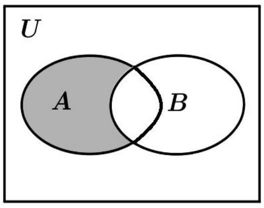
长治市第二中学校 2020-2021 学年高二下学期期末考试

数学试题（理科）

【满分 150 分，考试时间 120 分钟】

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x(x-2)<0\}$，$B=\{x||x|\le 1\}$，则下图阴影部分表示的集合是（　　）



A．$[-1,0)$　　B．$[-1,0)\cup[1,2)$

C．$(1,2)$　　D．$(0,1)$

2．某高校《统计》课程的教师随机给出了选该课程的一些情况，具体数据如下：

	非统计专业	统计专业
男	13	10
女	7	20

为了判断选修统计专业是否与性别有关，根据表中数据，K^2 的观测值 $k\approx 4.844>3.841$，所以可以判定选修统计专业与性别有关.那么这种判断出错的可能性为(　　)

A．5%　　B．95%　　C．1%　　D．99%

附：

$P(K^2\ge k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

3．设 $a\in R$，则“$a\ge 2$”是“$a^2-3a+2\ge 0$”的(　　)

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．已知命题 p：“$\forall a>b,|a|>|b|$”，命题 q：“$\exists x_0<0,2^{x_0}>0$”，则下列为真命题的是(　　)

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge\neg q$　　C．$p\vee q$　　D．$p\vee\neg q$

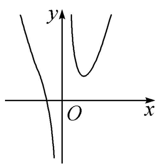
5．若 $a>b>c$，$a+b+c=0$，则（　　）

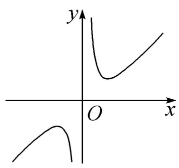
A．$ab>ac$　　B．$ac>bc$　　C．$ab>bc$　　D．$b^2>c^2$

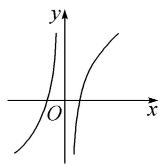
6．若 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式中第四项为常数项，则 $n=$(　　)

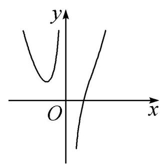
A．4　　　　　　B．5　　　　　　C．6　　　　　　D．7

7．已知函数 $f\left(x\right)=x^{2}-\dfrac{\ln\left|x\right|}{x}$，则函数 $y=f\left(x\right)$ 的大致图象为(　　)

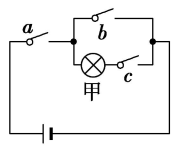
A. 

B. 

C. 

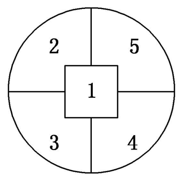
D. 

8．如图所示的电路，有 a，b，c 三个开关，每个开关开或关的概率都是 $\dfrac{1}{2}$，且是相互独立的，则灯泡甲亮的概率为(　　)



A．$\dfrac{1}{8}$　　　B．$\dfrac{1}{4}$　　　C．$\dfrac{1}{2}$　　　D．$\dfrac{1}{16}$

9．如图，花坛内有 5 个花池，有 5 种不同颜色的花卉可供栽种，每个花池内只能种同种颜色的花卉，相邻两池的花色不同，则栽种方案的种数为(　　)



A．180　　　　　B．240

C．360　　　　　D．420

10．函数 $f\left(x\right)=\sqrt{2x+1}+x$ 的值域是(　　)

A．$\left[0,+\infty\right)$　　　B．$\left(-\infty,0\right]$　　　C．$\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　　D．$\left[1,+\infty\right)$

11．方舱医院的创设，在抗击新冠肺炎疫情中发挥了不可替代的重要作用.某方舱医院医疗小组有七名护士（甲乙丙丁戊己庚)，每名护士从周一到周日轮流安排一个夜班.若甲的夜班比丙晚一天，丁的夜班比戊晚两天，乙的夜班比庚早三天，己的夜班在周四，且恰好在乙和丙的正中间，则周五值夜班的护士为(　　)

