A10联盟202

数学（

巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学 天

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

1. 集合 $A=\{x|-1<x<3,x\in \mathbf{N}^*\}$ 的非空子集个数为（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 7　　D. 8

2. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120°$，则 $|3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$（　　）

A. $3\sqrt{7}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{7}$　　D. 3

3. 设 $a=\log_2 3$，$b=\log_{\frac{1}{5}} 2$，$c=0.4^2$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

4. 已知幂函数 $f(x)=(m^2-2m+1)x^{2m-1}$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，则实数 m 的值为（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 0或2

5. 若 $\sin(\pi+A)=-\frac{1}{2}$，则 $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-A\right)=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，D 是边 AC 上的点，E 是直线 BD 上一点，且 $\overrightarrow{DC}=4\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{BD}$，若 $\overrightarrow{AE}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，则 $m-n=$（　　）

A. $\frac{7}{5}$　　B. $-\frac{7}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{3}{5}$

7. 若 $m\in\mathbf{R}$，则“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$m\cos x_0+2<0$”是“$m<-2$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

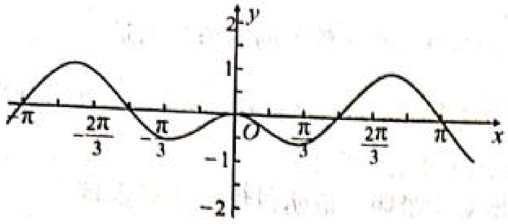
8. 若直线 $2ax+by-2=0(a>0,b>0)$ 过函数 $f(x)=\frac{1}{x-1}+2$ 图象的对称中心，则 $\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为（　　）

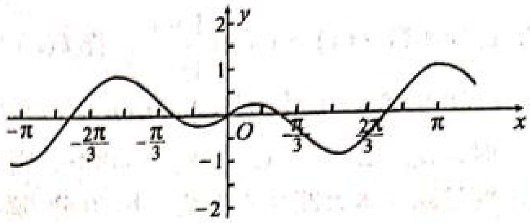
A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 9

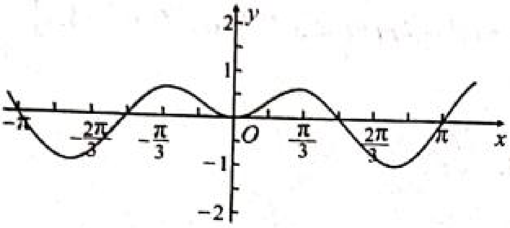
9. 函数 $f(x)=\frac{1-5^x}{1+5^x}\cdot(1-2\sin^2 x)$ 的图象大致为（　　）

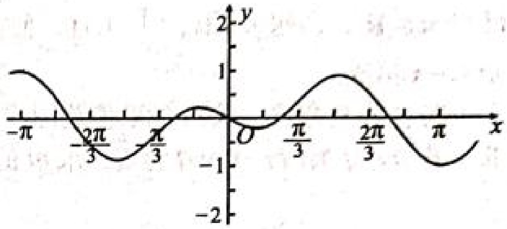
高三上学期11月段考
科）试题

学 屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中
满分150分，考试时间120分钟。请在答题卡上作答。

A. 

B. 

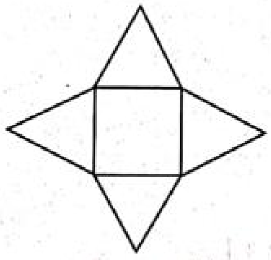
C. 

D. 

10. 已知数列$\{a_n\}$满足$2a_n$，a_{n+1}，$2a_{n+2}$成等差数列，记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_1=1$，$S_2=3$．现有如下结论：①$a_{n+8}=a_{n+2}$；②$a_{2020}=-1$；③$S_{2020}=3$，则上述结论中，正确的个数为（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

11. 2020年新型冠状病毒肺炎蔓延全国，作为主要战场的武汉，仅用了十余天就建成了“小汤山”模式的火神山医院和雷神山医院，再次体现了中国速度、中国方案、中国智慧．随着国外疫情发展，某地计划借鉴中国模式建设临时医院，其占地是一个正方形和四个以正方形的边为底边、腰长为400 m的等腰三角形组成的图形（如图所示），为使占地面积最大，则等腰三角形的底角为（　　）



