

姓 名 _____

准考证号 _____

绝密★启用前

湘 豫 名 校 联 考
2023 年 2 月 高三 春季 入学 摸底 考试
数 学 (文 科)

注意事项:

1. 本试卷共 6 页。时间 120 分钟,满分 150 分。答题前,考生先将自己的姓名、准考证号填写在试卷指定位置,并将姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上,然后核对条形码上的信息,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,先选涂其他答案标号。作答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在试卷上无效。
3. 考试结束后,将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{x | \log_3 x > 0\}$, 集合 $A = \{x | x - 2 > 0\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(1, 2]$ D. $(1, 2)$
2. 已知复数 z 满足 $z(4 - 3i) = 2 + i$, 则 z 的共轭复数在复平面内对应的点位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 2022 年秋,某京剧演员因疫情原因无法演出,在短视频平台开设自己的账号,不断直播京剧知识. 初始直播时已有 50 名粉丝,经过 x 天后,粉丝人数 $F(x)$ 满足关系式: $F(x) = M \cdot e^{kx} (x \geq 0)$, 其中 M, k 为常数,若开播 10 天后有 200 名粉丝,则开播 30 天后预计该京剧演员在平台上的粉丝数量为 ()
A. 600 B. 800 C. 3 200 D. 3 400
4. 已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_5 a_{10} = 8a_3$, 且 $a_3 = 1$, 则 $S_5 =$ ()
A. 96 B. $\frac{31}{4}$ C. 72 D. -72

数学(文科)试题 第 1 页(共 6 页)

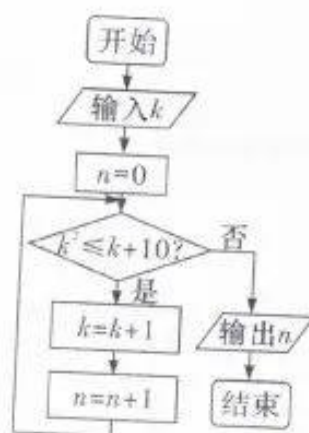
5. 执行如图所示的程序框图, 若输入 k 的值为 1, 则输出 n 的值为 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5



第 5 题图

6. 如图所对应的函数的解析式可能是 ()

A. $f(x) = (x-1)\ln|x|$

B. $f(x) = x\ln|x|$

C. $f(x) = (x-1)\ln x$

D. $f(x) = (x-1)e^x (x \neq 0)$

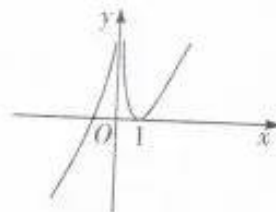
7. 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \cos x$, 若 $\exists \theta \in \mathbf{R}, \forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(\theta)$, 则 $\tan 2\theta =$ ()

A. 2

B. $\frac{4}{3}$

C. $-\frac{4}{3}$

D. -2



第 6 题图

8. 如图是边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的外接圆, $AB=2, AD=1$, 若点 P 是圆上一点, 则 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} + \vec{PC} \cdot \vec{PD} =$ ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 $l: y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 与双曲线 C 交于 A, B 两点 (点 A 在第二象限), 且 $|AB| = \frac{\sqrt{3}}{2}|F_1F_2|$, 则双曲线 C 的离心率为 ()

A. $\frac{\sqrt{13}+1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$

D. $\sqrt{5}$

10. 已知函数 $f(x) = A\cos(2x + \varphi) \left(|\varphi| < \frac{\pi}{2} \right)$ 的最小正周期为 T , 若 $f\left(\frac{T}{8}\right) = \sqrt{2} - \sqrt{6}$, 把 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到偶函数 $g(x)$ 的图象, 则 $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$ ()

A. -2

B. 2

C. $-2\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

11. 某车间生产一种圆台形零件, 其下底面的直径为 4, 上底面的直径为 8, 已知

数学(文科)试题 第 2 页(共 6 页)

AB 为上底面的直径,圆台的高 $h=4$,点 P 是上底面圆周上一点,且 $AP=BP$, PC 是该圆台的一条母线,则点 P 到平面 ABC 的距离为 ()

- A. $\frac{8\sqrt{5}}{15}$ B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

12. 已知过点 $(2, b)$ 不可能作曲线 $y=2e^x$ 的切线,对于满足上述条件的任意的 b ,函数 $f(x)=\frac{a^x}{\ln a}-\frac{b}{2}x^2+e^2x+1(a>1)$ 恒有两个不同的极值点,则 a 的取值范围是 ()

- A. $(1, e^2]$ B. $(e, e^2]$ C. $[e, e^2)$ D. $(1, e^2)$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-6 \leq 0, \\ x-y \geq 0, \\ y+1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最小值是_____.

