秘密★启用前

2022届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（二）
文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号填写在答题卡上.
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合 $M=\{x|(x+1)(x-3)\leqslant 0\}$，$N=\left\{x\left|\frac{1}{2}<x<4\right.\right\}$，则 $M\cap N=$

A. $\left\{x\left|-1\leqslant x<\frac{1}{2}\right.\right\}$　　B. $\left\{x\left|\frac{1}{2}<x\leqslant 3\right.\right\}$

C. $\{x|3\leqslant x<4\}$　　D. $\{x|-1\leqslant x<4\}$

2. $\frac{1-2i}{1+i}=$

A. $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　B. $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

C. $-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$　　D. $-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$

3. 如图1所示的茎叶图记录了甲、乙两种商品连续10天的销售数据，则下列说法错误的是

甲	茎	乙
7 6 4	8	8
9 8 3 3 1	9	5 7 8 8
6 3	10	1 2 3 6
	11	2

图1

A. 乙销售数据的极差为24

B. 甲销售数据的众数为93

C. 乙销售数据的均值比甲大

D. 甲销售数据的中位数为92

4. 下列函数中是减函数的为

A. $f(x)=x$　　B. $f(x)=\left(\frac{3}{2}\right)^x$　　C. $f(x)=x^{-2}$　　D. $f(x)=\sqrt[3]{-x}$

5. 直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 在第一、第三象限分别交于 P，Q 两点，F_2 是 C 的右焦点，有 $|PF_2|:|QF_2|=1:\sqrt{3}$，且 $PF_2\perp QF_2$，则 C 的离心率是

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{6}$

C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\sqrt{6}+1$

6. 甲、乙、丙三位同学中只有一人会跳拉丁舞，甲说：我会；乙说：我不会；丙说：甲不会；如果这三人中有且只有一人说真话，由此可判断会跳拉丁舞的是

A. 无法确定　　B. 甲　　C. 乙　　D. 丙

7. 如图2，在一个正方体中，E，G 分别是棱 AB，CC' 的中点，F 为棱 CD 靠近 C 的四等分点. 平面 EFG 截正方体后，其中一个多面体的三视图中，相应的正视图是

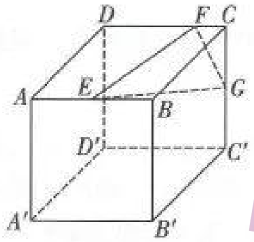
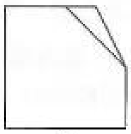
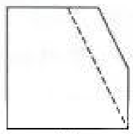
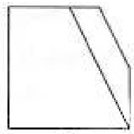


图 2


A


B


C


D

8. 在△ABC 中，已知 $AC=2$，$BC=4$，$\cos C=\frac{1}{4}$，则△ABC 的面积为

A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$　　B. 1

C. $\sqrt{15}$　　D. $2\sqrt{15}$

9. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $S_3=5$，$S_9=21$，则 $S_6=$

A. 12　　B. 13　　C. 14　　D. 15

10. 随着北京冬残奥会的开幕，吉祥物"雪容融"火遍国内外. 现有3个完全相同的"雪容融"，甲、乙两位运动员要与这3个"雪容融"随机站成一排拍照留念，则3个"雪容融"连在一起的概率为

A. 0.2　　B. 0.25　　C. 0.3　　D. 0.5

11. 已知 A，B，C 是表面积为 16π 的球 O 的球面上的三个点，且 $AC=AB=1$，$\angle ABC=30°$，则三棱锥 $O-ABC$ 的体积为

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

12. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足：①对任意 $2\leqslant x_1<x_2$，都有 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$；②函数 $y=f(x+2)$ 的图象关于 y 轴对称. 若实数 s，t 满足 $f(2s+2t+2)\leqslant f(s+3)$，则当 $t\in[0,1]$ 时，$\frac{t+1}{t+s+3}$ 的取值范围为

A. $\left[\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$　　B. $\left[\frac{1}{3},2\right]$

C. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]\cup\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　D. $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]\cup[2,+\infty)$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 曲线 $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$ 在点 $(0,\ f(0))$ 处的切线方程为__________.

14. 已知圆锥的母线长为 3，其侧面展开图是一个圆心角为 $\dfrac{2\pi}{3}$ 的扇形，则该圆锥的底面半径为________.

15. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0,\ |\varphi|<\pi)$ 的部分图象如图 3 所示，则 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\ 0\right]$ 时，函数 $f(x)$ 的值域为________.

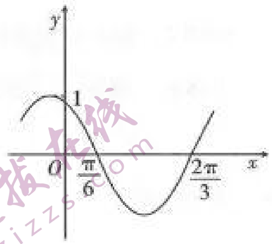


图 3

16. 已知点 P 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，$A(-2,\ 0)$，$B(0,\ 2)$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为__________.

三、解答题（共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

冰墩墩是 2022 年北京冬季奥运会的吉祥物，将熊猫形象与富有超能量的冰晶外壳相结合，头部外壳造型取自冰雪运动头盔，装饰彩色光环，整体形象酷似航天员，深受广大民众的喜爱，已成为最火爆的商品，“一墩难求”. 某调查机构随机抽取 100 人，对是否有意向购买冰墩墩进行调查，结果如下表：

年龄/岁	$[10,\ 20)$	$[20,\ 30)$	$[30,\ 40)$	$[40,\ 50)$	$[50,\ 60)$	$[60,\ 70)$	$[70,\ 80]$
抽取人数	10	20	25	15	18	7	5
有意向购买的人数	10	18	22	9	10	4	2

（1）若从年龄在 $[60,\ 70)$ 的被调查人群中随机选出两人进行调查，求这两人中恰有一人打算购买冰墩墩的概率；

（2）若以年龄 40 岁为分界线，由以上统计数据完成下面的 2×2 列联表，并判断是否有 99.9% 的把握认为购买冰墩墩与人的年龄有关？

	年龄低于 40 岁的人数	年龄不低于 40 岁的人数	总计
有意向购买冰墩墩的人数			
无意向购买冰墩墩的人数			
总计			

参考数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18.（本小题满分 12 分）

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $4S_n=a_n^2+2a_n-8$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{(-1)^n(S_n-3n)\}$ 的前 n 项和 T_n.

19.（本小题满分 12 分）

如图 4，已知直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形，$AB=BC=2$，D，E，F 分别为 AC，BC，B_1B 的中点，$C_1F\perp A_1B_1$，G 为线段 DE 上的一动点.

（1）证明：$C_1F\perp A_1G$；

（2）求几何体 $A_1B_1C_1-DEC$ 的体积.

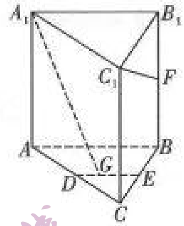


图 4

20.（本小题满分 12 分）

已知圆 O：$x^2+y^2=2$ 与 x 轴交于 A，B 两点，动点 P 满足直线 AP 与直线 BP 的斜率之乘积为 $-\dfrac{1}{2}$.

（1）求动点 P 的轨迹 E 的方程；

（2）过点 $(1,0)$ 的直线 l 与曲线 E 交于 M，N 两点，则在 x 轴上是否存在定点 Q，使得 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$ 的值为定值？若存在，求出点 Q 的坐标和该定值；若不存在，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^{2x}+ae^x\ (a\in\mathbf{R})$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）设 $g(x)=a(1-x)e^x+x^2$，若方程 $g(x)=f(x)$ 有三个不同的解，求 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）【选修 4−4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.

（1）将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）为解决倍立方体问题，数学家引用了蔓叶线. 设 M 为 C 上的动点，M 关于 $x=1$ 的对称点为 N（M，N 不与原点重合），M 在 x 轴的射影为 H，直线 ON 与直线 MH 的交点为 P，点 P 的轨迹就是蔓叶线. 请写出 P 的轨迹的参数方程.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4−5：不等式选讲】

已知函数：$f(x)=|2x+6|+|2x-4|-11$，$g(x)=-|x-1|$.

（1）请在图 5 中画出 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图象；

（2）若 $g(x+t)\leqslant f(x)$ 恒成立，求 t 的取值范围.