A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{8}$　　D. $\dfrac{\pi}{4}$

12. 已知函数$f(x)=xe^x$，$g(x)=x\ln x$，若$f(x_1)=g(x_2)=t$，$t>0$，则$\dfrac{\ln t}{x_1x_2}$的最大值为（　　）

A. $\dfrac{1}{e^2}$　　B. $\dfrac{4}{e^2}$　　C. $\dfrac{1}{e}$　　D. $\dfrac{2}{e}$

第Ⅱ卷（非选择题　共90分）

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分.将答案填写在题中的横线上.）

13. 已知函数 $f(x)=(4x-3)^2-\ln x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为________.

14. 若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y+2\geqslant 0\\x-y+1\leqslant 0\\y-1\leqslant 0\end{cases}$，则 $z=2x-y$ 的最大值为________.

15. 已知函数 $f(x)=x+\ln\dfrac{1+x}{1-x}$，若 $f(a)+f(a+1)>0$，则实数 a 的取值范围是________.

16. 已知首项为1的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且当 n 为偶数时，$a_n-a_{n-1}=1$，当 n 为奇数且 $n>1$ 时，$a_n-2a_{n-1}=1$. 若 $S_m>4000$，则 m 的最小值为________.

三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分10分）

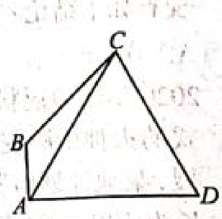
已知 $m\in\mathbf{R}$，命题 $p:\exists x_0\in[-1,1]$，使得 $2x_0-2\geqslant m^2-4m$ 成立；命题 $q:\forall x\in[-1,1]$，不等式 $m\leqslant -x$ 恒成立.

（Ⅰ）若 p 为真命题，求 m 的取值范围；

（Ⅱ）若 $p\wedge q$ 为假，$p\vee q$ 为真，求 m 的取值范围.

18.（本小题满分12分）

如图，平面四边形 $ABCD$ 是由钝角 $\triangle ABC$ 与锐角 $\triangle ACD$ 拼接而成，且 $AC\cdot\cos\angle BAC=BC\cdot\sin\angle ABC$，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$.



（Ⅰ）求 $\angle CAD$ 的大小；

（Ⅱ）若 $AC=4$，$CD=\sqrt{10}$，求 $\triangle ACD$ 的面积.

19.（本小题满分12分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1,a_{n+1}=\dfrac{n+1}{n}(2a_n+n)$.

（Ⅰ）求证：数列 $\left\{\dfrac{a_n}{n}+1\right\}$ 是等比数列；

（Ⅱ）设 $c_n=a_n+n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

20.（本小题满分 12 分）

已知x_0，$x_0+\frac{\pi}{2}$是函数$f(x)=\cos^2\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)-\sin^2\omega x(\omega>0)$的两个相邻的零点.

（Ⅰ）若对任意$x\in\left[-\frac{2\pi}{3},0\right]$，$f(x)-m\leq 0$恒成立，求实数$m$的取值范围；

（Ⅱ）若关于x的方程$\frac{4\sqrt{3}}{3}f(x)-n=1$在$x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$上有两个不同的解，求实数$n$的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{4^x}-\frac{\lambda}{2^{x+1}}+1$（$-2\leq x\leq 1$）.

（Ⅰ）当$\lambda=3$时，求函数$f(x)$的值域；

（Ⅱ）若函数$f(x)$的最小值是1，求实数λ的值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=a\ln x+1(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）若$g(x)=x-f(x)$，讨论函数$g(x)$的单调性；

（Ⅱ）若$t(x)=\frac{1}{2}x^2+x$，$h(x)=e^x-1$（其中e是自然对数的底数），且$a=1$，$x\in(0,+\infty)$，求证：$h(x)>t(x)>f(x)$.

号卷·A10联盟2021届高三上学期11月段考
数学（文科）参考答案

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	A	B	C	A	B	B	D	D	D	C	C

1. A　由题意得，$A=\{1,2\}$，则集合 A 的非空子集个数为 3．故选 A.

2. A　由题意得，$|3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{9\boldsymbol{a}^2-6\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{36+18+9}=3\sqrt{7}$，故选 A.

