

# 赣州市 2022~2022 学年度第一学期期末考试

## 高三数学（文科）试卷 2023 年 1 月

### 第 I 卷（选择题共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{x | y = \lg(4 - x^2)\}$ ,  $B = \{x | \frac{x+2}{x-1} \leq 0\}$ , 则  $A \cup B =$

- A.  $[-2, 1)$       B.  $(-2, 1)$       C.  $[-2, 1) \cup (1, 2)$       D.  $[-2, 2)$

2. 已知  $i$  为虚数单位，复数  $z$  满足  $z(1+i) = 4+2i$ , 则复数  $z$  的共轭复数的虚部为

- A.  $i$       B.  $-i$       C.  $1$       D.  $-1$

3. 函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ ,  $x \in [\frac{1}{4}, 2]$  的值域为  $D$ , 在区间  $[-3, 3]$  上随机取一个数  $t$ , 则  $t \in D$  的概率是

- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$

4. 等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $-2$ , 且  $a_1 + 2, a_3 + 2, a_5 - 7$  成等差数列, 则  $\{a_n\}$  的前 10 项和为

- A.  $-341$       B.  $-\frac{1025}{3}$       C.  $171$       D.  $\frac{511}{3}$

5. 已知  $f(x) = -x^3 - x$ ,  $a = 2^{0.3}$ ,  $b = 0.3^2$ ,  $c = \log_2 0.3$ , 则

- A.  $f(c) < f(a) < f(b)$       B.  $f(b) < f(c) < f(a)$   
C.  $f(c) < f(b) < f(a)$       D.  $f(a) < f(b) < f(c)$

6. 设  $m, n$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 下列命题中还不正确的是

- A. 若  $m \perp \alpha, n \perp \alpha$ , 则  $m \parallel n$       B. 若  $m \perp \alpha, m \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$   
C. 若  $\alpha \perp \beta, m \subseteq \alpha, n \subseteq \beta$ , 则  $m \perp n$       D. 若  $m \perp \alpha, m \subseteq \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$

7. 已知变量  $x$  和  $y$  的统计数据如表:

$x$	1	2	3	4	5
$y$	5	5	6	6	8

根据上表可得回归直线方程  $\hat{y} = 0.7\hat{x} + a$ , 据此可以预测当  $x = 8$  时,  $y =$

- A. 9.2      B. 9.5      C. 9.9      D. 10.1

8. 已知直线  $l: y = kx$  与圆  $(x+2)^2 + y^2 = 4$  相交于  $A, B$  两点,  $M$  是线段  $AB$  的中点, 则点  $M$  轨迹方程为

- A.  $(x-1)^2 + y^2 = 1$     B.  $(x-2)^2 + y^2 = 1$     C.  $(x+1)^2 + y^2 = 1$     D.  $(x+2)^2 + y^2 = 1$

9. 已知函数  $y = m^{x-1} + 3$  ( $m > 0$  且  $m \neq 1$ ) 图象恒过的定点  $A$  在直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 上,

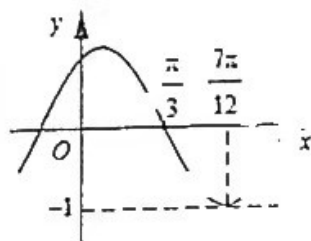
若关于  $t$  的不等式  $a + b \geq t^2 + t + 3$  恒成立, 则实数  $t$  的取值范围为

- A.  $[-3, 2]$     B.  $[-2, 3]$     C.  $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$     D.  $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$

10. 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象如图所示, 为了得到  $y = \cos \omega x$  的

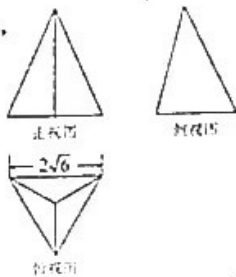
图象, 只需把  $y = f(x)$  的图象上所有点

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度    B. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度    D. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度



11. 已知某正三棱锥三视图如图所示, 若侧视图的面积为  $6\sqrt{2}$ , 则该正三棱锥外接球体积为

- A.  $18\pi$   
B.  $36\pi$   
C.  $27\pi$   
D.  $45\pi$



12. 设函数  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上存在导数  $f'(x)$ , 对任意的  $x \in \mathbb{R}$ , 有  $f(-x) - f(x) = 0$ , 且  $x \in [0, +\infty)$  时  $f'(x) < 2x$ , 若  $f(2a-2) - f(a-4) \geq 3a^2 - 12$ , 则实数  $a$  的取值范围为

- A.  $[-2, 2]$     B.  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$     C.  $(-\infty, -2]$     D.  $[-2, +\infty)$

## 第II卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 若向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足:  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2|(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}|$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_.

14. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + 2y \geq 4 \\ 2x - y + 2 \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$ , 则  $z = x^2 + (y-4)^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.

15. 若双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的渐近线与抛物线  $y = \frac{a}{8b}x^2$  的准线围成的三角形的面积等于 2, 则双曲线  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

16. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_2 = 3, |a_n - a_{n-1}| = n$  ( $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ ),  $\{a_{2n-1}\}$  是递增数列,  $\{a_{2n}\}$  是递减数列, 则  $a_{20} =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答）

（一）必考题（共 60 分）

17.（本小题满分 12 分）

2022 年卡塔尔世界杯是第二十二届世界杯足球赛，是历史上首次在卡塔尔和中东国家境内举行，也是第二次在亚洲举行的世界杯足球赛。某足球俱乐部对其俱乐部的全体足球爱好者在世界杯足球赛期间每天收看比赛转播的时间作了一次调查，得到如下频数分布表：

收看时间（单位：小时）	[0,1)	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6]
收看人数	16	35	19	23	17	10

（1）若将每天收看比赛转播时间不低于 3 小时的足球爱好者定义为“铁杆球迷”，否则定义为“非铁杆球迷”，请根据频数分布表补全  $2 \times 2$  列联表：

	男	女	合计
铁杆球迷	30	15	45
非铁杆球迷	20	25	45
合计	50	40	90

并判断能否有 99% 的把握认为该足球俱乐部的足球爱好者是否为“铁杆球迷”与“性别”有关。

（2）在所有“铁杆球迷”中按性别分层抽样抽取 5 名，再从这 5 名“铁杆球迷”中选取 2 名作世界杯知识普及讲座，求选取的两名中至少有 1 名女“铁杆球迷”的概率。

参考公式：

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
$k$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

$$K = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d.$$

18.（本小题满分 12 分）

已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 2\cos^2 x$ .

（1）求函数  $f(x)$  的单调递减区间；

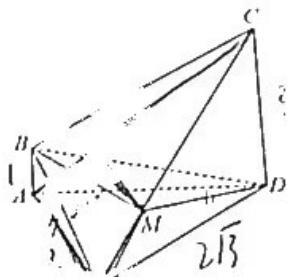
（2）设  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边， $f(A) = 1$  且  $BC$  边上的中线  $AD = \sqrt{3}$ ，求  $\triangle ABC$  面积的最大值。

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $AB \parallel CD, AB=1, CD=3, AP=2, DP=2\sqrt{3}, \angle PAD=60^\circ, AB \perp$  平面  $PAD$ , 点  $M$  是棱  $PC$  上的动点.

(1) 证明:  $AP \perp DM$ ;

(2) 设  $\frac{PM}{PC} = \lambda$ , 求当  $AP \parallel$  平面  $BDM$  时  $\lambda$  的值.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x, g(x) = -x^2 + 2x + a$ .

(1) 讨论函数  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$  的单调性;

(2) 若函数  $y = f(x)$  的图象与函数  $y = g(x)$  的图象仅有一个交点  $M$ , 求证: 曲线  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  在点  $M$  处有相同的切线, 且  $a \in (\frac{1}{4}, 2)$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知圆  $x^2 + y^2 = 12$  上的动点  $P$  在  $y$  轴上的投影为  $Q$ , 动点  $M$  满足  $(1 - \sqrt{3})\overline{OQ} = \overline{OP} - \sqrt{3}\overline{OM}$ .

(1) 求动点  $M$  的轨迹方程  $C$ ;

(2) 动直线  $l: y = kx + 2$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 问: 是否存在定点  $D$ , 使得  $\overline{DA} \cdot \overline{DB}$  为定值, 若存在, 请求出点  $D$  的坐标及该定值; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题 (共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分)

22. (本小题满分 10 分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原

点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴, 取相同的单位长度建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程和曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设点  $P(4, 3)$ , 直线  $l$  与曲线  $C$  的交点为  $A, B$ , 求  $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数  $f(x) = 2|x+1| + |x+2|$  的最小值为  $m$ .

(1) 求  $m$  的值;

(2) 设  $a, b, c$  为正数, 且  $a+b+c=m$ , 求证:  $\frac{a^2+b^2}{c} + \frac{c^2+a^2}{b} + \frac{b^2+c^2}{a} \geq 2$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线