凉山州 2023 届高中毕业班第二次诊断考试理科数学参考答案及评分细则

1-5：CBACB，　　6-10：DACDB,　　11-12：DC

13：__10__；　14：__2__；　15：__3__；　16：__①③__

17 解：（1）由题意 $f^{'}(x)=2x+2\therefore a_n=2n+2$ ……………………………2 分

$\begin{cases} b_3^2+2b_3b_5+b_5^2=5 \\ b_3+b_5=4 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} b_3=4 \\ b_5=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} b_3=1 \\ b_5=4 \end{cases}$（舍）$q=\sqrt{\frac{b_5}{b_3}}=\frac{1}{2},b_n=b_3q^{n-3}=(\frac{1}{2})^{n-5}$ …6 分

(2) $\frac{a_n}{b_n}=\frac{2n+2}{(\frac{1}{2})^{n-5}}=(n+1)\cdot 2^{n-4}$ ……………………………7 分

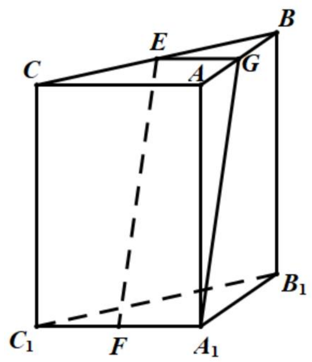
$S_n=2\cdot 2^{-3}+3\cdot 2^{-2}+4\cdot 2^{-1}+...+n\cdot 2^{n-5}+(n+1)\cdot 2^{n-4}$. . . . . ①

$2S_n=\quad 2\cdot 2^{-2}+3\cdot 2^{-1}+4\cdot 2^{0}+...+n\cdot 2^{n-4}+(n+1)\cdot 2^{n-3}$. . . . ②

②-① $S_n=-\frac{1}{4}-(2^{-2}+2^{-1}+...+2^{n-4})+(n+1)\cdot 2^{n-3}$ ……………………10 分

$S_n=-\frac{1}{4}-\frac{\frac{1}{4}(1-2^{n-1})}{1-2}+(n+1)\cdot 2^{n-3}\Rightarrow S_n=n\cdot 2^{n-3}$ ……………………12 分

19 解：（1）取 AB 中点 G，连接 EG, A_1G，$\because E,G$ 分别是 BC,AB 中点



$\therefore EG\parallel AC$ 且 $EG=\frac{1}{2}AC$

又 $\because A_1F\parallel AC$ 且 $A_1F=\frac{1}{2}AC\therefore A_1F \underline{\parallel} EG$

$\therefore$ 四边形 EGA_1F 为平行四边形

$\therefore EF\parallel A_1G, EF\not\subset$ 平面 ABB_1A_1 , $A_1G\subset$ 平面 ABB_1A_1

$\therefore EF\parallel$ 平面 ABB_1A_1，$\therefore EF\subset$ 平面 AEF, 平面 $AEF\cap$ 平面

$ABB_1A_1=l\therefore EF\parallel l$ ……………………………6 分（2）

三棱柱为直棱柱 $\therefore AA_1\perp$ 平面 ABC $\therefore AA_1\perp A_1C_1$

$\because$ 平面 $ACC_1A_1\perp$ 平面 ABB_1A_1，

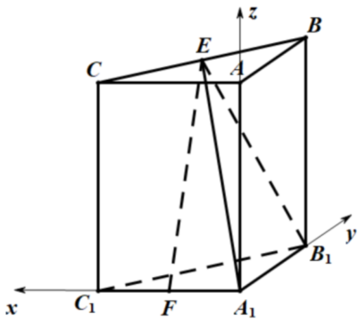
平面 $ACC_1A_1\cap$ 平面 $ABB_1A_1=AA_1$, $A_1C_1\subset$ 平面 ACC_1A_1

$\therefore A_1C_1\perp$ 平面 $ABB_1A_1\therefore A_1C_1\perp A_1B_1$ ……………………………8 分

以 A_1 为坐标原点建系如图所示，设 $AA_1=a$

$B_1(0,2\sqrt{2},0),F(\sqrt{2},0,0),E(\sqrt{2},\sqrt{2},a),A(0,0,a)$

$\overrightarrow{AB_1}=(0,2\sqrt{2},-a),\overrightarrow{EF}=(0,-\sqrt{2},-a)$



$\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{EF}=0\Rightarrow a=2\therefore E(\sqrt{2},\sqrt{2},2),A(0,0,2)$

设平面 A_1B_1E 法向量为

$\vec{n}=(x,y,z),\overrightarrow{A_1B_1}=(0,2\sqrt{2},0),\overrightarrow{A_1F}=(\sqrt{2},\sqrt{2},2)$