A．甲　　　B．丙　　　C．戊　　　D．庚

12．已知定义在 R 上的连续奇函数 $f\left(x\right)$ 的导函数为 $f'\left(x\right)$，当 $x>0$ 时，$f'\left(x\right)+\dfrac{f\left(x\right)}{x}>0$，则使得 $2xf\left(2x\right)+\left(1-3x\right)f\left(3x-1\right)>0$ 成立的 x 的取值范围是(　　)

A．$\left(1,+\infty\right)$　　　B．$\left(-1,\dfrac{1}{5}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$　　　C．$\left(\dfrac{1}{5},1\right)$　　　D．$\left(-\infty,1\right)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．假设关于某设备的使用年限 x(单位：年)和所支出的维修费用 y(单位：万元)有如下的统计资料：

x/年	2	3	4	5	6
y/万元	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

若由资料可知 y 对 x 呈线性相关关系，且线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，其中已知

$\hat{b}=1.23$，请估计是要年限为20年时，维修费用约为____________（万元）.

14．随机变量ξ的取值为0，1，2.若$P(\xi=0)=\frac{1}{5}$，$E(\xi)=1$，则$D(\xi)=$________.

15．若正数x，y满足$xy^2=4$，则$x+2y$的最小值为__________.

16．已知函数$f(x)=x^2-2mx+e^{2x}-2me^x+2m^2$，若存在实数$x_0$，使得$f(x_0)\leq\frac{1}{2}$成立，则实数$m=$_________.

三、选做题：共10分.请考生在17、18题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请用$2B$铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

17．(本小题满分10分) 已知曲线C的极坐标方程为$\rho^2=\frac{9}{\cos^2\theta+9\sin^2\theta}$，以平面直角坐标系$xOy$的原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴并取相同的单位长度建立极坐标系.

(1)求曲线C的直角坐标方程；

(2)A，B为曲线C上两点，若$OA\perp OB$，求$\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$的值.

18．(本小题满分10分) 已知$a>0,b>0$.

(1)求证：$\sqrt{ab}\geq\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$；

(2)若$a>b$，且$ab=2$，求证：$\frac{a^2+b^2}{a-b}\geq 4$.

四、选做题：共12分.请考生在19、20题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请用$2B$铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

19．（本小题满分12分）【选修4-4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），以平面直角坐标系$xOy$的原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴并取相同的单位长度建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为$\rho^2-2\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+1=0$.

(1) 求直线l的普通方程，曲线C的直角坐标方程；

(2) 设直线l与曲线C交于A,B两点，点Q在C上运动，求ΔABQ面积的最大值.

20．（本小题满分 12 分）【选修 4-5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|x-a|+|x+b|+c$，其中 a,b,c 为正实数.

(1) 当 $a=b=c=2$ 时，求不等式 $f(x)<10$ 的解集；

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 1，求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值.

五、解答题：本大题共 4 小题，每小题 12 分，共 48 分.

21．(本题满分 12 分)

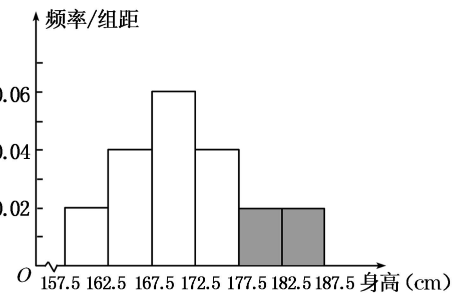
设函数 $f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{1}{2}ax^2-bx$

(1)当 $a=b=\dfrac{1}{2}$ 时，求函数 $f(x)$的单调区间；

(2)当 $a=0$，$b=-1$ 时，方程 $f\left(x\right)=mx$ 在区间 $\left[1,e^2\right]$ 内有唯一实数解，求实数 m 的取值范围.

