

高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. C $\because \frac{1+2i}{1-i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+3i}{2}$.

2. B \because 集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x = 4 - 2a, a \in A\}$, \therefore 集合 $B = \{4, 2, 0\}$, 则 $A \cap B = \{0, 2\}$.

3. D 由已知易得: l 从甲地到乙 $= 600$, l 途中涉水 $= x$, 故物品遗落在河里的概率 $P = \frac{x}{600} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $\therefore x = 200$ (m).

4. C 由 $km - n = (-k, 2k) - (-2, 1) = (-k+2, 2k-1)$, $m+n = (-3, 3)$,

由题意可知, 可知 $(km - n) \cdot (m+n) = 0$, $-3(-k+2) + 3(2k-1) = 0$, 解得 $k = 1$.

5. B $\because \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \cos(\frac{\pi}{6} + \alpha)$, $\therefore \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha$, $\therefore \cos \alpha = -\sin \alpha$, $\therefore |\sin \alpha| = |\cos \alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = -1$.

6. D 由 $3 > 1$, 指数函数 $y = 3^x$ 单调递增, 因为 $b = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}}$ 且 $3^{-\frac{1}{4}} < 3^{\frac{1}{3}} < 3^{\frac{2}{3}}$, 即 $a > c > b$.

7. A 将函数 $y = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后, 得到 $f(x) = \cos[2(x + \frac{\pi}{6}) + \frac{\pi}{3}] = \cos(2x + \frac{2\pi}{3}) = -\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象, 故排除 B;

当 $x = -\frac{\pi}{3}$ 时, $f(x) = 1$ 为最大值 (故 $f(x)$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{3}$ 对称, 故 A 正确;

$f(\frac{7\pi}{3}) = -\sin \frac{29\pi}{6} = -\sin \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{2}$, 故排除 C;

当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时, $f(x) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \neq 0$, 故 $f(x)$ 的图象不关于 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称, 故 D 错误.

8. B 依次记甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人钱数为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项, 依题有 $a_1 + a_2 = 237$, $a_5 + a_6 + a_7 = 261$, 则可求得数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = -7$, $a_1 = 122$, 故乙的钱数为 $a_2 = a_1 + d = 122 - 7 = 115$.

9. D 由题知, 该几何体可以扩为长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, $AA_1 = 2\sqrt{6}$, $AB = 4$, $BC = 3$, 其中三棱锥 $A_1 - ABC$ 为该几何体, 最大棱长 $A_1C = 7$

10. A 设 $M(x_0, y_0)$ ($x_0 \leq 0$), 由抛物线性质知 $\frac{y_0}{2} = \sqrt{3}$, $y_0 = 2\sqrt{3}$, 代入抛物线 $C: y^2 = -4x$, 得 $x_0 = -3$.

11. C 由 $\triangle ABF_1$ 是锐角三角形, 得 $\angle AF_1F_2 \in (0, \frac{\pi}{4})$, 所以 $|AF_2| < |F_1F_2|$, 即 $\frac{b^2}{a} < 2c$, $2ac > b^2 = c^2 - a^2$, $e^2 - 2e - 1 < 0$, 又 $e > 1$, 所以 $1 < e < \sqrt{2} + 1$.

12. D \because 当 $x \geq 0$ 时, $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 \geq 0$, \therefore 函数 $y = f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增.

\because 点 $M(x_1, f(x_1))$ 和点 $N(x_2, g(x_2))$ 分别是函数 $f(x) = \frac{1}{6}x^3$ 和 $g(x) = x - 1$ 图象上的点,

且 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$, 若直线 $MN \parallel x$ 轴, 则 $f(x_1) = g(x_2)$, 即 $\frac{1}{6}x_1^3 = x_2 - 1$,

则 M, N 两点间的距离为 $|x_2 - x_1| = x_2 - x_1 = \frac{1}{6}x_1^3 + 1 - x_1$.

【高三文科数学参考答案 第 1 页 (共 4 页)】

令 $h(x) = \frac{1}{6}x^3 + 1 - x, x \geq 0$, 则 $h'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1, h'(x) = 0$, 解得 $x = \sqrt{2}$ 或 $x = -\sqrt{2}$.

故 $h(x)$ 在 $[0, \sqrt{2})$ 上单调递减, $[\sqrt{2}, +\infty)$ 上递增. 故 $h(x)$ 的最小值为 $h(\sqrt{2}) = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 即 M, N 两点间的距离的最小

值为 $1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}$. 微信搜《高三答案公众号》获取更多资料

13. $\frac{5}{6}$ $f(-1) - f(-1) = \frac{2}{-1} + 3^{-1} - (-1) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{5}{6}$.

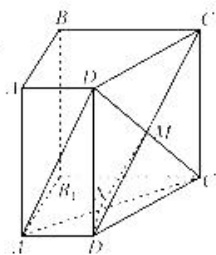
14. $\frac{13}{2}$ 作出可行域, 易知当 $x = \frac{3}{2}, y = -\frac{1}{2}$ 时, $z = 3x - 4y$ 取得最大值, 即 $z_{\max} = 3 \times \frac{3}{2} - 4 \times (-\frac{1}{2}) = \frac{13}{2}$.

