

2023 年普通高等学校招生全国统一考试模拟演练

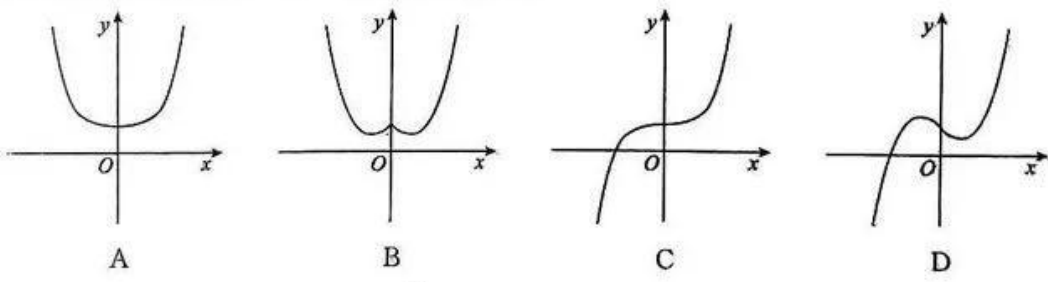
理科数学

本试卷总分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $I = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 10\}$, 集合 $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 则 $\complement_I(M \cup N) =$
A. $\{5, 7, 9\}$ B. $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
C. $\{0, 5, 7, 9\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
2. 已知复数 $z = \frac{a+2i}{1+i}$ ($a \in \mathbb{R}$), $|z| = \sqrt{10}$, 且 z 在复平面上对应的点位于第二象限, 则 $a =$
A. 4 B. -4 C. ± 4 D. ± 2
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3 \leq 0, \\ y \geq 0, \\ x-y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + 3y$ 的最大值是
A. 6 B. $\frac{13}{2}$ C. $\frac{15}{2}$ D. 8
4. 函数 $f(x) = e^x + e^{-x} - x^2 - 1$ 的部分图象是

5. 已知 $a = 0.3^{0.2}$, $b = 0.2^{0.3}$, $c = -\frac{1}{5 \ln 0.3}$, 则
A. $a > b > c$ B. $b > c > a$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$
6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{1023} - S_{1000} = 1$, 则 $S_{2023} =$
A. 2 023 B. $\frac{2023}{23}$ C. 2 022 D. $\frac{2022}{23}$

7. 若 $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = 4$, 则下列不等式不成立的是

- A. $xy \leq 4$ B. $x^2 + y^2 \geq 8$
C. $\frac{x}{4-x} + \frac{y}{4-y} \geq 2$ D. $x^2 - 2y \geq 16$

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = \sqrt{7}$, $BC = 2$, 若动点 P 满足 $|\overrightarrow{AP}| = \sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CP}$ 的最大值为

- A. 16 B. 17 C. 18 D. 19

9. 已知 $\sin 2x + \cos^2 x = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan 2x =$

- A. $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{24}{7}$ B. $-\frac{4}{3}$ 或 $\frac{24}{7}$
C. $\frac{4}{3}$ 或 $-\frac{24}{7}$ D. $-\frac{4}{3}$ 或 $-\frac{24}{7}$

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > a > 0)$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A , 一条渐近线与圆 $A: (x-a)^2 + y^2 = b^2$ 在第一象限交于点 M , MF 交 y 轴于点 N , 且 $\angle FNA = 90^\circ$, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $1 + \sqrt{2}$ D. $2 + \sqrt{2}$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = -1$, $a_{n+1} + a_n = 2n + 1$, 若 $S_{n+1} + S_n = 2399$, 则 $n =$

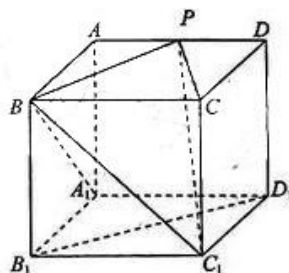
- A. 48 B. 49 C. 50 D. 51

12. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为棱 AD 上的动点. 给出以下四个命题:

- ① $A_1B \perp PC_1$;
② 异面直线 C_1P 与 B_1D_1 所成角的取值范围为 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$;
③ 有且仅有一个点 P , 使得 $BP \perp$ 平面 CC_1P ;
④ 三棱锥 $B-PCC_1$ 的体积是定值.