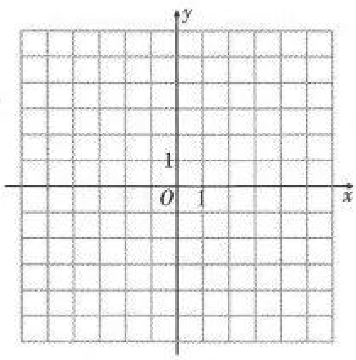


图 5

2022届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（二）
文科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	D	D	C	C	D	C	A	C	C	A

【解析】

1. 因为$M=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$N=\left\{x\left|\frac{1}{2}<x<4\right.\right\}$，所以$M\cap N=\left\{x\left|\frac{1}{2}<x\leqslant 3\right.\right\}$，故选B.

2. $\because \frac{1-2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(1-2\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=\frac{-1-3\mathrm{i}}{2}$，故选A.

3. 由茎叶图可知A，B正确；另乙商品的销售量均值比甲的高；甲销售数据的中位数是93，故选D.

4. 由一次函数性质知$f(x)=x$在$\mathbf{R}$上是增函数，不符合题意；由指数函数性质知$f(x)=\left(\frac{3}{2}\right)^x$在$\mathbf{R}$上是增函数，不符合题意；由幂函数性质知$f(x)=x^{-2}$在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上不单调，不符合题意；由幂函数性质知$f(x)=\sqrt[3]{-x}$在$\mathbf{R}$上是减函数，符合题意，故选D.

5. 由对称性可知四边形PF_1QF_2为平行四边形，又由$PF_2\perp QF_2$得四边形PF_1QF_2为矩形，所以$|PQ|=|F_1F_2|=2c$，又$|PF_2|:|QF_2|=1:\sqrt{3}$，所以$|PF_2|=c$，$|QF_2|=\sqrt{3}c$，所以有$|QF_2|-|PF_2|=(\sqrt{3}-1)c=2a$，所以$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$，故选C.

6. $\because$三人中有且只有一人说真话，$\therefore$假设甲说真话，而乙、丙说假话，则甲会、乙会，与题设矛盾；假设乙说真话，而甲、丙说假话，有矛盾；假设丙说真话，而甲、乙说假话，则甲不会、乙会，符合题设；综上，乙会跳拉丁舞，故选C.

7. 先将过点E，F，G的截面补充完整，如图1所示，故多面体$AEB'A'-DFGC'D'$的正视图为D，故选D.

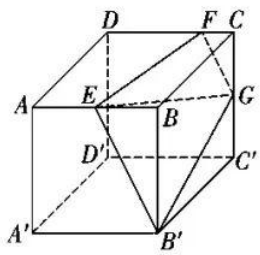


图1

8. 由$\cos C=\frac{1}{4}$，得$\sin C=\frac{\sqrt{15}}{4}$，所以$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}\times 2\times 4\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\sqrt{15}$，故选C.

9．由题可知，S_3，S_6-S_3，S_9-S_6 构成等差数列，则 $S_3+(S_9-S_6)=2(S_6-S_3)$，即 $5+(21-S_6)$ $=2(S_6-5)$，解得 $S_6=12$，故选 A．

10．将两位运动员和 3 个“雪容融”随机排成一排，可以是：

甲乙雪雪雪、甲雪乙雪雪、甲雪雪乙雪、甲雪雪雪乙、

乙甲雪雪雪、雪甲乙雪雪、雪甲雪乙雪、雪甲雪雪乙、

乙雪甲雪雪、雪乙甲雪雪、雪雪甲乙雪、雪雪甲雪乙、

乙雪雪甲雪、雪乙雪甲雪、雪雪乙甲雪、雪雪雪甲乙、

乙雪雪雪甲、雪乙雪雪甲、雪雪乙雪甲、雪雪雪乙甲，

共 20 种排法，其中 3 个“雪容融”连在一起共有 6 种．

故概率为 $\frac{6}{20}=0.3$，故选 C．

11．如图 2，∵ $\angle ABC=30°$，$AC=AB=1$，∴ $\frac{AC}{\sin\angle ABC}=\frac{1}{\sin 30°}=2$，则 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 1．又∵球的表面积为 16π，即 $S=4\pi R^2=16\pi$，∴球的半径为 2．设 O 到平面 ABC 的距离为 d，则 $d=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，所以 $V_{O-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot d=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin120°\times\sqrt{3}=\frac{1}{4}$，故选 C．