15. 8149 $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1), a_1 - 1 = 2, a_n - 1 = 2^n, \therefore na_n = n \cdot 2^n - n, S_9 = T_9 - \frac{9(9-1)}{2} = 4C_9 - 15 = 8149$.

16. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 如图, 连接 CD 交 CD_1 于点 M , 连接 A_1C_1 , 取 A_1C_1 中点 N , 连接 MN, ND_1 , 则 M 是

CD_1 中点, $\therefore MN \parallel A_1D$, $\therefore \angle XMD_1$ 是 A_1D 与 CD_1 所成的角或其补角, 可求得 $MN = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$D_1N = 1, MD_1 = \frac{3}{2}, \therefore MN \perp D_1N, \therefore \tan \angle XMD_1 = \frac{D_1N}{MN} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.



17. 解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由 $2\sin \frac{7\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} - (C) + \cos C = -\sin(\frac{\pi}{6} + C) - \cos C = -\frac{1}{2}$ 1 分

可得 $\sin(\frac{\pi}{6} + C) - \cos C = \frac{1}{2}, \sin(C - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ 4 分

又 $-\frac{\pi}{6} < C - \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}, \therefore C - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}, \therefore C = \frac{\pi}{3}$ 6 分

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理可知 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$, 则 $a^2 - b^2 - ab = 13$ 7 分

又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = 3\sqrt{3}$, 可得 $ab = 12$, 那么 $(a+b)^2 - 3ab = a^2 + b^2 - ab = 13$, 可得 $a+b=7$ 10 分

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{39}}{3}$ 可得 $\sin A - \sin B = \frac{a+b}{\frac{2\sqrt{39}}{3}} = \frac{2\sqrt{39}}{3} = \frac{\sqrt{39}}{26}$ 12 分

18. 解: (1) $\frac{7-9-a}{100} = 30\%$, 解得 $a = 14$ 2 分

$\therefore b = 100 - 30 - (20 + 18 + 4) - (5 + 6) = 17$ 4 分

(2) $a+b = 100 - (7 + 20 + 5) - (9 + 18 + 6) = 31$ 6 分

$\therefore a \geq 11, b \geq 7$, \therefore 基本事件 (a, b) 分别为: (14, 20), (12, 19), (13, 18), (14, 17), (15, 16), (16, 15), (17, 14), (18, 13), (19, 12), (20, 11), (21, 10), (22, 9), (23, 8), (24, 7), 共 14 种. 8 分

设 $a \geq 11, b \geq 7$, 数学成绩优秀的人数比及格的人数少为事件 $A, a < b$.

事件 A 包括: (11, 20), (12, 19), (13, 18), (14, 17), (15, 16) 共 5 个基本事件. 10 分

\therefore 数学成绩优秀的人数比及格的人数少的概率为 $P(A) = \frac{5}{14}$ 12 分

19. (1) 证明: \because 四边形 $ABCM$ 是直角梯形, $AB \perp BC, MC \perp BC, AB = 2BC = 2MC = 2$,

$\therefore BM = AM = \sqrt{2}$ 2 分

$\therefore BM^2 + AM^2 = AB^2$, 即 $AM \perp BM$

- ∵平面 $ADM \perp$ 平面 $ABCM$, 平面 $ADM \cap$ 平面 $ABCM = AM$, $BM \subset$ 平面 $ABCM$,
 ∴ $BM \perp$ 平面 DAM , 又 $DA \subset$ 平面 DAM , 1分
 ∴ $BM \perp AD$, 又 $AD \perp DM$, $DM \subset$ 平面 BDM , $BM \subset$ 平面 BDM , $DM \cap BM = M$,
 ∴ $AD \perp$ 平面 BDM , ∵ $BD \subset$ 平面 BDM , 5分
 ∴ $AD \perp BD$, 6分

- (2) 解: 由(1)可知 $BM \perp$ 平面 ADM , $BM = \sqrt{2}$.
 设 $\frac{DE}{BD} = \lambda$, 则 E 到平面 ADM 的距离 $d = \sqrt{2}\lambda$, 7分
 ∵ $\triangle ADM$ 是等腰直角三角形, $AD \perp DM$, $AM = \sqrt{2}$,
 ∴ $AD = DM = 1$, 9分
 ∴ $V_{E-ADM} = V_{D-AEM} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADM} \cdot d = \frac{\sqrt{2}}{12}$, 即 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sqrt{2}\lambda = \frac{\sqrt{2}}{12}$, ∴ $\lambda = \frac{1}{2}$, 11分
 ∴ E 为 BD 的中点, 12分

