

华大新高考联盟 2017 届高三 5 月教学质量测评

文科数学

命题：华中师范大学考试研究院

本试题卷共 4 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将答题卡上交。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是满足题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, 集合 $B = \{x | -1 < x < 1\}$, 则 $A \cup B$ 等于
 - A. $\{x | 0 < x < 1\}$
 - B. $\{x | -1 < x < 2\}$
 - C. $\{x | 0 < x < 2\}$
 - D. $\{x | -1 < x < 1\}$
2. 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $\tan x_0 = 2$; 命题 $q: \forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 2x + 1 > 0$. 则
 - A. 命题 $p \vee q$ 为假命题
 - B. 命题 $p \wedge q$ 为真命题
 - C. 命题 $p \wedge (\neg q)$ 为真命题
 - D. 命题 $p \vee (\neg q)$ 为假命题
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (x, 1)$, $\mathbf{b} = (4, 2)$, 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a})$ 等于
 - A. 5
 - B. 10
 - C. $-\frac{5}{4}$
 - D. -5
4. 某公司在销售某种环保材料过程中,记录了每日的销售量 x (吨)与利润 y (万元)的对应数据. 下表是其中的几组对应数据,由此表中的数据得到了 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = 0.7x + a$. 若每日销售量达到 10 吨,则每日利润大约是

x	3	4	5	6
y	2.5	3	4	4.5

- A. 7.2 万元
 - B. 7.35 万元
 - C. 7.45 万元
 - D. 7.5 万元
5. 为了得到函数 $y = 4\sin x \cos x, x \in \mathbf{R}$ 的图象, 只要把函数 $y = \sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x, x \in \mathbf{R}$ 图象上所有的点
 - A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
 - B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将不等式组 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + 2y - 2 \leq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域绕 x 轴旋转一周所形成的几何体的表面积是

A. 6π

B. $(\sqrt{2} + \sqrt{5} + 1)\pi$

C. $(2\sqrt{2} + 2\sqrt{5})\pi$

D. $(\sqrt{2} + \sqrt{5})\pi$

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{0.2} x, & x \in (1, +\infty), \\ 2 - 2x, & x \in (-\infty, 1], \end{cases}$ 若 $a = f(2^{0.3}), b = f(\log_{0.3} 2), c = f(\log_3 2)$, 则 a, b, c 的大小关系是

A. $b > c > a$

B. $b > a > c$

C. $a > c > b$

D. $a > b > c$

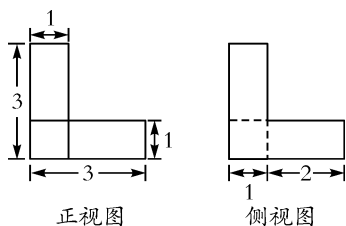
8. 某几何体三视图如图所示, 则该几何体体积为

A. 6

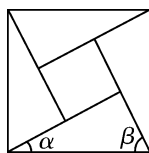
B. 7

C. 8

D. 9



第 8 题图



第 9 题图

9. 《周髀算经》中给出了弦图, 所谓弦图是由四个全等的直角三角形和中间一个小正方形拼成一个大的正方形. 若图中直角三角形两锐角分别为 α, β , 且小正方形与大正方形面积之比为 $4:9$, 则 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值为

A. $\frac{5}{9}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 0

10. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点为 F , $\triangle ABC$ 的三个顶点都在抛物线上, 且 $A(1, 2), \vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AF}$, 则 BC 边所在的直线方程为

A. $2x - y - 2 = 0$

B. $2x - y - 1 = 0$

C. $2x + y - 6 = 0$

D. $2x + y - 3 = 0$

11. 在我国古代数学名著《九章算术》中将底面为直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱称之为堑堵. 如图, 在堑堵 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC, AA_1 > AB$, 堑堵的顶点 C_1

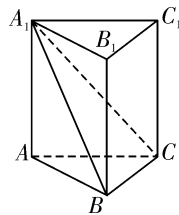
到直线 A_1C 的距离为 m, C_1 到平面 A_1BC 的距离为 n , 则 $\frac{m}{n}$ 的取值范围是

A. $\left(1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

C. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right)$

D. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{2}\right)$



12. 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $f(x) = 2g(x) + \frac{x-4}{x^2+1}$, 若 $f\left(\frac{1}{\sin \theta}\right) + f(\cos 2\theta) < f(\pi) - f\left(\frac{1}{\pi}\right)$, 则 θ 的取值范围是
- A. $\left(2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{5\pi}{6}\right), k \in \mathbf{Z}$
- B. $\left(2k\pi - \frac{\pi}{6}, 2k\pi\right) \cup \left(2k\pi, 2k\pi + \pi\right) \cup \left(2k\pi + \pi, 2k\pi + \frac{7\pi}{6}\right), k \in \mathbf{Z}$
- C. $\left(2k\pi - \frac{5\pi}{6}, 2k\pi - \frac{\pi}{6}\right), k \in \mathbf{Z}$
- D. $\left(2k\pi - \frac{7\pi}{6}, 2k\pi - \pi\right) \cup (2k\pi - \pi, 2k\pi) \cup \left(2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{6}\right), k \in \mathbf{Z}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22 题 ~ 23 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若复数 z 满足 $3 + zi = z - 3i$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的模 $|z| =$ _____.

14. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序. 若输入 $m = 168, n = 72$, 则输出 m 的值为 _____.

15. 设 P 是双曲线 $\frac{2x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ 上一动点, 过点 P 向圆 $x^2 + y^2 = 2$ 作两条切线 (P 在圆外), 这两条切线的斜率分别为 k_1, k_2 , 则 $k_1 k_2 =$ _____.

16. 已知 $f(x) = ax^3 - x \ln x$, 若 $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 \neq x_2$, 不等式 $(x_1^2 - x_2^2)(f(x_1) - f(x_2)) > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分) 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_n > 0, a_3 = 12$, 且 $a_2, a_4, a_2 + 36$ 成等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

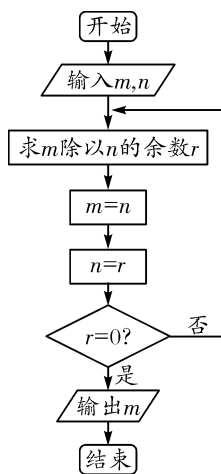
(2) 设 $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $b_3 = a_3, b_9 = a_5$, 求 $b_3 + b_5 + b_7 + \dots + b_{2n+1}$.

18. (本小题满分 12 分) 某学校为了解本校学生的身体素质状况, 决定在全校的 1000 名男生和 800 名女生中按分层抽样的方法抽取 45 名学生对他们课余参加体育锻炼时间进行问卷调查, 将学生课余参加体育锻炼时间的情况分三类: A 类(课余参加体育锻炼且平均每周参加体育锻炼的时间超过 3 小时), B 类(课余参加体育锻炼但平均每周参加体育锻炼的时间不超过 3 小时), C 类(课余不参加体育锻炼). 调查结果如下表:

	A 类	B 类	C 类
男生	18	x	3
女生	10	8	y

(1) 求出表中 x, y 的值;

(2) 根据表格统计数据, 完成下面的列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为课余参加体育锻炼且平均每周参加体育锻炼的时间超过 3 小时与性别有关;



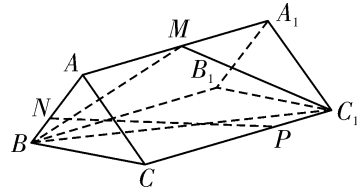
	男生	女生	总计
A类			
B类和C类			
总计			

(3) 在抽取的样本中,从课余不参加体育锻炼学生中随机选取三人进一步了解情况,求选取三人中男女都有且男生比女生多的概率.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.01
k_0	2.706	3.841	6.635

19. (本小题满分12分) 如图,已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面 ABC 是等边三角形,且 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , M 为 AA_1 的中点, N 在线段 AB 上,且 $AN=2NB$, 点 P 在 CC_1 上.



(1) 证明:平面 $BMC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 当 $\frac{CP}{PC_1}$ 为何值时,有 $PN \parallel$ 平面 BMC_1 ?

20. (本小题满分12分) 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率与双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ 的离心率之和为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, B_1, B_2 为椭圆 Γ 短轴的两个端点, P 是椭圆 Γ 上一动点(不与 B_1, B_2 重合), 直线 B_1P, B_2P 分别交直线 $l: y=4$ 于 M, N 两点, $\triangle B_1B_2P$ 的面积记为 S_1 , $\triangle PMN$ 的面积记为 S_2 , 且 S_1 的最大值为 $4\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 Γ 的方程;

(2) 若 $S_2 = \lambda S_1$, 当 λ 取最小值时, 求点 P 的坐标.

21. (本小题满分12分) 设 $f(x) = \frac{e^x - 1}{x} - ax - b (a, b \in \mathbf{R}, e$ 为自然对数的底数).

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x+2y+4=0$, 求 a, b 的值;

(2) 当 $b=1$ 时, 若总存在负实数 m , 使得当 $x \in (m, 0)$ 时, $f(x) < 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

请考生在第22, 23题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号.

22. (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 4\cos \theta, \\ y = -1 + 4\sin \theta \end{cases} (\theta$ 为参数), 在以 O 为极点, x 轴的正

半轴为极轴的极坐标系中, 直线 $l: \rho = \frac{2\sqrt{2}m}{\sin(\theta + \frac{\pi}{4})} (m$ 为常数).

(1) 求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 当 $|AB|=4$ 时, 求实数 m 的值.

23. (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-1|$.

(1) 证明: $f(x) \geq f(0)$;

(2) 若 $\forall x \in \mathbf{R}$, 不等式 $2f(x) \geq f(a+1)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.