$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1F}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\sqrt{2}y=0\\ \sqrt{2}x+\sqrt{2}y+2z=0\end{cases}$$

取 $\vec{n}=(\sqrt{2},0,-1)$ 由(1)知直线 $EF\parallel l\therefore l$ 方向向量为 $\overrightarrow{EF}=(0,-\sqrt{2},-2)$

设直线 l 与平面平面 BCC_1B_1 所成角为 α，

$\sin\alpha=\left|\cos<\vec{n},\overrightarrow{EF}>\right|=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\vec{n}||\overrightarrow{EF}|}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ……………………………11 分

$\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$,所以直线 l 与平面平面 BCC_1B_1 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ …………12 分

19解：(1)$P(A)=\dfrac{C_{90}^1}{C_{100}^1},P(AB)=\dfrac{C_9^1}{C_{100}^1},P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{C_9^1}{C_{90}^1}=\dfrac{1}{10}$

$P(\overline{B}|A)=\dfrac{P(A\overline{B})}{P(A)}=\dfrac{C_{81}^1}{C_{100}^1}\therefore L=\dfrac{P(B|A)}{P(\overline{B}|A)}=\dfrac{C_9^1}{C_{81}^1}=\dfrac{1}{9}$ ………………………………4 分

(实质是重症患者在有症状感染者中占比$\therefore L=\dfrac{C_9^1}{C_{81}^1}=\dfrac{1}{9}$ 也给满分)

(2) $P(X\le 10)=P(X\ge 90)=\dfrac{1}{10}\therefore P(10<X<90)=1-2\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{4}{5}$, ………………6 分

由题意得 $Y\sim B(3,\dfrac{4}{5})$，$\therefore P(Y=k)=C_3^k(\dfrac{4}{5})^k(\dfrac{1}{5})^{3-k},k=0,1,2,3.$

$\therefore P(Y=0)=C_3^0(\dfrac{4}{5})^0(\dfrac{1}{5})^3=\dfrac{1}{125}$， $P(Y=1)=C_3^1(\dfrac{4}{5})^1(\dfrac{1}{5})^2=\dfrac{12}{125}$

$P(Y=0)=C_3^2(\dfrac{4}{5})^2(\dfrac{1}{5})^1=\dfrac{48}{125}$， $P(Y=0)=C_3^3(\dfrac{4}{5})^3(\dfrac{1}{5})^0=\dfrac{64}{125}$ ……………………10 分

$\therefore Y$ 的分布列如下：

Y	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{125}$	$\dfrac{12}{125}$	$\dfrac{48}{125}$	$\dfrac{64}{125}$

$\because Y\sim B(3,\frac{4}{5})\therefore E(Y)=3\times\frac{4}{5}=2.4$ ……………………………………………………12 分

20 解：$\because \angle CF_2F_1=\frac{\pi}{3}$，$CF_1=CF_2$ $\therefore\triangle CF_2F_1$ 为正三角形$\therefore AB$ 为 CF_2 的中垂线

$\therefore CA=AF_2$，$CB=BF_2$，$\therefore\triangle ABC$ 与 $\triangle ABF_2$ 周长相等，即 $4a=8$

$\therefore a=2,c=1\therefore E$ 标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ……………………………………………………5 分

(2)设切线方程为 $y=kx+m$，由题意知 $k\neq 0$

$\begin{cases} y=kx+m \\ 3x^2+4y^2-12=0 \end{cases}\Rightarrow(4k^2+3)x^2+8kmx+4m^2-12=0$

由 $\Delta=64k^2m^2-16(4k^2+3)(m^2-3)=0\Rightarrow 4k^2-m^2+3=0$ ① ………………………8 分

$y=kx+m$ 过点 $P(n,t)$ 得 $m=t-kn$ 代入①得 $4k^2-t^2+2ktn-n^2k^2+3=0$ ②

又点 $P(n,t)$ 在椭圆上 $\therefore t^2=3-\frac{3}{4}n^2$ 代入②整理得

$16t^2k^2+24ntk+9n^2=0\Rightarrow 4tk+3n=0\Rightarrow k=-\frac{3n}{4t}$ ………………………………10 分

$k_1=\frac{t}{t+1},k_2=\frac{t}{t-1}\therefore\frac{1}{k}\cdot(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2})=-\frac{4t}{3n}\cdot(\frac{n+1}{t}+\frac{n-1}{t})=-\frac{4t}{3n}\cdot\frac{2n}{t}=-\frac{8}{3}$.

