考号＿＿＿＿ 座号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 学校＿＿＿＿

密……封……线

南平市2023届高中毕业班第三次质量检测

数学试题

（考试时间：120 分钟　满分：150 分　考试形式：闭卷）

注意事项：

1.答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x|x^2-4<0\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-2,2\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{0,1\}$

2．已知 $z=1+\mathrm{i}$，则 $\mathrm{i}(\overline{z}-1)=$ B

A．-1　　B．1　　C．$-1+\mathrm{i}$　　D．$1+\mathrm{i}$

3．已知正方形 $ABCD$ 的边长为1，点 M 满足 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AM}$，则 $|\overrightarrow{MD}|=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

4．2023 年 3 月 11 日，“探索一号”科考船搭载着“奋斗者”号载人潜水器圆满完成国际首次环大洋洲载人深潜科考任务，顺利返回三亚．本次航行有两个突出的成就，一是到达了东南印度洋的蒂阿曼蒂那深渊，二是到达了瓦莱比-热恩斯深渊，并且在这两个海底深渊都进行了勘探和采集．如图 1 是“奋斗者”号模型图，其球舱可以抽象为圆锥和圆柱的组合体，其轴截面如图 2 所示，则该模型球舱体积为

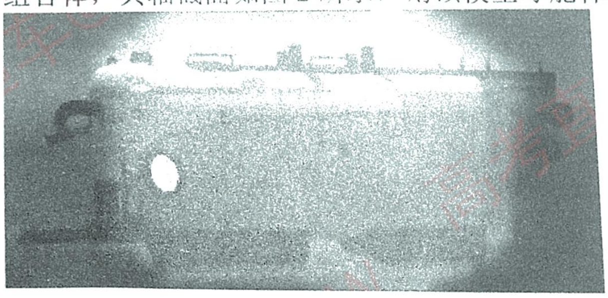


图 1

图 2

A．$\frac{40\pi}{3}$　　B．$\frac{102\pi}{3}$　　C．$\frac{104\pi}{3}$　　D．$\frac{106\pi}{3}$

5. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 的图象的相邻两条对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$，则 D

A. $f(x)$ 的周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增

C. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$ 对称

D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称

6. 某芯片制造厂有甲、乙、丙三条生产线均生产 7 nm 规格的芯片．现有 25 块该规格的芯片，其中来自甲、乙、丙的芯片数量分别为 5 块、10 块、10 块．若甲、乙、丙生产的芯片的优质品率分别为 0.9，0.8，0.7，则从这 25 块芯片中随机抽取一块，该芯片为优质品的概率是

A. 0.78　　B. 0.64　　C. 0.58　　D. 0.48

7. A,B 分别是函数 $y=e^{x-1}$ 和 $y=\sqrt{x-1}$ 图象上的点，若 AB 与 x 轴平行，则 $|AB|$ 的最小值是

A. $\frac{1-\ln 2}{2}$　　B. $\frac{1+\ln 2}{2}$　　C. $\frac{3-\ln 2}{2}$　　D. $\frac{3+\ln 2}{2}$

8. 已知双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点为 A，若 E 上存在点 P，使得 P 与 A 关于直线 $\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}a=0$ 对称，则 E 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 若 $a>b>0$，则

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

B. $\ln a>\ln b$

C. $\frac{1}{e^a}>\frac{1}{e^b}$

D. $e^a-e^b>a-b$

$e^b>e^a$

$b>a$

10. 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F 分别是 AB，BC 中点，则 ACD

A. $BC_1 //$ 平面 B_1DE　　　　B. $D_1F \perp$ 平面 B_1DE

C. 平面 $A_1AF \perp$ 平面 B_1DE　　　　D. 点 E 到平面 A_1D_1F 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

11. 已知点 $A(-1,0)$，抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 的直线 l 交 C 于 P,Q 两点，则

A. $\frac{|PA|}{|PF|}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$

B. $\triangle APQ$ 的面积最小值为2

C. 当 $\frac{|PA|}{|PF|}$ 取到最大值时，直线 AP 与 C 相切

D. 当 $\frac{|PA|}{|PF|}$ 取到最大值时，$\tan\angle QAF=\frac{1}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x)-f(x)=x^2e^x$，$f(1)=e$，则

A. $f(\tan 1)<e\tan 1$

B. $f(f(x))\leqslant f(e^{2x-1})$

C. 若方程 $f^2(x)-a|f(x)|+\frac{1}{2e^2}=0$ 有5个解，则 $a=\frac{3}{2e}$

D. 若函数 $g(x)=f(a^x)-f(x^2)$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）有三个零点，则 $a\in\left(e^{-\frac{2}{e}},1\right)\cup\left(1,e^{\frac{2}{e}}\right)$

第II卷

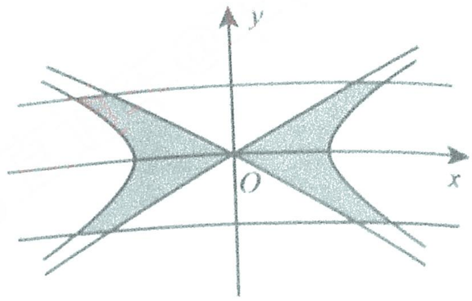
三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $(x-\frac{1}{x})^6$ 展开式中常数项为______

14. 对于任意实数 λ，直线 $x+y-3+\lambda(x-2y)=0$ 恒过定点 A，且点 $B(1,0)$，则直线 AB 的一个方向向量为______

15. 已知曲线 $y=a\ln x$ 和曲线 $y=x^2$ 有唯一公共点，且这两条曲线在该公共点处有相同的切线 l，则 l 的方程为 $y=\sqrt{2a}x-\frac{a}{2}$.

