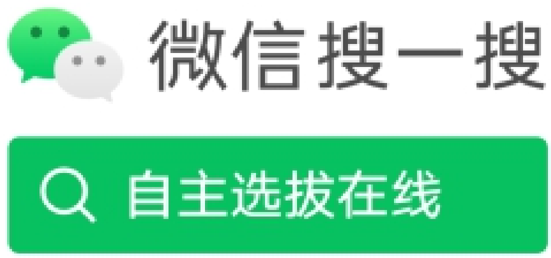
则 $a_n\leqslant 1\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}=(\frac{1}{2})^{n-1}$.

综上 $\frac{1}{2^n}<a_n\leqslant\frac{1}{2^{n-1}}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》