………………………………………………………………………………………………12 分

21 解：$f'(x)=\frac{a}{x}-1-\frac{1}{x^2}=-\frac{x^2-ax+1}{x^2}\leq 0$ 即 $x^2-ax+1\geq 0$…………………………2分

$\Rightarrow a\leq x+\frac{1}{x}(x>0),\because x+\frac{1}{x}\geq 2$, 当且仅当 $x=1$ 时取“=”，$\therefore a\leq 2$ ……………4 分

（2）由（1）知当 $a\leq 2$ 时 $f(x)$ 单调递减，无极值点，不满足条件.

当 $a>2$ 时，$f'(x)=\frac{a}{x}-1-\frac{1}{x^2}=-\frac{x^2-ax+1}{x^2}=0$ 即 $x^2-ax+1=0$，$\Delta=a^2-4>0$ 的两

根为 x_1,x_2. 由韦达定理得 $\begin{cases} x_1+x_2=a \\ x_1\cdot x_2=1 \end{cases}$，$\because x_1<x_2\therefore 0<x_1<1<x_2$, 满足条件………6 分

令 $g(x)=x-\sin x(x>0),g'(x)=1-\cos x\geq 0\therefore g(x)>g(0)=0\therefore x>\sin x(x>0)$，

要证 $2\sin x_2-2x_1-a\ln x_2+a\ln x_1<0$ 只需证 $2x_2-2x_1-a\ln x_2+a\ln x_1<0$，…8 分

即证 $\dfrac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}<\dfrac{a}{2}=\dfrac{x_1+x_2}{2}$，即证 $\dfrac{2(x_2-x_1)}{x_1+x_2}<\ln x_2-\ln x_1$，$\dfrac{2(\frac{x_2}{x_1}-1)}{\frac{x_2}{x_1}+1}<\ln\dfrac{x_2}{x_1}$ …10 分

令 $t=\dfrac{x_2}{x_1}\in(1,+\infty)$ 即证 $\dfrac{2t-2}{t+1}<\ln t$

$h(t)=\ln t-\dfrac{2t-2}{t+1},t\in(1,+\infty).h'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{(t+1)^2}>0$

$\therefore g(t)$在$(1,+\infty)$单增，$g(t)>g(1)=0$得证……………………………………………12分

22 解：(1) 将直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）化为普通方程为

$x-y-2=0.\because \rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$

$\therefore$直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-2=0$……………………………………3分

$\therefore$由曲线 C 的极坐标方程 $\rho^2\sin^2\theta=2\rho\cos\theta$

化为直角坐标方程为 $y^2=2x$…………………………………………………………………5分

(2) 将 $\begin{cases}x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-4+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ 代入 $y^2=2x$ 得 $t^2-10\sqrt{2}t+40=0$

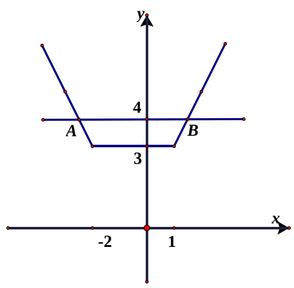
设点 A、B 对应的参数为 t_1、t_2，则 $t_1+t_2=10\sqrt{2}$，$t_1\cdot t_2=40$………………7分

$\because P\in l$

$\therefore |PA|\cdot|PB|=|t_1||t_2|=40,|AB|^2=|t_1-t_2|^2=(t_1+t_2)^2-4t_1\cdot t_2=40$

$\therefore |PA|\cdot|PB|=|AB|^2$ ……………………………………………………………………10分

23、(1) 解：$f(x)=\begin{cases}2x+1,(x\ge 1)\\ 3,(-2<x<1)\\ -2x-1,(x\le -2)\end{cases}$ ………………………2分



由图可知：当 $f(x)=4$ 时，$x=-\dfrac{5}{2}$ 或 $x=\dfrac{3}{2}$，

所以 $f(x)\le 4$ 的解集为$[-\frac{5}{2},\frac{3}{2}]$..............................5分

⑵ 由图可知 $f(x)_{\min}=k=3$, $\therefore \frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=3$....................................6分

由柯西不等式得

$(3a+2b+c)\cdot(\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c})\ge(\sqrt{3a}\cdot\sqrt{\frac{3}{a}}+\sqrt{2b}\cdot\sqrt{\frac{2}{b}}+\sqrt{c}\cdot\sqrt{\frac{1}{c}})^2=36$.....9分

$\therefore 3a+2b+c\ge 12$, 当且仅当 $a=b=c=2$ 时取等号,

$\therefore 3a+2b+c$ 的最小值为12..10分