

济洛平许 2022—2023 学年高三第四次质量检测

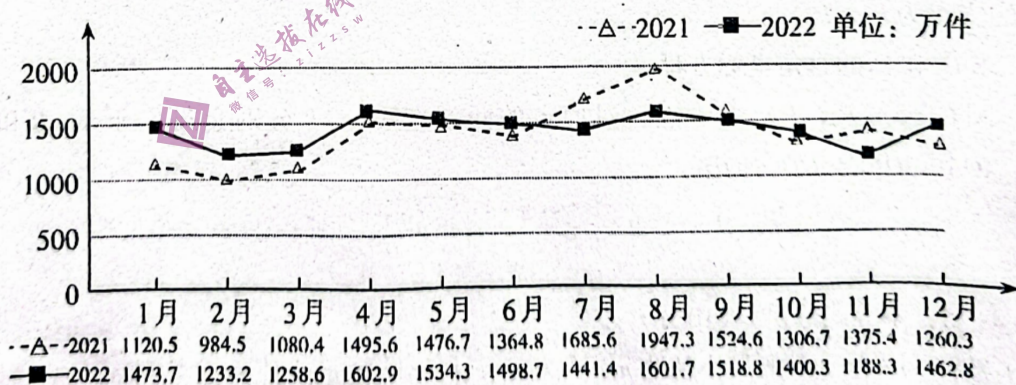
理科数学

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, $B = \{x | 1 < \log_2 x < 2\}$, 则
 A. $A \cup B = B$ B. $A \cap B = \{x | 2 < x \leq 3\}$ C. $(\complement_U B) \cup A = U$ D. $(\complement_U B) \cup (\complement_U A) = U$
- 已知复数 z 满足 $z^2 + z + 1 = 0$, 则 $|z| =$
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1 或 $\sqrt{2}$
- 在区间 $[-2, 2]$ 上随机取一个数 b , 则直线 $y = x + b$ 与圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ 有公共点的概率是
 A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
- 2022 年，中央网信办举报中心受理网民举报违法和不良信息 1.72 亿件。下面是 2021 年、2022 年连续两年逐月全国网络违法和不良信息举报受理情况数据及统计图，下面说法中错误的是



- 2022 年比 2021 年平均每月举报信息数量多
- 举报信息数量按月份比较，8 月平均最多
- 两年从 2 月到 4 月举报信息数量都依次增多
- 2022 年比 2021 年举报信息数据的标准差大

考号

姓名

班级

学校

县区

题
答
要
不
内
线
封
密

5. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线为 l_1, l_2 , 左焦点为 F , 若点 F 关于直线 l_1 的对称点恰在直线 l_2 上, 则双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

6. 下述四个结论:

- ①命题“若 $a = 0$, 则 $ab = 0$ ”的否命题是“若 $a = 0$, 则 $ab \neq 0$ ”;
 ② $x^2 - 5x - 6 = 0$ 是 $x = -1$ 的必要而不充分条件;
 ③若命题“ $\neg p$ ”与命题“ p 或 q ”都是真命题, 则命题 q 一定是真命题;
 ④命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \ln(x_0 + 1) \geq x_0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}, \ln(x + 1) \leq x$ ”.

其中所有正确结论的序号是

- A. ①② B. ②③ C. ④ D. ②③④

7. 已知 $f(x) + 1$ 在 \mathbb{R} 上单调递增, 且为奇函数. 若正实数 a, b 满足 $f(a - 4) + f(b) = -2$, 则

$\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的最小值为

- A. $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3}{4} + \sqrt{2}$ C. $3 + 2\sqrt{2}$ D. $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1} + a_n}{a_{n+1} - a_n} = 2n, a_1 = 1$, 则 $a_{2023} =$

- A. 2023 B. 2024 C. 4045 D. 4047

9. 已知 $a = \sin 0.9, b = 0.9, c = e^{-0.1}, d = \cos 0.9$, 则 a, b, c, d 的大小关系是

- A. $a > b > c > d$ B. $b > c > a > d$
 C. $c > b > a > d$ D. $b > a > d > c$

10. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为 AD, C_1D_1 的中点, 则下列结论正确的个数为

- ① $MN \parallel$ 平面 AA_1C_1C ② $MN \perp B_1C$

③ 直线 MN 与 AC_1 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

④ 过 M, N, B_1 三点的平面截正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面为梯形

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

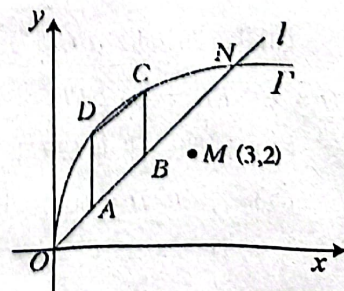
11. 若函数 $f(x) = 2\ln x - ax^2$ 在 $[\sqrt{2}, e]$ 上存在两个零点, 则 a 的取值范围是

- A. $[\frac{\ln 2}{2}, \frac{1}{e}]$ B. $[\frac{2}{e^2}, \frac{1}{e}]$ C. $[\frac{2}{e^2}, \frac{\ln 2}{2}]$ D. $[\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e}]$

