# 济宁市2023年高考模拟考试

# 数学试题

2023.05

**注意事项：**

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考试号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若集合 $A=\{(x,y)\mid x+y=4,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$，$B=\{(x,y)\mid y>x\}$，则集合 $A\cap B$ 中的元素个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 若复数 $z=\dfrac{3+ai}{2+i}$ 为纯虚数，则实数 $a=$

A. $-\dfrac{3}{2}$　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. 6　　D. $-6$

3. 若 $(1+2x)^9=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9$，则 $a_0+a_2+a_4+a_6+a_8=$

A. $\dfrac{3^9+1}{2}$　　B. $\dfrac{3^9-1}{2}$　　C. $\dfrac{2^9+1}{2}$　　D. $\dfrac{2^9-1}{2}$

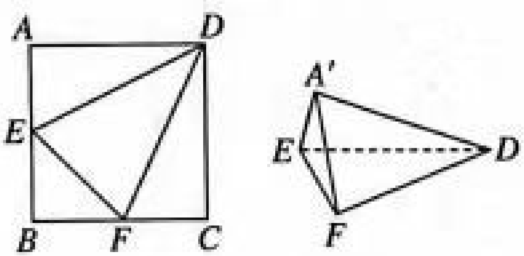
4. 若直线 $kx-y+1-2k=0$ 与圆 $C:(x-1)^2+y^2=4$ 相交于 $A,B$ 两点，则 $|AB|$ 的最小值为

A. $2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

5. 若 $2^m=3^n=k$，且 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=2$，则 $k=$

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. 5　　D. 6

6. 如图，在边长为4的正方形 $ABCD$ 中，点 $E,F$ 分别为 $AB,BC$ 的中点，将 $\triangle ADE,\triangle BEF,\triangle CDF$ 分别沿 $DE,EF,DF$ 折起，使 $A,B,C$ 三点重合于点 $A'$，则三棱锥 $A'-DEF$ 的外接球体积为




A. $8\sqrt{6}\pi$　　B. $6\sqrt{6}\pi$　　C. $4\sqrt{6}\pi$　　D. $2\sqrt{6}\pi$

7. 已知 $F$ 为双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，过 $F$ 且垂直于 $x$ 轴的直线与双曲线 $C$ 的右支交于 $A,B$ 两点，若在双曲线 $C$ 左支上存在点 $P$ 使得 $PA\perp PB$，则该双曲线的离心率的取值范围是

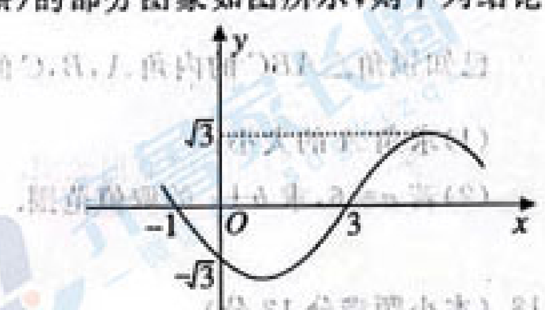
A. $(1,3]$　　B. $[3,+\infty)$　　C. $(1,2]$　　D. $[2,+\infty)$

8. 已知函数 $y=f(x)(x\in\mathbf{R})$，满足 $f(\frac{1}{2})=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$f(\frac{n+1}{2})=\sqrt{3}\cdot f(\frac{n}{2})(n\in\mathbf{N}^*)$. 若 $a_n=\log_3 f(n)$，函数 $g(x)=2x^3-3x^2+2$，则 $g(\frac{a_1}{2023})+g(\frac{a_2}{2023})+g(\frac{a_3}{2023})+\cdots+g(\frac{a_{2024}}{2023})=$

A. 3036　　B. 3034　　C. 3032　　D. 3030

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的部分图象如图所示，则下列结论中正确的是




A. $f(x)=\sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{4}x-\frac{3\pi}{4})$

B. $f(x)=\sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{4})$

C. 点 $(2023,0)$ 是 $f(x)$ 的一个对称中心

D. 函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到的图象关于 $y$ 轴对称

10. 已知函数 $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$，则对任意实数 $x$，下列结论中正确的是

A. $f(-x)+f(x)=0$　　B. 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=x$

C. $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-1,1)$　　D. $f(x)$ 的值域为 $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

11. 甲袋中有 3 个红球，3 个白球和 2 个黑球；乙袋中有 2 个红球，2 个白球和 4 个黑球. 先从甲袋中随机取出一球放入乙袋，分别以 $A,B,C$ 表示事件“取出的是红球”、“取出的是白球”、“取出的是黑球”；再从乙袋中随机取出一球，以 $D$ 表示事件“取出的是白球”，则下列结论中正确的是

