

# 高三数学试题

2022.11

命题人:刘俊伟 宋涛 鹿洪岭 林静 高国军 赵兴玲

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1-3 页,第 II 卷 3-4 页,共 150 分,测试时间 120 分钟.

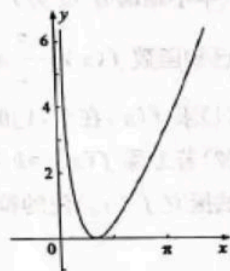
注意事项:

选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案,不能答在测试卷上.

## 第 I 卷(共 60 分)

一、选择题(本大题共 8 个小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合要求的.)

- 已知非空集合  $A, B, A = \{x | x^2 - 5x + 4 \geq 0\}, B = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围为  
A.  $(0, 2)$       B.  $(0, 2]$       C.  $(0, 1)$       D.  $(0, 1]$
- 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a^{\frac{1}{3}} < b^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $2^a < 2^b$ ”的  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
- 已知  $\cos\theta + \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 1$ , 则  $\sin(\theta + \frac{\pi}{3}) =$   
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时,发现有这样一列数:1, 1, 2, 3, 5, ..., 从第三项起,每个数等于它前面两个数的和,即  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ , 后来人们把这样的一列数组成的数列  $\{a_n\}$  称为“斐波那契数列”. 记  $a_{2023} = m$ , 则  $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2022} =$   
A.  $m - 2$       B.  $m - 1$       C.  $m$       D.  $m + 1$
- 设  $D$  为  $\triangle ABC$  所在平面内一点,  $\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{BC}$ , 则  
A.  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$       B.  $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$   
C.  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$       D.  $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$
- 某函数在  $(0, +\infty)$  上的部分图象如图, 则函数解析式可能为  
A.  $f(x) = (x + \frac{1}{x}) \ln x$   
B.  $f(x) = (x - \frac{1}{x}) \ln x$   
C.  $f(x) = (x - \frac{1}{x}) \frac{1}{\sqrt{x}}$   
D.  $f(x) = \frac{x - \ln x - 1}{x}$



高三数学试题 第 1 页(共 4 页)

准考证号

姓名

学校

7. 已知某品牌手机电池充满时的电量为 4000(单位:毫安时),且在待机状态下有两种不同的耗电模式可供选择. 模式 A:电量呈线性衰减,每小时耗电 400(单位:毫安时);模式 B:电量呈指数衰减,即从当前时刻算起, $t$  小时后的电量为当前电量的  $\frac{1}{2^t}$  倍. 现使该电子产品处于满电量待机状态时开启 A 模式,并在  $x$  小时后,切换为 B 模式,若使其在待机 10 小时后有超过 2.5% 的电量,则  $x$  的可能取值为
- A. 4.6                      B. 5.8                      C. 7.6                      D. 9.9

8. 已知定义在  $[-2, 2]$  上的函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -2 \leq x \leq -1, \\ |\ln(x+1)|, & -1 < x \leq 2, \end{cases}$
- 若  $g(x) = f(x) - a(x+1)$  的图象与  $x$  轴有 4 个不同的交点,则实数  $a$  的取值范围是
- A.  $[\frac{\ln 3}{3}, \frac{1}{e})$               B.  $(\frac{\ln 3}{3}, \frac{1}{e})$               C.  $[\frac{\ln 3}{3}, \frac{1}{3e})$               D.  $(\frac{\ln 3}{3}, \frac{1}{3e})$

二、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.)

9. 若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ , 则下列不等式中正确的是
- A.  $a^3 < b^3$                       B.  $a^2 b > ab^2$                       C.  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$                       D.  $a + b < ab$

10. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 同时满足下列三个条件:

- ① 该函数的最大值为  $\sqrt{2}$ ;
- ② 该函数图象的两条对称轴之间的距离的最小值为  $\pi$ ;
- ③ 该函数图象关于  $(\frac{5\pi}{3}, 0)$  对称;

那么下列说法正确的是

- A.  $\varphi$  的值可唯一确定
- B. 函数  $f(x - \frac{5\pi}{6})$  是奇函数
- C. 当  $x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) 时, 函数  $f(x)$  取得最小值
- D. 函数  $f(x)$  在区间  $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  上单调递增

11. 已知  $f(x) = x \ln x - \sqrt{2x-1}$ , 则

- A.  $f(x)$  的定义域是  $[\frac{1}{2}, +\infty)$
- B. 函数  $f(x)$  在  $(\frac{1}{2}, 1)$  上为减函数
- C. 若直线  $y = m$  和  $y = f(x)$  的图象有交点, 则  $m \in (-\infty, -1]$
- D.  $\ln \frac{3}{2} > \frac{2}{3}(\sqrt{2}-1)$





19. (本小题满分 12 分)

函数  $y=f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且对任意实数  $x$ , 都有  $f(x+2)=f(-x)$  成立. 已知当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x)=\log_a(2-x)(a>1)$ .

(1) 当  $x \in [1, 2]$  时, 求函数  $f(x)$  的表达式;

(2) 若函数  $f(x)$  的最大值为 1, 当  $x \in [-2, 2]$  时, 求不等式  $f(x) > \frac{1}{2}$  的解集.

20. (本小题满分 12 分)

第二届中国(宁夏)国际葡萄酒文化旅游博览会于 2022 年 9 月 6—12 日在银川市成功举办, 某酒庄带来了葡萄酒新品参展, 与采购商洽谈, 并计划大量销往海内外. 已知该新品年固定生产成本 40 万元, 每生产一箱需另投入 100 元. 若该酒庄一年内生产该葡萄酒  $x$  万箱且全部售完, 每万箱的销售收入为  $H(x)$  万元.

$$H(x) = \begin{cases} 280 - 3x, & 0 < x \leq 20, \\ 90 + \frac{3000(x-2)}{x(x+1)}, & x > 20. \end{cases}$$

(1) 写出年利润  $M(x)$  (万元) 关于年产量  $x$  (万箱) 的函数解析式 (利润 = 销售收入 - 成本);

(2) 年产量为多少万箱时, 该酒庄的利润最大? 并求出最大利润.

21. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且满足  $a_1=2, S_n=\frac{3}{2}a_n-n$ , 数列  $\{b_n\}$

满足  $b_1+2^2b_2+3^2b_3+\dots+n^2b_n=n$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式;

(2) 设数列  $\left\{\frac{(n+1)b_{n+2}}{[\log_3(a_n+1)]^2}\right\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求证:  $T_n < \frac{5}{16}$ .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x)=\frac{3}{2}ax^2-2\ln x+(2a-3)x$ .

(1) 求  $f(x)$  在  $(0, 1]$  的最小值;

(2) 若方程  $f(x)=k$  有两个不同的解  $x_1, x_2$ , 且  $x_1, x_0, x_2$  成等差数列,


试探究  $f'(x_0)$  值的符号.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线