昆明市2022届高三“三诊一模”摸底诊断测试

理科数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	C	B	A	B	C	C	B	A	D

二、填空题

13．3　　14．$\frac{4}{15}$　　15．9　　16．$(\frac{\sqrt{3}}{2},1)$

三、解答题

17．解：（1）如图，连接AC，设AC与BD的交点为O，连接OM，

因为四边形$ABCD$是平行四边形，所以O为AC的中点，则OM是$\triangle APC$的中位线，

所以$PC \mathbin{/\!/} OM$，……………………………………………………4分

又$OM \subset$平面BDM，$PC \not\subset$平面BDM，

所以$PC \mathbin{/\!/}$平面BDM．……………………………………………………6分

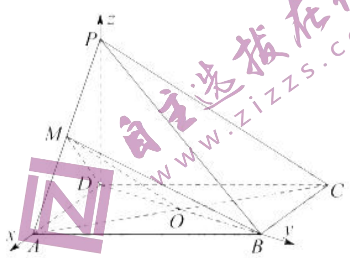
（2）$PD \perp$平面$ABCD$，$AD \perp BD$，所以DA，DB，DP两两垂直，

建立如图空间直角坐标系$D-xyz$，设$PD=AD=BD=2$，

则$A(2,0,0)$，$B(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，$M(1,0,1)$，

所以$\overrightarrow{DM}=(1,0,1)$，$\overrightarrow{DB}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{AB}=(-2,2,0)$，

……………………8分



设平面BDM的法向量为$\boldsymbol{n}$，

由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DM}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\end{cases}$可取$\boldsymbol{n}=(-1,0,1)$，………10分

因为$\cos\langle\overrightarrow{AB},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$．

所以直线AB与平面BDM所成角为$\frac{\pi}{6}$．……………………………………12分

18．解：（1）$\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$，$\bar{y}=\dfrac{5+7+12+12+14}{5}=10$，

年份编号x	1	2	3	4	5
$x_i-\bar{x}$	-2	-1	0	1	2
$y_i-\bar{y}$	-5	-3	2	2	4

……………………………………4分

（2）由（1）可知 $\hat{b}=\dfrac{(-2)\times(-5)+(-1)\times(-3)+0\times2+1\times2+2\times4}{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}=2.3$，

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=10-2.3\times3=3.1$，

故线性回归方程为 $\hat{y}=2.3x+3.1$. ……………………………8 分

（3）2023 年对应的年份编号为 $x=8$，则 $\hat{y}=2.3\times8+3.1=21.5$，

故 2023 年新能源汽车销量预计为 215 万辆. ……………………………12 分

19．解：（1）证明：①③⇒②.

由③及余弦定理得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，又 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\dfrac{\pi}{4}$.

又由① $C=2B$，得 $C=2B=\dfrac{\pi}{2}$，所以 $A=B=\dfrac{\pi}{4}$，则有 $a=b$，所以 $b\cos A=a\cos B$.

①②⇒③.

由②及正弦定理，得 $\sin B\cos A=\sin A\cos B$，所以 $\sin(A-B)=0$，

又 $A,B\in(0,\pi)$，所以 $A-B=0$，即 $A=B$.

又由① $C=2B$，得 $C=2B=\dfrac{\pi}{2}$，所以 $A=B=\dfrac{\pi}{4}$.

由余弦定理，得 $a^2+c^2-b^2=2ac\cos B=\sqrt{2}ac$，即 $b^2-c^2=a^2-\sqrt{2}ac$.

②③⇒①.

由③及余弦定理，得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，又 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\dfrac{\pi}{4}$.

由②及正弦定理，得 $\sin B\cos A=\sin A\cos B$，所以 $\sin(A-B)=0$，

又 $A,B\in(0,\pi)$，所以 $A-B=0$，即 $A=B=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $C=\dfrac{\pi}{2}=2B$. ……………6 分

（2）由（1）可知，$B=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $\angle BCD=\dfrac{1}{2}\angle B=\dfrac{\pi}{8}$，则 $\angle BDC=\dfrac{5\pi}{8}$.

由于 $S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}BC\cdot CD\sin\angle BCD=2BC\sin\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{2CD\sin\angle BDC}{\sin\angle CBD}\sin\dfrac{\pi}{8}=8\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{8}\sin\dfrac{5\pi}{8}$

$=8\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{8}\cos\dfrac{\pi}{8}=4\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{4}=4$. ……………………………12 分

20．解：（1）因为 A_2、B_2 分别为椭圆 C 的右顶点和上顶点，则 $A_2(\sqrt{3},0)$、$B_2(0,1)$，可得直线 A_2B_2 的方程为：$\dfrac{x}{\sqrt{3}}+y=1$，则原点 O 到直线 A_2B_2 的距离为 $d=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}+1}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

则圆 E 的半径为 $r=d=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以圆 E 的方程为 $x^2+y^2=\dfrac{3}{4}$. ……………………………5 分

（2）由题意：$m \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$，

设直线 l 的方程为：$x = ty + m$，

则 $\frac{|m|}{\sqrt{1+t^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$，$4m^2 = 3 + 3t^2$，$m^2 = \frac{3t^2+3}{4}$，　　……………………………7 分