3. B　$\because 1=\log_2 2<\log_2 3=a<\log_2 4=2$，　$b=\log_{\frac{1}{5}}2<\log_{\frac{1}{5}}1=0$，

$0<0.4^2=c<0.4^0=1$，$\therefore a>c>b$，故选 B.

4. C　由题意得，$\begin{cases}m^2-2m+1=1\\2m-1>0\end{cases}$，解得 $m=2$.故选 C.

5. A　$\because \sin(\pi+A)=-\sin A=-\dfrac{1}{2}$，$\therefore \sin A=\dfrac{1}{2}$，$\therefore \cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-A\right)=-\sin A=-\dfrac{1}{2}$，

故选 A.

6. B　$\because \overrightarrow{DC}=4\overrightarrow{AD}$，$\therefore \overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{AD}$，

$\therefore \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+2\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，

$\therefore m-n=-1-\dfrac{2}{5}=-\dfrac{7}{5}$．故选 B.

7. B　令 $f(x)=m\cos x+2$．当 $m\geqslant 0$ 时，$f(x)\in[2-m,2+m]$，$\therefore 2-m<0$，解得 $m>2$；当 $m<0$ 时，$f(x)\in[2+m,2-m]$，$\therefore 2+m<0$，解得 $m<-2$．

$\therefore$ “$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$m\cos x_0+2<0$” 是 “$m<-2$” 的必要不充分条件，故选 B.

8. D　由题意得，函数 $f(x)=\dfrac{1}{x-1}+2$ 图象的对称中心为 $(1,2)$，$\therefore 2a+2b-2=0$，

$\therefore a+b=1$，$\therefore \dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b}=\left(\dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b}\right)(a+b)=4+1+\dfrac{a}{b}+\dfrac{4b}{a}=5+2\sqrt{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{4b}{a}}=9$，当且仅当 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{4b}{a}$，即 $a=2b=\dfrac{2}{3}$ 时取等号，故选 D.

9. D　由题意得，$f(x)=\dfrac{1-5^x}{1+5^x}\cdot\cos 2x$，

$\therefore f(-x)=\dfrac{1-5^{-x}}{1+5^{-x}}\cdot\cos(-2x)=\dfrac{5^x-1}{5^x+1}\cdot\cos 2x=-f(x)$，则函数 $f(x)$ 为奇函数，

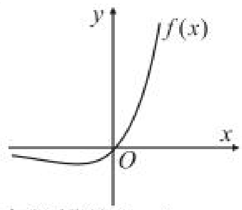
排除 A，C；又 $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)>0$，排除 B，故选 D.

10. D　由题意得，$2a_{n+1}=2a_n+2a_{n+2}$，即 $a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$. 又 $a_1=1$，$a_2=2$，$\therefore a_3=1$，$a_4=-1$，$a_5=-2$，$a_6=-1$，$a_7=1$，$a_8=2$，…，$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 的周期为 6，故①正确；$a_{2020}=a_4=-1$，故②正确；$S_{2020}=a_1+a_2+a_3+a_4=3$，故③正确，故选 D.

11. C　设等腰三角形的顶角为 α，由三角形的面积公式可得 4 个等腰三角形的面积和为 $4\times\dfrac{1}{2}\times400\times400\sin\alpha=320000\sin\alpha$. 由余弦定理可得正方形边长为 $\sqrt{400^2+400^2-2\times400\times400\cos\alpha}=400\sqrt{2-2\cos\alpha}$，故正方形面积为 $160000(2-2\cos\alpha)=320000(1-\cos\alpha)$，则所求占地面积为 $320000(1-\cos\alpha+\sin\alpha)=320000\left[\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)+1\right]$，$\therefore$ 当 $\alpha-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$，即 $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$ 时，占地面积最大，此时底角为 $\dfrac{\pi-\dfrac{3\pi}{4}}{2}=\dfrac{\pi}{8}$，故选 C.