22．(本题满分 12 分)

某省 2021 年全省高中男生身高统计调查数据显示：全省 100 000 名男生的身高服从正态分布 $N(170.5，16)$．现从我校高三年级男生中随机抽取 50 名测量身高，测量发现被测学生身高全部介于 157.5 cm 和 187.5 cm 之间，将测量结果按如下方式分成 6 组：第一组[157.5，162.5)，第二组[162.5，167.5)，…，第六组[182.5，187.5]．下图是按上述分组方法得到的频率分布直方图.



(1)试评估我校高三年级男生在全省高中男生中的平均身高状况；

(2)求这 50 名男生身高在 177.5 cm 以上(含 177.5 cm)的人数；

(3)在这 50 名男生身高在 177.5 cm 以上(含 177.5 cm)的人中任意抽取 2 人，该 2 人中身高排名(从高到低)在全省前 130 名的人数记为 ξ，求 ξ 的均值．参考数据：若

$\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) = 0.6826$，$P(\mu - 2\sigma < \xi \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$，$P(\mu - 3\sigma < \xi \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$.

23．(本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} - \dfrac{1}{2}ax - b$，$g(x) = ax^2 + bx$.

(1)当 $a = 2$，$b = -3$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $x = e$ 处的切线方程，并求函数 $f(x)$ 的最大值；

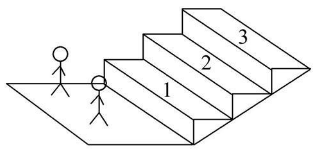
(2)若函数 $y = f(x)$ 的两个零点分别为 x_1，x_2 且 $x_1 \neq x_2$，求证：$g\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}\right) > 1$.

24．(本题满分 12 分)

如图，小华和小明两个小伙伴在一起做游戏，他们通过划拳(剪刀、石头、布)比赛决定谁先登上第 3 个台阶.他们规定从平地开始，每次划拳赢的一方登上一级台阶，输的一方原地不动，平局时两个人都上一级台阶，如果一方连续两次赢，那么他将额外获得一次上一级台阶的奖励，除非已经登上第 3 个台阶，当有任何一方登上第 3 个台阶时，游戏结束，记此时两个小伙伴划拳的次数为 x.

(1)求游戏结束时小华在第 2 个台阶的概率；

(2)求 x 的分布列和数学期望.



2020—2021 学年第二学期高二期末考试数学答案（理科）

1-5 CAACA　6-10 BAADC　11-12 DC

13、24.68　　14、$\frac{2}{5}$　　15、$3\sqrt[3]{4}$　　16、$\frac{1}{2}$

17.解：(1)由$\rho^2=\dfrac{9}{\cos^2\theta+9\sin^2\theta}$得$\rho^2\cos^2\theta+9\rho^2\sin^2\theta=9$，

将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$代入得到曲线 C 的直角坐标方程是$\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$.

(2)因为$\rho^2=\dfrac{9}{\cos^2\theta+9\sin^2\theta}$，所以$\dfrac{1}{\rho^2}=\dfrac{\cos^2\theta}{9}+\sin^2\theta$，

由 $OA\perp OB$，设 $A(\rho_1，\alpha)$，则点 B 的坐标可设为$\left(\rho_2，\alpha\pm\dfrac{\pi}{2}\right)$，

所以$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}=\dfrac{1}{\rho_1^2}+\dfrac{1}{\rho_2^2}=\dfrac{\cos^2\alpha}{9}+\sin^2\alpha+\dfrac{\sin^2\alpha}{9}+\cos^2\alpha=\dfrac{1}{9}+1=\dfrac{10}{9}$.