设 $A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$，

由 $\begin{cases} x = ty + m, \\ \frac{x^2}{3} + y^2 = 1 \end{cases}$，消去 x，得 $(t^2+3)y^2 + 2tmy + m^2 - 3 = 0$，

$\Delta = 4t^2m^2 - 4(t^2+3)(m^2-3) = 12(t^2 - m^2 + 3) = 3(t^2+9)$，

$|AB| = \sqrt{1+t^2}\,|y_1 - y_2| = \sqrt{1+t^2} \cdot \frac{\sqrt{3(t^2+9)}}{t^2+3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 + \frac{4t^2}{t^4+6t^2+9}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 + \frac{4}{t^2 + \frac{9}{t^2} + 6}}$，

当且仅当 $t^2 = 3$，$t = \pm\sqrt{3}$ 时，$|AB|$ 最大，最大值为 2.　　……………………12 分

21．解：（1）定义域为 $(0, +\infty)$，若 $a = 1$，$f(x) = x^2 - x\ln x$，则 $f'(x) = 2x - (\ln x + 1)$，

所以 $f'(1) = 1$，切点 $(1, 1)$，从而切线方程为 $y = x$.　　……………………………4 分

（2）由不等式 $f(x) < -e(a+e)$，整理得 $x^2 - ax\ln x + e(a+e) < 0$，

等价于 $x - a\ln x + \frac{e^2 + ae}{x} < 0$，

设 $g(x) = x - a\ln x + \frac{e^2 + ae}{x}$，

则 $g'(x) = 1 - \frac{a}{x} - \frac{e^2 + ae}{x^2} = \frac{x^2 - ax - (e^2 + ae)}{x^2} = \frac{(x - e - a)(x + e)}{x^2}$，

因为 $x \in (0, +\infty)$，所以 $x + e > 0$，令 $g'(x) = 0$，得 $x = e + a$.

若 $e + a \leq 1$，即 $a \leq 1 - e$ 时，$g(x)$ 在 $[1, e]$ 单调递增，

只需 $g(1) = 1 + e^2 + ae < 0$，得 $a < \frac{-1 - e^2}{e} = -e - \frac{1}{e}$.

若 $e + a \geq e$，即 $a \geq 0$ 时，$g(x)$ 在 $[1, e]$ 单调递减，

只需 $g(e) = e - a + e + a < 0$，不成立.

若 $1 < e + a < e$，即 $1 - e < a < 0$ 时，

$g(x)$ 在 $[1, e]$ 的极小值为 $g(a+e) = a + e - a\ln(a+e) + e$，

只需 $a + e - a\ln(a+e) + e < 0$，即 $\frac{a+2e}{a} > \ln(a+e)$，

而当 $1 - e < a < 0$ 时，$\frac{a+2e}{a} < 0$，$0 < \ln(a+e) < 1$，则 $\frac{a+2e}{a} > \ln(a+e)$ 不成立，

综上，a 的取值范围为 $(-\infty, -e - \frac{1}{e})$.　　……………………………………12 分

22．解：（1）圆 C 的方程整理得 $x^2+y^2-2x-2y-7=0$，

所以圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta-7=0$． ……………………5 分

（2）设直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R})$，$A(\rho_1,\alpha)$，$B(\rho_2,\alpha)$，

联立方程 $\begin{cases}\theta=\alpha,\\ \rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta+7,\end{cases}$ 得 $\rho^2-(2\cos\alpha+2\sin\alpha)\rho-7=0$，

所以 $\Delta=(2\cos\alpha+2\sin\alpha)^2+28>0$，而 $\rho_1\rho_2<0$，

则 $|OA|+|OB|=|\rho_1|+|\rho_2|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(2\cos\alpha+2\sin\alpha)^2+28}=2\sqrt{7}$，

所以 $2\cos\alpha+2\sin\alpha=0$，$\tan\alpha=-1$，因为 $0\le\alpha<\pi$，所以 $\alpha=\dfrac{3\pi}{4}$．

所以直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\dfrac{3\pi}{4}(\rho\in\mathbf{R})$． ……………………10 分

23．解：（1）$f(x)=\begin{cases}2x-5, & x>3,\\ 1, & 2\le x\le 3,\\ -2x+5, & x<2,\end{cases}$ ……………………2 分

不等式 $f(x)\ge 3$ 等价于：

$\begin{cases}x<2,\\ -2x+5\ge 3,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2\le x\le 3,\\ 1\ge 3,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>3,\\ 2x-5\ge 3,\end{cases}$ 得 $x\le 1$ 或无解或 $x\ge 4$，

所以，不等式 $f(x)\ge 3$ 的解集为 $\{x|x\le 1\text{ 或 }x\ge 4\}$． ……………………5 分

（2）$f(x)=|x-2|+|x-3|\ge|(x-2)-(x-3)|=1$，所以 $m=1$，

$a+2b=(a+2b)(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b})=\dfrac{2a}{b}+\dfrac{2b}{a}+5\ge 2\sqrt{4}+5=9$，

当且仅当 $a=b=3$ 时，等号成立． ……………………10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。