12. C　由题意得，$x_1\cdot e^{x_1}=t$，$x_2\cdot\ln x_2=t$，即 $e^{\ln x_2}\cdot\ln x_2=t$. $f'(x)=(1+x)e^x$，易得 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减，在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，又当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)<0$，$x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)>0$，作函数 $f(x)=xe^x$ 的图象如图所示. 由图可知，当 $t>0$ 时，$f(x)=t$ 有唯一解，故 $x_1=\ln x_2$，且 $x_1>0$，

$\therefore\dfrac{\ln t}{x_1x_2}=\dfrac{\ln t}{x_2\cdot\ln x_2}=\dfrac{\ln t}{t}$. 设 $h(t)=\dfrac{\ln t}{t}$，$t>0$，则 $h'(t)=\dfrac{1-\ln t}{t^2}$，令 $h'(t)=0$，解得 $t=e$，易得 $h(t)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，$\therefore h(t)\leqslant h(e)=\dfrac{1}{e}$，即 $\dfrac{\ln t}{x_1x_2}$ 的最大值为 $\dfrac{1}{e}$，故选 C.



二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 将答案填写在题中的横线上.）

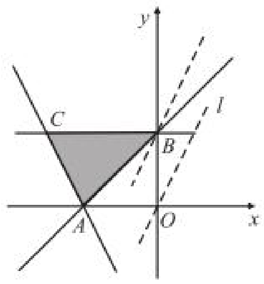
13. $7x-y-6=0$

由题意得，$f'(x)=32x-24-\dfrac{1}{x}$，$\therefore f'(1)=7$，$f(1)=1$，$\therefore$ 所求切线方程为 $y-1=7(x-1)$，即 $7x-y-6=0$.

14. -1

画出可行域如图所示，其中 $A(-1,0),B(0,1),C\left(-\dfrac{3}{2},1\right)$.

作直线 $l: y=2x$，平移直线 l，当其经过点 B 时，$z=2x-y$ 取得最大值，最大值为 $2\times0-1=-1$.



15. $\left(-\frac{1}{2},0\right)$

由 $\frac{1+x}{1-x}>0$ 解得 $-1<x<1$，且 $f(-x)=-x+\ln\frac{1-x}{1+x}=-\left(x+\ln\frac{1+x}{1-x}\right)=-f(x)$，

$\therefore f(x)$ 为奇函数，且 $f(x)=x+\ln\frac{1+x}{1-x}=x+\ln\frac{-(1-x)+2}{1-x}=x+\ln\left(-1+\frac{2}{1-x}\right)$ 为增函数．$\because f(a)+f(a+1)>0$，$\therefore f(a+1)>-f(a)=f(-a)$，$\therefore a+1>-a$，解得 $a>-\frac{1}{2}$．联立 $\begin{cases}-1<a<1\\-1<a+1<1\end{cases}$，解得 $-1<a<0$，$\therefore -\frac{1}{2}<a<0$，即实数 a 的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2},0\right)$．

16. 18

由题意得，$a_{2k}=a_{2k-1}+1$，$a_{2k+1}=2a_{2k}+1$，$k\in\mathbf{N}^*$，

$\therefore a_{2k+1}=2(a_{2k-1}+1)+1=2a_{2k-1}+3$，即 $a_{2k+1}+3=2(a_{2k-1}+3)$．又 $a_1+3=4$，$\therefore$ 数列 $\{a_{2k-1}+3\}$ 是以 4 为首项，2 为公比的等比数列，$\therefore a_{2k-1}=4\cdot2^{k-1}-3$，

$a_{2k}=4\cdot2^{k-1}-2$，$\therefore S_{奇}=a_1+a_3+\cdots+a_{2k-1}=\frac{4(1-2^k)}{1-2}-3k=2^{k+2}-4-3k$，

$S_{偶}=a_2+a_4+\cdots+a_{2k}=2^{k+2}-4-2k$，$\therefore S_{2k}=S_{奇}+S_{偶}=2^{k+3}-8-5k$，

$\therefore S_{18}=2^{12}-8-45=4043$，$S_{17}=3021$，$\therefore$ 使得 $S_m>4000$ 的最小整数 m 的值为18．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．）

17.（本小题满分 10 分）

（Ⅰ）$\because \exists x_0\in[-1,1]$，使得 $2x_0-2\geq m^2-4m$ 成立，

$\therefore (2x_0-2)_{\max}\geq m^2-4m$，………………2 分

即 $m^2-4m\leq 0$，解得 $0\leq m\leq 4$，即 m 的取值范围是 $[0,4]$．………………4 分

（Ⅱ）若命题 q 为真，则 $m\leq(-x)_{\min}$，$\therefore m\leq -1$．………………………6 分

$\because p\wedge q$ 为假，$p\vee q$ 为真，$\therefore p$、q 中一真一假．

当 p 真 q 假时，则 $\begin{cases}0\leq m\leq 4\\m>-1\end{cases}$，解得 $0\leq m\leq 4$；………………………8 分