18.证明：(1) $$\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}\le\frac{2}{2\sqrt{\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b}}}=\sqrt{ab}，\text{当且仅当}a=b\text{时取“}=\text{”}$$；

(2) $$\frac{a^2+b^2}{a-b}=\frac{(a-b)^2+2ab}{a-b}=\frac{(a-b)^2+4}{a-b}=(a-b)+\frac{4}{a-b}\ge2\sqrt{(a-b)\cdot\frac{4}{a-b}}=4$$

$\dfrac{a^2+b^2}{a-b}=\dfrac{(a-b)^2+2ab}{a-b}=\dfrac{(a-b)^2+4}{a-b}=(a-b)+\dfrac{4}{a-b}\ge2\sqrt{(a-b)\cdot\dfrac{4}{a-b}}=4$，当且仅当

$a=1+\sqrt{3},b=-1+\sqrt{3}$ 或 $a=1-\sqrt{3},b=-1-\sqrt{3}$ 时取“=”.

19. 解:(1)将直线l的参数方程$\begin{cases}x=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$($t$为参数)，消去参数$t$，

得$x-y+1=0$，所以直线l的普通方程为$x-y+1=0$.

将$\rho^2=x^2+y^2,x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$代入$\rho^2-2\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+1=0$，

得$(x-1)^2+(y-1)^2=1$，所以曲线C的直角坐标方程为$(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

(2)由(1)可知直线l：$x-y+1=0$，曲线$C:(x-1)^2+(y-1)^2=1$，所以圆心$C(1,1)$到直线l的距离$d=\dfrac{|1-1+1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$|AB|=\sqrt{2}$. 设$AB$的中点为$D$，则当曲线$C$上的点到直线$l$的距离最大，即当$Q$为过点$D$且与$AB$垂直的直线与$C$的交点时，$S_{\Delta ABQ}$最大，

此时 $(S_{\Delta ABQ})_{\max}=\frac{1}{2}|AB|(d+1)=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

20. 解：(1)当 $a=b=c=2$ 时，$f(x)=|x-2|+|x+2|+2$，

当 $x\le -2$ 时，$f(x)<10$ 即 $2-2x<10$，解得 $x>-4$，所以 $-4<x\le -2$；

当 $-2<x<2$ 时，$f(x)<10$ 即 $6<10$，不等式恒成立，所以 $-2<x<2$；

当 $x\ge 2$ 时，$f(x)<10$ 即 $2x+2<10$，解得 $x<4$，所以 $2\le x<4$.

综上所述，不等式 $f(x)<10$ 的解集为 $\{x|-4<x<4\}$.

(2)因为 $a>0,b>0,c>0$，所以 $f(x)=|x-a|+|x+b|+c\ge|a-x+x+b|+c=a+b+c$.

因为 $f(x)$ 的最小值为1，所以 $a+b+c=1$，

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2cb=1$. 因为 $2ab\le a^2+b^2$，当且仅当 $a=b$ 等号成立；$2cb\le c^2+b^2$，当且仅当 $c=b$ 时等号成立；$2ac\le a^2+c^2$，当且仅当 $a=c$ 时等号成立，所以 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2cb=1\le 3(a^2+b^2+c^2)$，

所以 $a^2+b^2+c^2\ge\frac{1}{3}$，所以 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值为 $\frac{1}{3}$，此时 $a=b=c=\frac{1}{3}$.

21、解：(1)依题意，知 $f(x)$ 的定义域为(0，＋∞)，

当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=\ln x-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x$，∴$f'(x)=\frac{-(x+2)(x-1)}{2x}$.

令 $f'(x)=0$，解得 $x=1$ 或 $x=-2$(舍去).

经检验，$x=1$ 是方程的根.

当 $0<x<1$ 时，$f'(x)>0$，当 $x>1$ 时，$f'(x)<0$，

∴$f(x)$ 的单调递增区间是(0，1)，单调递减区间是(1，＋∞).

(2)当 $a=0$，$b=-1$ 时，$f(x)=\ln x+x$.

由 $f(x)=mx$ 得 $mx=\ln x+x$. 又∵$x>0$，∴$m=1+\frac{\ln x}{x}$.

要使方程 $f(x)=mx$ 在区间[1，e^2]内有唯一实数解，

只需 $m=1+\frac{\ln x}{x}$ 有唯一实数解.

令 $g(x)=1+\frac{\ln x}{x}(x>0)$，∴$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}(x>0)$.