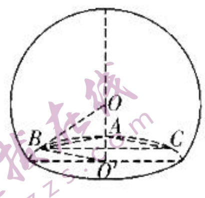


图 2

12．由对任意 $2\leqslant x_1<x_2$，都有 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$，可得 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递增；由函数 $y=f(x+2)$ 的图象关于 y 轴对称，得函数 $y=f(x)$ 的图象关于 $x=2$ 对称，由 $f(2s+2t+2)\leqslant f(s+3)$，得 $|(2s+2t+2)-2|\leqslant|(s+3)-2|$，∴ $|2s+2t|\leqslant|s+1|$，∴ $(2s+2t)^2\leqslant(s+1)^2$，∴ $3s^2+8st+4t^2-2s-1\leqslant0$，即 $4t^2+8s\cdot t+(3s^2-2s-1)\leqslant0$（看成关于 t 的一元二次不等式），∴ $(2t+3s+1)(2t+s-1)\leqslant0$，令 $t=x$，$s=y$，

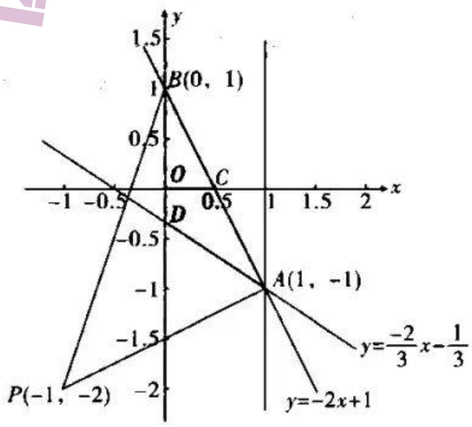


图 3

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意知年龄在$[60,70)$的被调查人群共有 7 人，其中有 4 人打算购买冰墩墩，设为 A，B，C，D，另 3 人不打算购买冰墩墩，设为 E，F，G．

……………………………………………………（1 分）

从 7 人中任选两人共有 21 种情形，分别是：AB，AC，AD，AE，AF，AG，BC，BD，BE，BF，BG，CD，CE，CF，CG，DE，DF，DG，EF，EG，FG，

……………………………………………………（2 分）

这两人中恰有一人打算购买冰墩墩的情形有：AE，AF，AG，BE，BF，BG，CE，CF，CG，DE，DF，DG，共 12 种，……………………………………（5 分）

故所求概率为 $\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$．……………………………………（6 分）

（2）由统计数据填写 2×2 列联表，如下：

	年龄低于 40 岁的人数	年龄不低于 40 岁的人数	总计
有意向购买冰墩墩的人数	50	25	75
无意向购买冰墩墩的人数	5	20	25
总计	55	45	100

……………………………………………………（8 分）

则 $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{100\times(50\times20-25\times5)^2}{75\times25\times55\times45}\approx16.498>10.828$，

……………………………………………………（10 分）

因此有99.9%的把握认为购买冰墩墩与人的年龄有关．

……………………………………………………（12 分）

则 $\begin{cases}(2x+3y+1)(2x+y-1)\leqslant 0,\\ 0\leqslant x\leqslant 1,\end{cases}$ 则问题等价于点 (x, y) 满足可行域

$\begin{cases}(2x+3y+1)(2x+y-1)\leqslant 0,\\ 0\leqslant x\leqslant 1,\end{cases}$ 为如图 3 阴影部分时，$\dfrac{y+2}{x+1}$ 的取值范围. 由线性规划知识

可知 $\dfrac{y+2}{x+1}$ 为点 (x, y) 与点 $(-1, -2)$ 连线的斜率，由图可得 $\dfrac{y+2}{x+1}\in\left[\dfrac{1}{2}, 3\right]$，

$\therefore \dfrac{t+1}{t+s+3}=\dfrac{x+1}{(x+1)+y+2}=\dfrac{1}{1+\dfrac{y+2}{x+1}}\in\left[\dfrac{1}{4}, \dfrac{2}{3}\right]$，故选A.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$2x+y+1=0$	1	$\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$	$1-2\sqrt{2}$

【解析】

13. $\because f'(x)=\dfrac{(x-2)e^x}{(x-1)^2}$，$\therefore$ 斜率 $k=f'(0)=-2$. 又 $\because f(0)=-1$，$\therefore$ 切线方程为 $y-(-1)=-2x$，

即 $2x+y+1=0$.