当 p 假 q 真时，$\begin{cases}m<0或m>4\\m\leq -1\end{cases}$，解得 $m\leq -1$．

综上所述，m 的取值范围为 $(-\infty,-1]\cup[0,4]$．………………………10 分

18.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）在 $\triangle ABC$ 中，$\because AC\cdot\cos\angle BAC=BC\cdot\sin\angle ABC$，

$\therefore$ 由正弦定理得，$\sin\angle ABC\cdot\cos\angle BAC=\sin\angle BAC\cdot\sin\angle ABC$，…………2 分

$\because \sin\angle ABC\neq 0$，$\therefore \tan\angle BAC=1$，又 $\angle BAC\in(0,\pi)$，$\therefore \angle BAC=\dfrac{\pi}{4}$.……4 分

$\because \angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \angle CAD=\dfrac{\pi}{4}$. ………………………6 分

（Ⅱ）在 $\triangle ACD$ 中，$AC=4$，$CD=\sqrt{10}$，$\angle CAD=\dfrac{\pi}{4}$，

由余弦定理得，$CD^2=AC^2+AD^2-2AC\cdot AD\cdot\cos\angle CAD$，

即 $10=16+AD^2-2\times4\times AD\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $AD=\sqrt{2}$ 或 $AD=3\sqrt{2}$. …………8 分

当 $AD=\sqrt{2}$ 时，$\cos\angle ADC=\dfrac{2+10-16}{2\times\sqrt{2}\times\sqrt{10}}<0$，此时 $\triangle ACD$ 为钝角三角形，

不满足题意，舍去. ………………………10 分

当 $AD=3\sqrt{2}$ 时，$\triangle ACD$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot AD\cdot\sin\angle CAD=6$.………12 分

19.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）设 $b_n=\dfrac{a_n}{n}+1$，则 $b_{n+1}=\dfrac{a_{n+1}}{n+1}+1$，

$$\therefore \frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{\dfrac{a_{n+1}}{n+1}+1}{\dfrac{a_n}{n}+1}=\frac{\dfrac{2a_n+n}{n}+1}{\dfrac{a_n}{n}+1}=\frac{2(a_n+n)}{a_n+n}=2. \quad ………………………3 分$$

$\because b_1=a_1+1=2$，$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，

即数列 $\left\{\dfrac{a_n}{n}+1\right\}$ 是等比数列. ………………………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，$b_n=2\times2^{n-1}=2^n$，即 $\dfrac{a_n}{n}+1=2^n$，

$\therefore c_n=a_n+n=n\cdot2^n$，………………………7 分

$\therefore T_n=1\times2^1+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+(n-1)2^{n-1}+n\cdot2^n$，

$\therefore 2T_n=1\times2^2+2\times2^3+3\times2^4+\cdots+(n-1)2^n+n\cdot2^{n+1}$，………………………9 分

两式相减得 $-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot2^{n+1}=\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}-n\cdot2^{n+1}$

$\therefore T_n=(n-1)2^{n+1}+2$. ………………………12 分

20.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）$f(x)=\dfrac{1+\cos\left(2\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)}{2}-\dfrac{1-\cos2\omega x}{2}$

$=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\cos 2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x\right)+\cos 2\omega x\right]$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x+\frac{3}{2}\cos 2\omega x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$. ………………3 分

由题意得，$f(x)$ 的最小正周期 $T=\pi$，$\omega>0$，$\therefore \frac{2\pi}{2\omega}=\pi$，$\therefore \omega=1$，

$\therefore f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$. ………………………4 分

$\because$ 对任意 $x\in\left[-\frac{2\pi}{3},0\right]$，$f(x)-m\leqslant 0$ 恒成立，$\therefore m\geqslant f(x)_{\max}$.……………5 分

$\because x\in\left[-\frac{2\pi}{3},0\right]$，$\therefore 2x+\frac{\pi}{3}\in\left[-\pi,\frac{\pi}{3}\right]$，$\therefore -1\leqslant\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore f(x)_{\max}=\frac{3}{4}$，$\therefore m\geqslant\frac{3}{4}$，即实数 m 的取值范围为 $\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$. ………………7 分

