

天津一中 2022-2023-2 高三年级

数学学科四月考试卷

本试卷分为第 I 卷（选择题）、第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。第 I 卷 1 页，第 II 卷至 2 页。考生务必将答案涂写在规定的位置上，答在试卷上的无效。

一、选择题：（每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

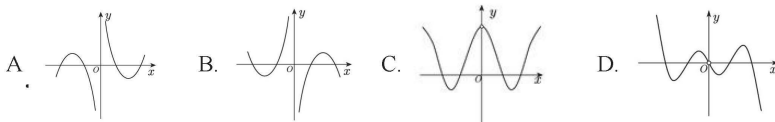
1. 集合 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}^* | x^2 - 3x \leq 0\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) = (\quad)$

- A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 4, 5\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{4, 5\}$

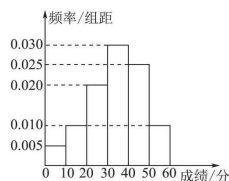
2. 设 \vec{a}, \vec{b} 是向量，则“ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ”是“ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ”的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \cdot \cos x$ 的部分图象大致为 ()



4. 北京冬奥会已于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日顺利举行，这是中国继北京奥运会、南京青奥会后，第三次举办的奥运赛事，之前，为助力冬奥，增强群众的法治意识，提高群众奥运法律知识水平和文明素质，让法治精神携手冬奥走进千家万户，某市有关部门在该市市民中开展了“迎接冬奥·法治同行”主题法治宣传教育活动。该活动采取线上线下相结合的方式，线上有“知识大闯关”冬奥法律知识普及类趣味答题，线下有“冬奥普法”知识讲座，实现“冬奥+普法”的全新模式。其中线上“知识大闯关”答题环节共计 30 个题目，每个题目 2 分，满分 60 分，现在从参与作答“知识大闯关”题目的市民中随机抽取 1000 名市民，将他们的作答成绩分成 6 组： $[0, 10), [10, 20), [20, 30), [30, 40), [40, 50), [50, 60)$ 并绘制了如图所示的频率分布直方图。估计被抽取的 1000 名市民作答成绩的中位数是 ()



- A. 40 B. 30 C. 35 D. 45

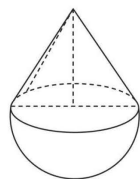
5. 已知 $a = 10^{-\sqrt{2}}$, $b = \log_3 6$, $c = \log_2 \sqrt{7}$, 则 a, b, c , 则 ()

- A. $b < a < c$ B. $a < c < b$ C. $a < b < c$ D. $b < c < a$

6. 已知 $3^a = 5^b$ 且 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 a 的值为 ()

- A. $\log_3 15$ B. $\log_5 15$ C. $\log_3 45$ D. $\log_5 45$

7. 如图是某灯具厂生产的一批不倒翁型台灯外形, 它由一个圆锥和一个半球组合而成, 圆锥的高是 0.4m, 底面直径和球的直径都是 0.6m, 现对这个台灯表面涂胶, 如果每平方米需要涂 200 克, 则共需涂胶 () 克 (精确到个位数)



- A. 176 B. 207 C. 239 D. 270

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, O 为坐标原点, F_1, F_2 为其左、右焦点, 点 G 在

C 的渐近线上, $F_2G \perp OG$, 且 $\sqrt{6}|OG| = |GF_1|$, 则该双曲线的渐近线方程为

- A. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ C. $y = \pm x$ D. $y = \pm \sqrt{2}x$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x-1|-1, & x \leq 2, \\ -\frac{1}{2}f(x-2), & x > 2, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = x \cdot f(x) - a (a \geq -1)$ 的零点

个数为 2, 则

- A. $\frac{2}{3} < a < \frac{8}{7}$ 或 $a = -1$ B. $\frac{2}{3} < a < \frac{8}{7}$

C. $\frac{7}{8} < a < \frac{3}{2}$ 或 $a = -1$

D. $\frac{7}{8} < a < \frac{3}{2}$

二.填空题：(每小题 5 分)

10. 已知复数 z 在复平面内对应的点的坐标为 $(-1, 2)$ ，则 $\frac{z}{1+i} =$ _____.