A. 事件 $A,B,C$ 是两两互斥的事件　　B. 事件 $A$ 与事件 $D$ 为相互独立事件

C. $P(D|A)=\frac{2}{9}$　　D. $P(D)=\frac{19}{72}$

12. 已知抛物线 $C$：$x^2=4y$ 的焦点为 $F$，准线为 $l$，过 $F$ 的直线与抛物线 $C$ 交于 $A,B$ 两点，$M$ 为线段 $AB$ 中点，$A',B',M'$ 分别为 $A,B,M$ 在 $l$ 上的射影，且 $|AF|=3|BF|$，则下列结论中正确的是

A. $F$ 的坐标为 $(1,0)$　　B. $|A'B'|=2|M'F|$

C. $A,A',M',F$ 四点共圆　　D. 直线 $AB$ 的方程为 $y=$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $\cos^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=$ ▲ .

14. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$O_1$ 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，$E$ 为 $BC$ 的中点，则异面直线 $AO_1$ 与 $C_1E$ 所成角的余弦值是 ▲ .

15. 在$\triangle ABC$ 中，$D$，$E$ 分别为 $AC$，$BC$ 的中点，$AE$ 交 $BD$ 于点 $M$. 若 $AB=4$，$AC=6$，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，则 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MD}=$ ▲ .

16. 若对任意的 $x\in[0,\frac{1}{2e^3}]$，总存在三个不同的 $y\in[-1,3]$，使得方程 $xe^y+y^2-ae^y=0$ 成立，其中 $e\approx2.71828\cdots$为自然对数的底数，则实数 $a$ 的取值范围是 ▲ .

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知锐角$\triangle ABC$ 的内角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，且$\frac{2b-c}{\cos(A+B)}=\frac{a}{\cos(B+C)}$.

(1)求角 $A$ 的大小；

(2)若 $a=6$，求 $b+c$ 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$，$a_1=4$ 且 $a_{n+1}=S_n+4(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

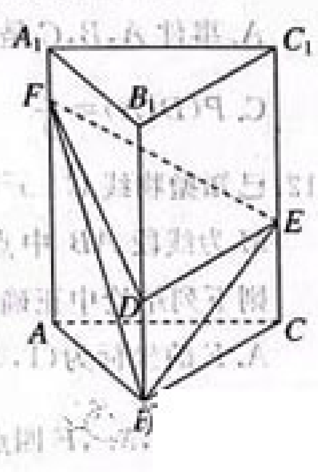
(2)若 $b_n=(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n\log_2 a_n}$，求数列$\{b_n\}$的前 $n$ 项和 $T_n$.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，$AB=BC=3$，$CC_1=6$. 点 $D$、$E$、$F$ 分别在线段 $BB_1$，$CC_1$，$AA_1$ 上，且 $BD=CE$，$AF\geq BD$.

(1)证明：$DE\perp BF$；

(2)若 $DF=3\sqrt{2}$，且平面 $DEF$ 将直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积平分. 求二面角 $B-EF-D$ 的余弦值.



20.（本小题满分 12 分）

某学校组织"学习党的二十大"知识竞赛，某班要从甲、乙两名同学中选出一人参赛，选拔方案如下：甲、乙两名同学各自从给定的 5 个问题中随机抽取 3 个问题作答，在这 5 个问题中，已知甲能正确作答其中 3 个，乙能正确作答每个问题的概率都是 $\frac{3}{5}$，甲、乙两名同学作答问题相互独立. 记甲答对题的个数为 $X$，乙答对题的个数为 $Y$.

(1)求甲、乙恰好答对 2 个问题的概率；

(2)若让你投票选择一名发挥较稳定的同学参赛，你会选择哪名同学？请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 4，左、右顶点分别为 $A$、$B$，左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$，过右焦点 $F_2$ 的直线 $l$ 交椭圆 $E$ 于 $M$，$N$ 两点，$\triangle F_1MN$ 的周长为 12.

(1)记直线 $AM$ 的斜率为 $k_1$，直线 $BN$ 的斜率为 $k_2$. 证明：$\frac{k_1}{k_2}$ 为定值；

(2)记$\triangle AMN$ 的面积为 $S_1$，$\triangle BMN$ 的面积为 $S_2$，求 $S_1+S_2$ 的最大值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x+x^2-(a+2)x\ (a>0)$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)设 $x_1$，$x_2$ $(0<x_1<x_2)$ 是函数 $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2+(a+1)x$ 的两个极值点.

证明：$g(x_1)-g(x_2)<\frac{1}{2}$.