（Ⅱ）原方程可化为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=n+1$，

即 $2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=n+1,-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$. ………………………8 分

令 $g(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right),-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$，

$\because -\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$，$\therefore -\frac{\pi}{3}\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{3}$. ………………………9 分

$\because$ 关于 x 的方程 $\frac{4\sqrt{3}}{3}f(x)-n=1$ 在 $x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$ 上有两个不同的解，

$\therefore \sqrt{3}\leqslant n+1<2$，解得 $\sqrt{3}-1\leqslant n<1$，即 n 的取值范围为 $\left[\sqrt{3}-1,1\right)$.………12 分

21.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）由题意得，$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}-\frac{\lambda}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+1$（$-2\leqslant x\leqslant 1$），

设 $t=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$，得 $g(t)=t^2-\frac{\lambda}{2}t+1\left(\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant 4\right)$. ………………………2 分

当 $\lambda=3$ 时，$g(t)=t^2-\frac{3}{2}t+1=\left(t-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}\left(\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant 4\right)$. ………………3 分

$\therefore g(t)_{\max}=g(4)=11$，$g(t)_{\min}=g\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{16}$，即 $f(x)_{\max}=11$，$f(x)_{\min}=\frac{7}{16}$.

故函数 $f(x)$ 的值域为 $\left[\frac{7}{16},11\right]$. ……………………………5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$g(t)=t^2-\frac{\lambda}{2}t+1=\left(t-\frac{\lambda}{4}\right)^2+1-\frac{\lambda^2}{16}\left(\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant 4\right)$.………………6 分

①当 $\frac{\lambda}{4}\leqslant\frac{1}{2}$，即 $\lambda\leqslant 2$ 时，$g(t)_{\min}=g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5-\lambda}{4}$，令 $\frac{5-\lambda}{4}=1$，得 $\lambda=1$；

……………………………8 分

②当 $\frac{1}{2}<\frac{\lambda}{4}\leqslant 4$，即 $2<\lambda\leqslant 16$ 时，$g(t)_{\min}=g\left(\frac{\lambda}{4}\right)=1-\frac{\lambda^2}{16}$，

令 $1-\frac{\lambda^2}{16}=1$，得 $\lambda=0$，不合题意，舍去；……………………………10 分

③当 $\frac{\lambda}{4}>4$，即 $\lambda>16$ 时，$g(t)_{\min}=g(4)=17-2\lambda$，

令 $17-2\lambda=1$，得 $\lambda=8$，不合题意，舍去.

综上所述，实数 λ 的值为 1. ……………………………12 分

22.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）由题意得，$g(x)=x-f(x)=x-a\ln x-1$，

其定义域为 $(0,+\infty)$，$g'(x)=1-\frac{a}{x}=\frac{x-a}{x}$. ……………………………2 分

当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，则函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

当 $a>0$ 时，易得函数 $g(x)$ 在 $(0,a)$ 上单调递减，在 $(a,+\infty)$ 上单调递增. ……4 分

（Ⅱ）设 $u(x)=h(x)-t(x)=e^x-1-\frac{1}{2}x^2-x$，则 $u'(x)=e^x-x-1$. ………………5 分

设 $m(x)=u'(x)=e^x-x-1$，则 $m'(x)=e^x-1$，当 $x>0$ 时，$m'(x)>0$ 恒成立，

则 $m(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore m(x)>m(0)=0$，

则 $u(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore u(x)>u(0)=0$，

$\therefore h(x)-t(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，即 $h(x)>t(x)$. ……………………………7 分

当 $a=1$ 时，设 $v(x)=t(x)-x=\frac{1}{2}x^2$，

$\therefore$ 当 $x>0$ 时，$v(x)>0$，即 $t(x)>x$. ……………………………9 分

设 $s(x)=x-\ln x-1$，则 $s'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$，

易得 $s(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore s(x)\geqslant s(1)=0$，$\therefore x\geqslant\ln x+1=f(x)$. ……………………………11 分

$\therefore t(x)>x\geqslant f(x)$，即 $t(x)>f(x)$.

综上所述，$h(x)>t(x)>f(x)$. ……………………………12 分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。