14. 在平面直角坐标系中,设抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F ,准线为 l , P 为抛物线上一点,过点 P 作 $PA \perp l$ 交准线 l 于点 A .若 $|PF|=|AF|$,则 $|OP|=$ _____.

15. 若一个数列的每一项与其相邻的前项的差值构成的数列为等差数列,则称此数列为二阶等差数列.现有一阶等差数列 $2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots$,设此数列为

$\{a_n\}$,若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{a_{n+1}-2}$,则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n =$ _____.

16. 已知平面内三点 $A(-1, 0), B(1, 0), C(0, -1)$, P 为该平面内一动点,且满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = 2$,则 $\angle PAC$ 最大值的余弦值为_____.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.来源:高三答案公众号

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $a \sin B = \frac{3\sqrt{3}}{2}, b \cos A = \frac{1}{2}$.

(1)求 $\tan A$;

(2)若 $a=3$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

2023 年元旦,某鞋店搞促销,进行降价销售,在该天累计到店的人员有 100 人,经评估后将到店人员分为购买组和观察组,统计到店人员的分布如下表:

	60 岁以下	60 岁及以上	总计
购买组的人数	20	10	30
观察组的人数	60	10	70
总计	80	20	100

- (1) 是否有 95% 的把握认为到店人员是否购买与年龄有关?
 (2) 现从购买组的人中按分层抽样的方法(各层按比例分配)抽取 6 人,再从这 6 人中随机抽取 2 人,求这 2 人全部为 60 岁以下的概率.

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n=a+b+c+d.$$

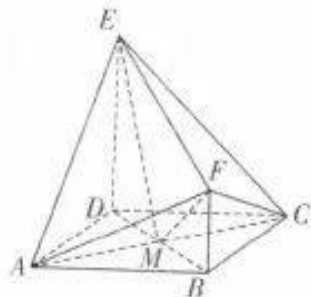
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图,四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ADC = 120^\circ$, $ED \perp$ 平面 $ABCD$, $FB \parallel ED$, $AB = ED$, 设 $FB = \lambda ED$ ($0 < \lambda < 1$), 连接 AC, BD 交于点 M , 连接 EM, FM .

- (1) 试问是否存在实数 λ , 使得 $EM \perp$ 平面 AFC ? 若存在, 请求出 λ 的值, 并写出求解过程; 若不存在, 请说明理由.

- (2) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 求异面直线 EM 与 FC 所成角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $Q(x_0, 1)$

在椭圆上且位于第一象限, $\triangle QF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{6}$, $\overrightarrow{QF_1} \cdot \overrightarrow{QF_2} = -1$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若 M, N 是椭圆 C 上异于点 Q 的两动点, 记 QM, QN 的倾斜角分别为 α, β , 当 $\alpha + \beta = \pi$ 时, 试问直线 MN 的斜率是否为定值? 若是, 请求出该定值; 若不是, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax - 1 (a \in \mathbf{R})$ 的最小值为 0.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 设 $m_1 = 1, 1 + \ln 0.1, m_2 = 0.1e^{0.1}, m_3 = \frac{1}{9}$, 判断 m_1, m_2, m_3 的大小.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分10分)选修4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,已知直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} y=t, \\ x=2(t-2\sqrt{2}) \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2(1+3\sin^2\theta)=1$.

(1)求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(2)若射线 $\theta=\beta$ (其中 $\beta \in (0, \pi)$, 且 $\tan \beta = -\frac{1}{2}, \rho \geq 0$) 与曲线 C 在 x 轴上方交于点 M , 与直线 l 交于点 N , 求 $|MN|$.

23.(本小题满分10分)选修4-5:不等式选讲

已知 $a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}$, 且 $a+b=2$.

(1)证明: $a^2+b^2 \geq 2$;

(2)若 $b > 0, a \neq 0$, 求 $\frac{1}{2|a|} + \frac{|a|}{2(b+2)}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