由 $g'(x)>0$，得 $0<x<e$，由 $g'(x)<0$，得 $x>e$，

∴$g(x)$ 在区间[1，e]上是增函数，在区间[e，e^2]上是减函数，

$g(1)=1+\frac{\ln 1}{1}=1$，$g(e^2)=1+\frac{\ln e^2}{e^2}=1+\frac{2}{e^2}$，

$g(e)=1+\frac{\ln e}{e}=1+\frac{1}{e}$，　　∴$m=1+\frac{1}{e}$ 或 $1\le m<1+\frac{2}{e^2}$.

22、解：(1)由直方图，经过计算得我校高三年级男生平均身高为 $160\times0.1+165\times0.2+170\times0.3+175\times0.2+180\times0.1+185\times0.1=171.5$，高于全省的平均值 170.5.

(2)由频率分布直方图知，后两组频率和为 0.2，人数为 $0.2\times50=10$，即这 50 名男生身高在 177.5 cm 以上(含 177.5 cm)的人数为 10 人.

(3)$\because P(170.5-3\times4<\xi\le170.5+3\times4)=0.997\ 4$，

$\therefore P(\xi\ge182.5)=\dfrac{1-0.997\ 4}{2}=0.001\ 3$，　　0．001 $3\times100\ 000=130$.

所以，全省前 130 名的身高在 182.5 cm 以上，这 50 人中 182.5 cm 以上的有 5 人.

随机变量ξ可取 0,1,2，于是

$P(\xi=0)=\dfrac{C_5^2}{C_{10}^2}=\dfrac{10}{45}=\dfrac{2}{9}$，　　$P(\xi=1)=\dfrac{C_5^1C_5^1}{C_{10}^2}=\dfrac{25}{45}=\dfrac{5}{9}$，

$P(\xi=2)=\dfrac{C_5^2}{C_{10}^2}=\dfrac{10}{45}=\dfrac{2}{9}$，

$\therefore E(\xi)=0\times\dfrac{2}{9}+1\times\dfrac{5}{9}+2\times\dfrac{2}{9}=1$.

23、(1)解：当 $a=2$，$b=-3$ 时， $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-x+3(x>0)$，

$\therefore f'(x)=\dfrac{1-\ln x-x^2}{x^2}$，则 $f'(\mathrm{e})=-1$，切点为$(\mathrm{e}，\dfrac{1}{\mathrm{e}}-\mathrm{e}+3)$，

故函数 $f(x)$在 $x=\mathrm{e}$ 处的切线方程为 $x+y-\dfrac{1}{\mathrm{e}}-3=0$.

令 $h(x)=1-\ln x-x^2$，则 $h(x)=1-\ln x-x^2$ 在$(0，+\infty)$是减函数，

又 $h(1)=0$，$\therefore x\in(0，1)$时，$h(x)>0, f'(x)>0$，$x\in(1，+\infty)$时，$h(x)<0, f'(x)<0, f(x)$在$(0，1)$上是增函数，在$(1，+\infty)$是减函数，

$\therefore f_{\max}(x)=f(1)=2$.

(2)证明：$\because x_1$，x_2 是 $f(x)$的两个零点，且 $x_1\ne x_2$，不妨设 $x_1<x_2$，

$\therefore f(x_1)=f(x_2)=0$，即$\dfrac{\ln x_1}{x_1}-\dfrac{1}{2}ax_1-b=0$，$\dfrac{\ln x_2}{x_2}-\dfrac{1}{2}ax_2-b=0$，

$\therefore \ln x_1-\dfrac{1}{2}ax_1^2-bx_1=0$，$\ln x_2-\dfrac{1}{2}ax_2^2-bx_2=0$，

相减得 $\ln x_1-\ln x_2-\dfrac{1}{2}a(x_1^2-x_2^2)-b(x_1-x_2)=0\Rightarrow\dfrac{\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}-\dfrac{1}{2}a(x_1+x_2)-b=0$，