14. $\because$ 圆锥底面周长即为侧面展开图扇形的弧长，圆锥的母线长即为侧面展开图扇形的半径，

则有 $2\pi r=\dfrac{2\pi}{3}\times 3$，解得 $r=1$.

15. 由函数图象可知：$A=1$，$\dfrac{T}{2}=\dfrac{2}{3}\pi-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，则 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{\pi}=2$，$\therefore f(x)=\sin(2x+\varphi)$，

$\therefore f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\varphi\right)=0$，$\dfrac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi+\pi\Rightarrow\varphi=2k\pi+\dfrac{2\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$，$\because|\varphi|<\pi$，$\therefore\varphi=\dfrac{2\pi}{3}$，

$\therefore f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{2\pi}{3}\right)$，当 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2}, 0\right]$ 时，$2x+\dfrac{2\pi}{3}\in\left[-\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{2\pi}{3}\right]$，$f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{2\pi}{3}\right)$

$\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$

16. 由题意，取线段 AB 的中点 $M(-1, 1)$，由 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PM}^2-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}^2$，因为圆心 $O(0, 0)$ 到

$M(-1, 1)$ 的距离为 $|OM|=\sqrt{2}$，所以 $|\overrightarrow{PM}|$ 的最小值为 $\sqrt{2}-1$，又 $\because|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{2}$，故最小

值为 $1-2\sqrt{2}$.

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）$4S_n=a_n^2+2a_n-8$，

$4S_{n+1}=a_{n+1}^2+2a_{n+1}-8$，

$4a_{n+1}=4(S_{n+1}-S_n)=a_{n+1}^2-a_n^2+2(a_{n+1}-a_n)$，

$2(a_{n+1}+a_n)=a_{n+1}^2-a_n^2=(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n)$.

$\because a_n>0$，

$\therefore a_{n+1}+a_n\neq 0$，$a_{n+1}-a_n=2$. ……………………………………（4 分）

当 $n=1$ 时，$4a_1=a_1^2+2a_1-8$，得 $a_1=-2$ 或 $a_1=4$，

$\because a_n>0$，$a_1=4$，

$\therefore a_n=a_1+2(n-1)=2n+2$. ……………………………………（6 分）

（2）$S_n=\dfrac{(a_1+a_n)n}{2}=n^2+3n$，

记 $b_n=(-1)^n(S_n-3n)=(-1)^n\cdot n^2$，其前 n 项和 $T_n=-1^2+2^2-3^2+4^2+\cdots+(-1)^n n^2$，

当 n 为偶数时，

$T_n=-1^2+2^2-3^2+4^2+\cdots+n^2$

$=(2-1)(2+1)+(4-3)(4+3)+\cdots+[(n-(n-1)][n+(n-1)]$

$=1+2+3+4+\cdots+n-1+n$

$=\dfrac{n(n+1)}{2}$；

当 n 为奇数时，$T_n=T_{n+1}-b_{n+1}$

$=\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}-(-1)^{n+1}\cdot(n+1)^2$

$=\dfrac{n^2+3n+2}{2}-(n+1)^2$

$=-\dfrac{n(n+1)}{2}$.

所以 $T_n=(-1)^n\dfrac{n(n+1)}{2}$. ……………………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

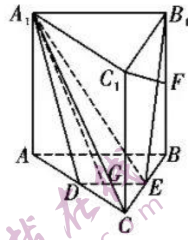


图 4

（1）证明：如图 4，连接 A_1D，B_1E，

$\because$ D，E分别是AC，BC的中点，

$\therefore$ $DE // AB // A_1B_1$，

$\therefore$ D，E，A_1，B_1四点在同一平面内.

$\because$ $C_1F \perp A_1B_1$，

$\therefore$ $C_1F \perp DE$. ……………………………………………………（2 分）

在侧面CBB_1C_1中，因为$\tan\angle B_1C_1F = \tan\angle EB_1B = \dfrac{1}{2}$，则$\angle B_1C_1F = \angle EB_1B$，

$\therefore$ $\angle EB_1B + \angle B_1FC_1 = \angle B_1C_1F + \angle B_1FC_1 = \dfrac{\pi}{2}$，