20. (1) 解: 由 $f'(x) = e^x - 1$,
 由 $f'(x) = e^x - 1 > 0$, 得 $x > 0$, 由 $f'(x) = e^x - 1 < 0$, 得 $x < 0$, 2分
 ∴ 函数 $f(x)$ 的单调减区间为 $(-\infty, 0)$, 单调增区间为 $(0, +\infty)$; 4分
 由 $f'(0) = 0$, $f(0) = 1$, 5分
 得函数图象在 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = 1$ 6分

- (2) 证明: 要证 $f(x) + \ln[\frac{f(x)}{x} + 1] > 2$, 即证 $e^x - x + x - \ln x > 2$, 7分
 令 $f_1(x) = e^x - x$,
 由(1), 当 $x > 0$ 时, $f_1(x) > f_1(0) = 1$, 即 $e^x - x > 1$, ① 8分
 令 $f_2(x) = x - \ln x$, 则 $f_2'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$, 9分
 当 $0 < x < 1$ 时, $f_2'(x) < 0$; 当 $x > 1$ 时, $f_2'(x) > 0$,
 ∴ $f_2(x)$ 在 $(0, 1)$ 上为减函数, 在 $(1, +\infty)$ 上为增函数, 10分
 ∴ 当 $x > 0$ 时, $f_2(x) \geq f_2(1) = 1$, 即 $x - \ln x \geq 1$, ② 11分
 ①②两式相加得 $e^x - x + x - \ln x > 2$, 12分
 即 $f(x) + \ln[\frac{f(x)}{x} + 1] > 2$.

21. 解: (1) 由题意得: $\frac{1}{a^2} + \frac{(\frac{\sqrt{6}}{2})^2}{b^2} = 1$, $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $a^2 = b^2 + c^2$, 2分
 解得: $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 2 \end{cases}$, 故椭圆 C 的方程为: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$, 4分

- (2) 设直线 AP 的方程为 $y = k_{AP}(x+2)$,
 代入 $x^2 + 2y^2 = 4$ 得 $(2k_{AP}^2 + 1)x^2 + 8k_{AP}^2x + 8k_{AP}^2 - 4 = 0$, 它的两个根为 -2 和 x_P .

可得 $x_P = \frac{2-4k_{BM}^2}{2k_{BM}^2-1}$, $y_P = \frac{4k_{BM}}{2k_{BM}^2-1}$, 从而 $k_{BP} = \frac{\frac{4k_{BM}}{2k_{BM}^2-1}}{\frac{2-4k_{BM}^2}{2k_{BM}^2-1}-2} = -\frac{1}{2k_{BM}}$, 6分

因为 $BP \parallel CN$, 所以 $k_{BM}k_{CN} = -\frac{1}{2}$ 7分

设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$,

若直线 MN 的斜率存在, 设直线 MN 的方程为 $y=kx+m$, 代入 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$,

得 $(2k^2+1)x^2 - 4kmx - 2m^2 - 4 = 0$,

则 $x_1+x_2 = \frac{4km}{2k^2+1}$, $x_1x_2 = \frac{2m^2-4}{2k^2+1}$,

$k_{BM} \cdot k_{CN} = \frac{y_1y_2}{x_1x_2} = \frac{k^2x_1x_2 + km(x_1+x_2) + m^2}{x_1x_2} = \frac{m^2-4k^2}{2m^2-4} = -\frac{1}{2}$.

化简得 $m^2 = 2k^2 - 4$ 10分

$S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} |m| \cdot |x_1 - x_2| = \frac{1}{2} |m| \cdot \frac{\sqrt{8(4k^2-2)-(m^2)^2}}{2k^2+1} = \sqrt{2}$,

所以 $\triangle OMN$ 的面积等于 $\sqrt{2}$ 12分

22. 解: (1) 直线 l 的极坐标方程分别是 $\rho \sin \theta = 8$, 圆 C 的极坐标方程分别是 $\rho = 4 \sin \theta$ 4分

(2) $\frac{|OM|}{|OQ|} = \frac{4 \sin \alpha}{8} = \frac{1}{4} \sin 2\alpha$, 因为 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\frac{|OM|}{|OQ|}$ 的取值范围是 $(0, \frac{1}{4}]$ 10分

23. (1) 解: $\because a=1$ 时, $f(x) = |2x-3| - |x+3| = \begin{cases} 3, & x > \frac{3}{2}, \\ 6-x, & -3 \leq x \leq \frac{3}{2}, \\ -3, & x < -3, \end{cases}$

\therefore 当 $f(x) < 6$ 得 $\frac{3}{2} < x < 2$ 或 $0 < x \leq \frac{3}{2}$

$\therefore f(x) < 6$ 的解集为 $\{x | 0 < x < 2\}$ 5分

(2) 证明: $f(a+1) = |2a-2-3| + |a^2-a-3| = |2a-5| + |a^2+a+3|$

$\geq |(a^2+a+3) - (2a-5)| = |a^2-a+1|$,

又 $a^2-a+1 = (a-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$

“ $\therefore a = \frac{1}{2}$ 时, 取” $\therefore f(a-1) \geq \frac{1}{4}$ 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