11. 若 $(x^4 + 1)\left(x + \frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为 224，则正实数 a 的值为 _____.

12. 已知直线 $x + y - \sqrt{3}a = 0$ 与圆 $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2a^2 - 2a + 1$ 相交于点 A, B ，若 $\triangle ABC$ 是正三角形，则实数 $a =$ _____.

13. “五行”是中国古代哲学的一种系统观，广泛用于中医、堪舆、命理、相术和占卜等方面。古人把宇宙万物划分为五种性质的事物，也即分成木、火、土、金、水五大类，并称它们为“五行”。中国古代哲学家用五行理论来说明世界万物的形成及其相互关系，创造了五行相生相克理论。相生，是指两类五行属性不同的事物之间存在相互帮助，相互促进的关系，具体是：木生火，火生土，土生金，金生水，水生木。相克，是指两类五行属性不同的事物之间是相互克制的关系，具体是：木克土，土克水，水克火，火克金，金克木。现从分别标有木，火，土，金，水的 5 根竹签中随机抽取 2 根，则所抽取的 2 根竹签上的五行属性相克的概率为 _____.

14. 已知 a, b 均为正数，且 $a + b = 1$ ， $\frac{a^2 + 1}{2ab} - 1$ 的最小值为 _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ ， $AB = 2$ ， $AC = 3$ ， $\overline{DC} = 2\overline{BD}$ ， $|AD| =$ _____ 点 E 在直线 AD 上运动，则 $\overline{BE} \cdot \overline{CE}$ 的最小值为 _____.

三.解答题：(本大题共 5 小题，共 75 分.)

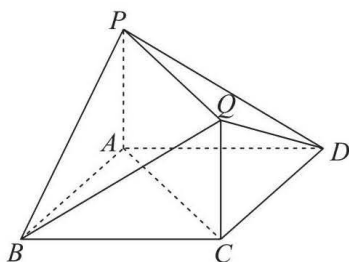
16. 已知函数 $f(x) = \cos \frac{x}{2} - \sqrt{3} \sin \frac{x}{2}$.

(1) 若 $x \in [-2\pi, 2\pi]$ ，求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

(2) $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知

$$f\left(2A - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{4}{3}, \sin B = \sqrt{5} \cos C, a = \sqrt{2}, \text{ 求 } \triangle ABC \text{ 的面积.}$$

17. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $\angle ABC = 60^\circ$ ，四边形 $PACQ$ 是矩形， $PA = 1$ ，且平面 $PACQ \perp$ 平面 $ABCD$.



- (1) 求直线 BP 与平面 $PACQ$ 所成角的正弦值;
- (2) 求平面 BPQ 与平面 DPQ 的夹角的大小;
- (3) 求点 C 到平面 BPQ 的距离.

18. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbb{N}^*)$, $\{b_n\}$ 是首项为 2 的等比数列, 且公比大于 0, $b_2 + b_3 = 12$, $b_3 = a_4 - 2a_1$, $S_{11} = 11b_4$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{a_{2n} \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

(3) 证明: $\sum_{i=1}^n \frac{b_i}{(b_i - 1)^2} < \frac{25}{9}$.

19. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F(-1, 0)$, 经过点 F 的直线与椭圆相交于 M, N 两点, 点 P 为线段 MN 的中点, 点 O 为坐标原点. 当直线 MN 的斜率为 1 时, 直线 OP 的斜率为 $-\frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
- (2) 若点 A 为椭圆的左顶点, 点 B 为椭圆的右顶点, 过 F 的动直线交该椭圆于 C, D 两点, 记 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 , $\triangle BCD$ 的面积为 S_2 , 求 $S_2 - S_1$ 的最大值.

20. 已知函数 $f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 3) - m(x^2 + 2x - 3)$ ($e \approx 2.71828$ 是自然对数的底数).

- (1) 若 $m = 2$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 若函数 $f(x)$ 有 3 个极值点 x_1, x_2, x_3 , ($x_1 > x_2 > x_3$),
 - (i) 求实数 m 的取值范围;
 - (ii) 证明: $x_3 > -(\frac{1}{2x_1} + \frac{1}{2x_2})$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