$\therefore$ $C_1F \perp B_1E$. ……………………………………………………（4 分）

又 $DE \cap B_1E = E$，

$\therefore$ $C_1F \perp$ 平面DEB_1A_1，

又 $A_1G \subset$ 平面 DEB_1A_1，

$\therefore$ $C_1F \perp A_1G$. ……………………………………………………（6 分）

（2）解：连接 A_1C，A_1E，

$\because$ $A_1B_1 \perp B_1B$，$A_1B_1 \perp C_1F$，$B_1B \cap C_1F = F$，

$\therefore$ $A_1B_1 \perp$ 平面C_1CBB_1. ……………………………………………………（8 分）

$$V_{A_1B_1C_1-DEC} = V_{A_1-DEC} + V_{A_1-B_1C_1CE} = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2 + \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(1+2)\times2\times2 = \frac{7}{3}.$$

……………………………………………………（12 分）

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意 $A(-\sqrt{2},\ 0)$，$B(\sqrt{2},\ 0)$，

设动点 $P(x,\ y)$，则 $\dfrac{y-0}{x-\sqrt{2}} \cdot \dfrac{y-0}{x+\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2}$，

化简得轨迹 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{2} + y^2 = 1\ (y \neq 0)$. ……………………………（4 分）

（2）显然直线l的斜率不为0，设直线l的方程为$x=my+1$，设定点$Q(t,\ 0)$，

联立方程组$\begin{cases}x=my+1,\\ x^2+2y^2=2,\end{cases}$ 消x可得$(m^2+2)y^2+2my-1=0$，

设$M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，

可得$y_1+y_2=-\dfrac{2m}{m^2+2}$，$y_1y_2=-\dfrac{1}{m^2+2}$，

……………………………………………………………………（6分）

所以$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=(x_1-t)(x_2-t)+y_1y_2=(my_1+1-t)(my_2+1-t)+y_1y_2$

$=(m^2+1)\dfrac{-1}{m^2+2}+m(1-t)\dfrac{-2m}{m^2+2}+(1-t)^2=\dfrac{(2t-3)m^2-1}{m^2+2}+(1-t)^2$，

……………………………………………………（8分）

要使上式为定值，则$2t-3=-\dfrac{1}{2}$，解得$t=\dfrac{5}{4}$，　　……………………………………（10分）

此时$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=-\dfrac{1}{2}+\left(1-\dfrac{5}{4}\right)^2=-\dfrac{7}{16}$，

所以，存在点$Q\left(\dfrac{5}{4},\ 0\right)$，使得$\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}$为定值$-\dfrac{7}{16}$.　　……………………………（12分）

21．（本小题满分12分）

解：（1）$f'(x)=e^x(2e^x+a)$.　　…………………………………………………………（1分）

当$a\geqslant0$时，$f'(x)>0$恒成立，所以$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增；

……………………………………………………………………（2分）

当$a<0$时，令$f'(x)=e^x(2e^x+a)>0$，解得$x>\ln\left(-\dfrac{a}{2}\right)$，

令$f'(x)=e^x(2e^x+a)<0$，解得$x<\ln\left(-\dfrac{a}{2}\right)$，

所以$f(x)$在$\left(\ln\left(-\dfrac{a}{2}\right),\ +\infty\right)$上单调递增，在$\left(-\infty,\ \ln\left(-\dfrac{a}{2}\right)\right)$上单调递减.

……………………………………………………………………（4分）

（2）显然 $x=0$ 不是 $f(x)=g(x)$ 的解，由 $f(x)=g(x)$ 得，$a=\dfrac{x^2-e^{2x}}{xe^x}(x\neq 0)$，

……………………………………………………（5 分）

令 $h(x)=\dfrac{x^2-e^{2x}}{xe^x}-a$，则 $h'(x)=\dfrac{(1-x)(x^2+e^{2x})}{x^2e^x}$，

所以 $h(x)$ 在 $(-\infty,\ 0)$，$(0,\ 1)$ 上单调递增，在 $(1,\ +\infty)$ 上单调递减，

所以 $h(x)=0$ 至多有 3 个零点，且这三个零点分别分布在 $(-\infty,\ 0)$，$(0,\ 1)$ 和 $(1,\ +\infty)$ 上.