$\therefore \dfrac{(x_1+x_2)\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}-\dfrac{1}{2}a(x_1+x_2)^2-b(x_1+x_2)=0$，

$\therefore \dfrac{(x_1+x_2)\ln\frac{x_1}{x_2}}{2(x_1-x_2)}-a(\dfrac{x_1+x_2}{2})^2-b(\dfrac{x_1+x_2}{2})=0$，

$\therefore \dfrac{(x_1+x_2)\ln\frac{x_1}{x_2}}{2(x_1-x_2)}=g(\dfrac{x_1+x_2}{2})\Rightarrow g(\dfrac{x_1+x_2}{2})=\dfrac{(x_1+x_2)\ln\frac{x_1}{x_2}}{2(x_1-x_2)}=\dfrac{(\frac{x_1}{x_2}+1)\ln\frac{x_1}{x_2}}{2(\frac{x_1}{x_2}-1)}$.

令 $t=\dfrac{x_1}{x_2}$，即 $0<t<1$，$\dfrac{(t+1)\ln t}{2(t-1)}>1$.

$\dfrac{(t+1)\ln t}{2(t-1)}>1\Leftrightarrow\ln t<\dfrac{2(t-1)}{t+1}\Leftrightarrow\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}<0$.

令 $m(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$在$(0，1)$上是增函数.

又$\because m(1)=0$，$\therefore t\in(0，1)$，$m(t)<0$，命题得证.

24、【解析】(1)易知对于每次划拳比赛，基本事件共有 3×3=9(个)，其中小华赢(或输)包含三个基本事件，他们平局也包含三个基本事件.不妨设事件“第 $i(i\in N^*)$次划拳小华赢”为 A_i，事件“第 i 次划拳两人平局”为 B_i，事件“第 i 次划拳小华输”为 C_i，所以 $P(A_i)=P(B_i)=P(C_i)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

因为游戏结束时小华在第 2 个台阶，所以这包含两种可能的情况：

第一种，小华在第 1 个台阶，并且小明在第 2 个台阶，最后一次划拳两人平局，

其概率为 $P_1=A_2^2P(B_1)P(C_2)P(B_3)+P(C_1)P(A_2)P(C_3)P(B_4)=\frac{7}{81}$;

第二种，小华在第 2 个台阶，并且小明也在第 2 个台阶，最后一次划拳小华输，其概率为

$P_2=P(B_1)P(B_2)P(C_3)+A_3^3P(A_1)\cdot P(B_2)P(C_3)P(C_4)+A_2^2P(A_1)P(C_2)\cdot P(A_3)P(C_4)P(C_5)=\frac{29}{243}$.

所以游戏结束时小华在第 2 个台阶的概率为 $P=P_1+P_2=\frac{7}{81}+\frac{29}{243}=\frac{50}{243}$.

(2)依题意可知，X 的可能取值为 2，3，4，5，

$P(X=5)=2P(A_1)P(C_2)P(A_3)P(C_4)=2\times\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{2}{81}$,

$P(X=2)=2P(A_1)P(A_2)=2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$,

$P(X=3)=2P(A_1)P(B_2)P(A_3)+2P(B_1)P(A_2)P(A_3)+P(B_1)P(B_2)\cdot P(B_3)+2P(A_1)P(B_2)P(B_3)+$
$2P(B_1)P(A_2)P(B_3)+2P(B_1)P(B_2)\cdot$

$P(A_3)+2P(C_1)P(A_2)P(A_3)=\frac{13}{27}$,

$P(X=4)=1-P(X=5)-P(X=2)-P(X=3)=\frac{22}{81}$,

所以 X 的分布列为

X	2	3	4	5
P	$\frac{2}{9}$	$\frac{13}{27}$	$\frac{22}{81}$	$\frac{2}{81}$

所以 X 的数学期望为：

$E(X)=2\times\frac{2}{9}+3\times\frac{13}{27}+4\times\frac{22}{81}+5\times\frac{2}{81}=\frac{251}{81}$.