16．我国南北朝时期的数学家祖暅提出了计算体积的祖暅原理："幂势既同，则积不容异"．其意思可描述为：夹在两个平行平面之间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等．如图，阴影部分是由双曲线 $\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 与它的渐近线以及直线 $y=\pm 2\sqrt{2}$ 所围成的图形，将此图形绕 y 轴旋转一周，得到一个旋转体，则这个旋转体的体积为______．



四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

设 T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积．已知 $\frac{a_{n+1}}{T_{n+1}}-\frac{a_n}{T_n}=2$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{\frac{T_n}{2n+3}\}$ 的前 n 项和．

18．（12 分）

已知 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且 $\frac{1-\cos 2B}{\sin 2B}=\frac{\sin C+\cos C}{\sin C-\cos C}$

（1）求 A 的大小；

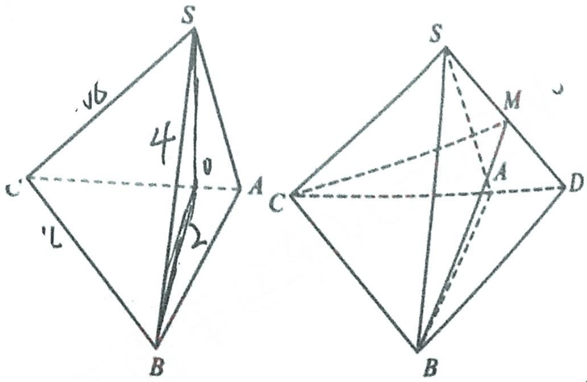
（2）设 AD 是 BC 边上的高，且 $AD=2$，求 $\triangle ABC$ 面积的最小值．

19．（12 分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，底面 ABC 是边长为 4 的正三角形，$SC=2\sqrt{6}$，$SB=4$，SB 与平面 ABC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$．

（1）证明：$SC\perp AB$；

（2）点 D 在 CA 的延长线上，且 $CD=\frac{3}{2}CA$，M 是 SD 的中点，求平面 BCM 与平面 SAB 夹角的余弦值．



20.（12分）

五一小长假期间，文旅部门在某地区推出 A,B,C,D,E,F 六款不同价位的旅游套票，每款套票的价格 x_i（单位：元；$i=1,2,\cdots,6$）与购买该款套票的人数 y_i（单位：千人）的数据如下表：

套票类别	A	B	C	D	E	F
套票价格 x_i（元）	40	50	60	65	72	88
购买人数 y_i（千人）	16.9	18.7	20.6	22.5	24.1	25.2

（注：A,B,C,D,E,F 对应 i 的值为 $1,2,3,4,5,6$）

为了分析数据，令 $v_i=\ln x_i,\omega_i=\ln y_i$，发现点 (v_i,ω_i) 集中在一条直线附近.

（1）根据所给数据，建立购买人数 y 关于套票价格 x 的回归方程；

（2）规定：当购买某款套票的人数 y 与该款套票价格 x 的比值在区间 $\left[\frac{e}{9},\frac{e}{7}\right]$ 上时，该套票为"热门套票". 现有甲、乙、丙三人分别从以上六款旅游套票中购买一款. 假设他们买到的套票的款式互不相同，且购买到"热门套票"的人数为 X，求随机变量 X 的分布列和期望.

附：

①参考数据：$\sum_{i=1}^{6}v_i\omega_i=75.3,\bar{v}=4.1,\bar{\omega}=3.05,\sum_{i=1}^{6}v_i^2=101.4$.

②对于一组数据 $(v_1,\omega_1),(v_2,\omega_2),\cdots,(v_n,\omega_n)$，其回归直线 $\hat{\omega}=\hat{b}v+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}v_i\omega_i-n\bar{v}\bar{\omega}}{\sum_{i=1}^{n}v_i^2-n\bar{v}^2},\hat{a}=\bar{\omega}-\hat{b}\bar{v}$.

21．（12分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1，A_2，右焦点为 F，C 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且 C 上的点 B 到 F 的距离的最大值和最小值的积为 1．过点 F 的直线 l_1（l_1 与 x 轴不重合）交 C 于 P,Q 两点，直线 A_1P，A_2Q 分别交过点 F 且垂直 x 轴的直线 l_2 于 M,N 两点．

（1）求 C 的方程；

（2）记 $\triangle A_1FN$，$\triangle A_2FM$ 的面积分别为 S_1，S_2，试探究：$\dfrac{S_1}{S_2}$ 是否为定值？若是，求出定值；若不是，请说明理由．

22．（12分）

已知函数 $f(x)=3e^{2x}+ax\ (a\in\mathbf{R})$，$g(x)=2x^3+3x^2$

（1）讨论 $f(x)$ 的极值；

（2）若 $f(x)$ 的极小值为 3，且 $\forall\ x_1$，$x_2\in(0,\ +\infty)$，$x_1\neq x_2$，

$|f(x_1)-f(x_2)|\geqslant\lambda|g(x_1)-g(x_2)|$ 成立，求 λ 的取值范围．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线