……………………………………（7 分）

当 $a\geqslant\dfrac{1}{e}-e$ 时，则 $h(1)=\dfrac{1}{e}-e-a\leqslant 0$，

所以 $h(x)$ 至多有两个零点，不符题意，舍去；　　……………………………………（8 分）

当 $a<\dfrac{1}{e}-e$，$h(1)=\dfrac{1}{e}-e-a>0$，

若 $x>1$，则有 $h(x)=\dfrac{x}{e^x}-\dfrac{e^x}{x}-a<1-\dfrac{\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}{x}-a$，

取 $x_1=4-4a>1$，则 $h(x_1)<0$，则 $h(x)$ 在 $(1,\ x_1)$ 上至少有一个零点；

若 $x\in(0,\ 1)$，$h(x)=\dfrac{x}{e^x}-\dfrac{e^x}{x}-a<x-\dfrac{1}{x}-a$，取 $x_2=\dfrac{a+\sqrt{a^2+4}}{2}\in(0,\ 1)$，则 $h(x_2)<0$，

则 $h(x)$ 在 $(x_2,\ 1)$ 上至少有一个零点，

取 $h(-1)=-e+\dfrac{1}{e}-a>0$，若 $x<-1$，$h(x)=\dfrac{x}{e^x}-\dfrac{e^x}{x}-a<e^x-\dfrac{1}{e^x}-a$，

取 $x_3=\ln\left(\dfrac{a+\sqrt{a^2+4}}{2}\right)-1<-1$，则 $h(x_3)<0$，$h(x)$ 在 $(x_3,\ -1)$ 上至少有一个零点，

这说明当 $a<\dfrac{1}{e}-e$ 时，$h(x)$ 恰有三个不同的解.

综上，当 $a<\dfrac{1}{e}-e$ 时，$h(x)$ 有三个不同的解.　　……………………………（12 分）

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

解：（1）由曲线 C 的极坐标方程 $\rho=2\cos\theta$，可得 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，

将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入可得 $x^2+y^2=2x$，即 $(x-1)^2+y^2=1$，

即曲线 C 的直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=1$. ……………………………………（4 分）

（2）如图 5，设 $P(x,\ y)$，设 $M(1+\cos\theta,\ \sin\theta)$，$N(1-\cos\theta,\ \sin\theta)$，

其中 M，N 不与原点重合，即 $\cos\theta\neq-1$ 且 $\cos\theta\neq1$.

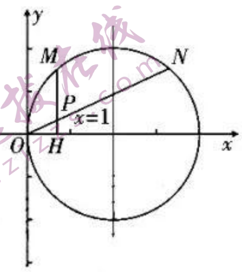


图 5

设 ON 的直线方程为 $y=\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}x$，

令 $x=\cos\theta+1$，得 $y=\dfrac{\sin\theta(\cos\theta+1)}{1-\cos\theta}$，

即点 P 的轨迹 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\theta+1,\\ y=\dfrac{\sin\theta(\cos\theta+1)}{1-\cos\theta},\end{cases}$ （θ 为参数，$\cos\theta\neq-1$，$\cos\theta\neq1$）.

……………………………………………………………………………（10 分）

23．（本小题满分 10 分）【选修 4−5：不等式选讲】

解：（1）函数 $f(x)=|2x+6|+|2x-4|-11=\begin{cases}-4x-13,\ x<-3,\\ -1,\ -3\leqslant x<2,\\ 4x-9,\ x\geqslant2,\end{cases}$

$g(x)=-|x-1|=\begin{cases}x-1,\ x\leqslant1,\\ -x+1,\ x>1,\end{cases}$ 所以图象如图 6.

……………………………………（5 分）

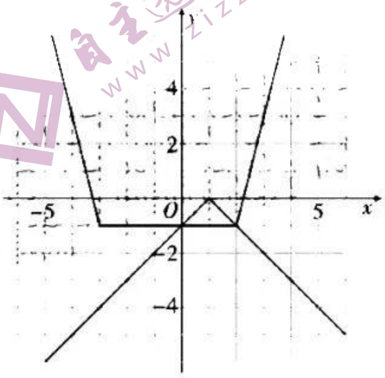


图 6

（2）$g(x+t)\leqslant f(x)$ 表示 $y=g(x)$ 平移 $|t|$ 个单位后，

图象恒不高于 $y=f(x)$ 的图象，结合图象可得

$y=g(x)$ 向右至少平移 2 个单位或者向左平移至少 5

个单位，所以有 $t\leqslant-2$ 或者 $t\geqslant5$.

……………………………………………………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。