12. P 为抛物线 $\Gamma: y^2 = 2px (p > 0)$ 上任意一点, F 为抛物线的焦点.

如图, $M(3, 2)$, $|PF| + |PM|$ 的最小值为 4, 直线 $l: y = x$ 与抛物线 Γ 交于点 N , 点 A, B 在线段 ON 上, 点 C, D 在抛物线 Γ 上. 若四边形 $ABCD$ 为菱形, 且 $AD \perp x$ 轴, 则 $|AB| =$

- A. $6 - 4\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2} - 8$
 C. $12 - 8\sqrt{2}$ D. $12\sqrt{2} - 16$



二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知 $(2x-1)^n$ 的二项式系数之和为64，则展开式中 x^2 的系数为_____ (用数字作答)。

14. 已知向量 $e_1 = (\cos\alpha, \sin\alpha)$, $e_2 = (\cos\beta, \sin\beta)$, $m = (0,1)$, 若 $e_1 + e_2 = m$, 则 $e_1 \cdot e_2 =$ _____.

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $\{b_n\}$ 是等比数列且 $b_n > 0$, $c_n = a_n + b_n$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $S_{14} = 7(a_{10} + 3)$, $b_5 = b_2^4 = 16$, 则 $T_9 =$ _____.

16. 三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在半径为5的球面上, 已知 P 到平面 ABC 的距离为7, $AB \perp AC$, $BC = 6$. 记 PA 与平面 ABC 所成的角为 θ , 则 $\sin\theta$ 的取值范围为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. (12分) 公众号：网课来了

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $c = 2(a\cos C - b)$, $c^2 + a^2 = b^2 + \sqrt{3}ac$, $b = 2$.

(1) 求 A ;

(2) 若 M, N 在线段 BC 上且和 B, C 都不重合, $\angle MAN = \frac{\pi}{3}$, 求 $\triangle AMN$ 面积的取值范围.

18. (12分)

为进一步加强学生的文明养成教育, 推进校园文化建设, 倡导真善美, 用先进人物的先进事迹来感动师生, 用身边的榜样去打动师生, 用真情去发现美, 分享美, 弘扬美, 某校以争做最美青年为主题, 进行“最美青年”评选活动, 最终评出了10位“最美青年”, 其中6名女生4名男生. 学校准备从这10位“最美青年”中每次随机选出一人做事迹报告.

(1) 若每位“最美青年”最多做一次事迹报告, 记第一次抽到女生为事件 A , 第二次抽到男生为事件 B , 求 $P(B)$, $P(B|A)$;

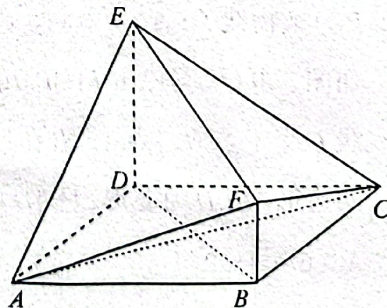
(2) 根据不同需求, 现需要从这10位“最美青年”中每次选1人, 可以重复, 连续4天分别为高一、高二、高三学生和全体教师做4场事迹报告, 记这4场事迹报告中做报告的男生人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

19. (12分)

如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $ED \perp$ 平面 $ABCD$, $FB \parallel ED$, $BD = \sqrt{2}ED = 2\sqrt{2}FB$.

(1) 证明: 平面 $EAC \perp$ 平面 FAC ;

(2) 若 $\angle BAD = 60^\circ$, 求二面角 $F-AE-C$ 的大小.



20. (12分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的短轴长为 2, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过点 $P(3, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点. 公众号: 网课来了

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 椭圆 C 上是否存在点 Q , 使得直线 MQ, NQ 与直线 $x = 3$ 分别交于点 A, B , 且 $|PA| = |PB|$? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x \ln x$, $g(x) = (m + x)e^x - \frac{x}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若方程 $f(x) = g(x)$ 的两个解分别为 x_1, x_2 , 求证: $x_1 x_2 < 1$.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = t^2 + \frac{1}{t^2}, \\ y = t^2 - \frac{1}{t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 点 M 的极坐标为 $(2, \pi)$, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = \frac{4}{\cos \theta}$, 曲线 C_1, C_2 的交点为 P_1, P_2 .

(1) 求 C_1 和 C_2 的直角坐标方程;

(2) 圆 C_3 经过 P_1, P_2, M 三点, 过原点的两条直线 l_1, l_2 分别交圆 C_3 于 A, B 和 C, D 四点, 求证: $|OA| \cdot |OB| = |OC| \cdot |OD|$.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $g(x) = |x - 1|$ 的最小值为 m , $f(x) = g(x) + |x|$ 的最小值为 n . 实数 a, b, c 满足 $a + b + c = m, abc = n, a \neq b, c > 0$.

(1) 求 m 和 n ;

(2) 证明: $a + b < -\sqrt[3]{4}$.