

绝密★启用前

焦作市普通高中 2022—2023 学年(下)高二年级期末考试

数 学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-1, 1]$ B. $(-2, 3]$ C. $(-2, 3)$ D. $(-1, 1)$
2. 若复数 $z = \frac{3 - \sqrt{7}i}{4i}$, 则 $|z| =$
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
3. 已知向量 $a = (4, 2m - 3)$, $b = (m, -5)$, 若 $a \perp b$, 则实数 $m =$
A. -5 B. 5 C. $-\frac{5}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $\frac{a_4 + a_7}{a_1 + a_4} = 8$, $a_6 = 32$, 则 $a_2 =$
A. 16 B. 4 C. 2 D. 1
5. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , A 是 C 上一点, O 为坐标原点, 若 $|AF| = |OF| + 3$, 则 $\triangle AOF$ 的面积为
A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 6
6. 已知角 α 满足 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$
A. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{10}$
7. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x (\omega > 0)$ 的图象的一个对称中心的横坐标在区间 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内, 且两个相邻对称中心之间的距离大于 $\frac{\pi}{3}$, 则 ω 的取值范围为
A. $(0, 3)$ B. $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ C. $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ D. $(1, 3)$

数学试题 第 1 页(共 4 页)

8. 已知函数 $f(x) = e^{x-1} + x - 2$ 存在零点 a , 函数 $g(x) = x^2 - mx - m - 2$ 存在零点 b , 且 $|a - b| < 2$, 则实数 m 的取值范围是

- A. $(\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $(\frac{7}{4}, +\infty)$ C. $(-\infty, \frac{1}{4})$ D. $(-\infty, \frac{7}{4})$

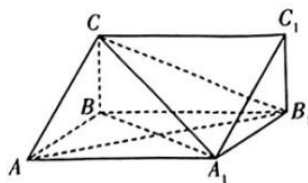
二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 2014—2022 年(2022 年为上半年) 中国国内生产总值(GDP) 统计如下, 且已知 2022 年全年中国国内生产总值(GDP) 为 121.01 万亿元, 则下列结论中正确的是



- A. 2022 年下半年中国 GDP 为 64.75 万亿元
 B. 2022 年中国 GDP 大于 2014 年与 2015 年的 GDP 之和
 C. 2014—2021 年中国 GDP 同比增长率超过 10% 的有 2017 年、2018 年、2021 年
 D. 2014—2021 年中国 GDP 同比增长最快的是 2021 年
10. 已知函数 $f(x) = (x^2 - a)e^x (a \in \mathbf{R})$, 则下列结论中正确的是
- A. 当 $a \leq -1$ 时, $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数
 B. 当 $a < 0$ 时, 直线 $y = a$ 与 $f(x)$ 的图象没有公共点
 C. 当 $a > -1$ 时, $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-1 - \sqrt{1+a}, -1 + \sqrt{1+a})$
 D. 当 $f(x)$ 有一个极值点为 0 时, $f(x)$ 的极大值为 e^2
11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, P, Q 为 C 上的动点, $|PF_2|$ 的最大值为 6, 则下列结论中正确的是
- A. 椭圆 C 的短轴长为 $4\sqrt{3}$
 B. 当 P, Q 分别在 x 轴的上方和下方时四边形 PF_1QF_2 的周长的取值范围是 $(8, 16]$
 C. 存在四个不同的点 P , 使得 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$
 D. 若 $\triangle PF_1F_2$ 为锐角三角形, 则点 P 横坐标的取值范围是 $(-2, 2)$

12. 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$, $BB_1 \perp$ 平面 ABC , $BC = 2$, 三棱锥 $C-AB_1B$ 的外接球 O 的表面积为 16π , 记直线 AC 与 B_1C_1 所成的角为 α , 直线 B_1C 与平面 ABC 所成的角为 β , 则下列结论中正确的是



- A. $OA_1 = 4$
 B. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积的最大值为 6
 C. 球心 O 到平面 ABB_1A_1 的距离为 $\sqrt{2}$
 D. $\tan^2\alpha + \tan^2\beta = 3$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若 $(x+2)(1-ax)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为 15, 则实数 $a =$ _____.
14. 某足球队共有 30 名球员练习点球, 其中前锋 6 人, 中场 16 人, 后卫 8 人. 若前锋点球进球的概率均是 0.9, 中场点球进球的概率均是 0.8, 后卫点球进球的概率均是 0.7, 则任选一名球员点球进球的概率是 _____ (结果保留两位小数)
15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $y = f(x-4) - 1$ 是偶函数, 当 $x \leq -4$ 时, $f(x) = (x+4)^2 - 2$, 则不等式 $f(3x-5) > f(2x-4)$ 的解集为 _____.
16. 已知在四面体 $P-ABC$ 中, $PA = PB = PC = BC = 6$, $(\vec{AB} + \vec{AC})^2 = |\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2$, 则该四面体外接球的体积为 _____.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 19$, $a_5 + a_6 = 73$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $\{b_n + a_n\}$ 是等比数列, 且 $b_1 = -4$, $b_2 = -10$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sqrt{3}c \cos B + c \sin B = \sqrt{3}a$.

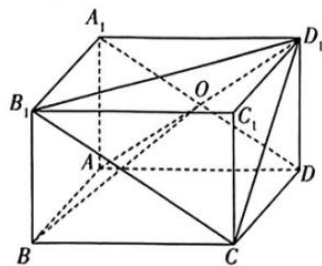
(I) 求 C ;

(II) 若 $c = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求证: $\triangle ABC$ 是正三角形.

19. (12分)

如图,在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AA_1 = 4, AD = 8, A_1D$ 交 AD_1 于点 O .

- (I) 证明: $BO \parallel$ 平面 B_1CD_1 ;
(II) 求直线 AB 与平面 B_1CD_1 所成角的正弦值.



20. (12分)

2023年5月15日至21日是第二个全国家庭教育宣传周,为进一步促进家校共育,某校举行“家教伴成长,协同育新人”主题活动,最终评出了8位“最美家长”,其中有6位妈妈,2位爸爸,学校准备从这8位“最美家长”中每次随机选出一人做家庭教育经验分享.

- (I) 若每位“最美家长”最多做一次家庭教育经验分享,记第一次抽到妈妈为事件 A ,第二次抽到爸爸为事件 B ,求 $P(A)$ 和 $P(B)$;
(II) 现需要每天从这8位“最美家长”中随机选1人,连续4天分别为低年级、中年级、高年级和全体教师各做1场经验分享,1天只做1场,且人选可以重复,记这4天中爸爸做经验分享的天数为 X ,求 X 的分布列和数学期望.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = 2x \ln x - 3x^2 - 1$.

- (I) 证明: $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减;
(II) 若函数 $g(x) = -\frac{x^2}{2}f'(x) - 2x^3 + \left(a + \frac{3}{2}\right)x^2 + x_0$ ($f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数), 且 $g(x)$ 单调递增, 求实数 a 的取值范围.

22. (12分)

已知点 $P(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 在双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2+2} = 1 (a > 0)$ 上, 过 C 的右焦点 F 的动直线 l 与 C 交于 A, B 两点.

- (I) 若点 A_1, A_2 分别为 C 的左、右顶点, Q 为 C 上异于 A_1, A_2 的点, 求 $k_{QA_1} \cdot k_{QA_2}$ (k 表示斜率) 的值;
(II) 证明以 AB 为直径的圆恒过 x 轴上的定点, 并求该定点的坐标.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