其中真命题的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足关系式 $f(x) = x^2 + 2xf'(1) + \ln x$, 则 $f'(1) =$ _____.

14. $(x+y)(x-2y)^6$ 的展开式中含 x^4y^3 项的系数为_____. (用数字作答)

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x)$ 为偶函数, $f(x+1)$ 为奇函数, 则 $f(2023) =$ _____.

16. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$, 过点 $D(0, 2)$ 的直线交 C 于 A, B 两点, C 在 A, B 两点处的切线交于点 $M(a, b)$, 且 $a + b = -1$. 若点 M 到直线 AB 的距离为 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, 则 $p =$ _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知 $c=2b$, D, E 是 BC 边上的点,且满足 $BD=DE=EC, c=\frac{6\sqrt{17}}{17}AD$.

(1)求 $\angle BAC$;

(2)若 $a=\sqrt{5}$,求 $\triangle ADE$ 的外接圆的直径.

18. (12 分)

为了验证甲、乙两种药物对治疗某种疾病的效果,某科研单位用两种药物对患有该疾病的患者进行临床药物实验.随机抽取患有该疾病的患者 200 人,其中 100 人注射甲药物,另外 100 人注射乙药物,实验结果完成后,得到如下统计表:

药物	效果明显	效果不明显	合计
甲药物	76	24	100
乙药物	84	16	100
合计	160	40	200

(1)分别估计注射甲、乙两种药物的患者效果明显的概率;

(2)能否有 90%的把握认为甲、乙两种药物对治疗该种疾病的效果有差异?

(3)从样本中对甲、乙两种药物治疗效果不明显的患者按分层抽样的方法抽出 5 人,然后从 5 人中随机抽取 3 人做进一步药物实验,记抽到注射甲药物的患者人数为 X ,求 X 的分布列和数学期望.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n=a+b+c+d$.

临界值表:

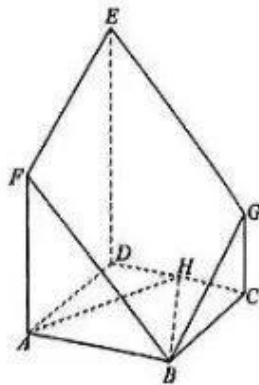
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025
k_0	2.706	3.841	5.024

19. (12 分)

如图,在六面体 $ABCDEFG$ 中,四边形 $ABCD$ 是菱形, $AF \parallel DE \parallel CG$, $AF \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle DAB = 60^\circ$, H 为 CD 的中点, $AH \parallel$ 平面 $BGEF$.

(1)求 $\frac{AF}{CG}$;

(2)若 $AF=AB=2$,求直线 BH 与平面 $BGEF$ 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = (x-1)e^x$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

(1) 设 $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$, 证明: $g(x)$ 是增函数;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f'(x) > a \ln(x+1) \geq \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \ln 3 - \frac{1}{x}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

已知圆 $O_1: (x+1)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, 圆 $O_2: (x-1)^2 + y^2 = \frac{49}{4}$, 圆 M 与圆 O_1 外切, 且与圆 O_2 内切.

(1) 求圆心 M 的轨迹 C 的方程;

(2) 若 A, B, Q 是 C 上的三点, 且直线 AB 不与 x 轴垂直, O 为坐标原点, $\overrightarrow{OQ} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$, 则当 $\triangle AOB$ 的面积最大时, 求 $\lambda^2 + \mu^2$ 的值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + 2\cos \alpha \\ y = 1 + 2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $3\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta + 3 = 0$.

(1) 求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程;

(2) 已知点 $P(2, 0)$, 直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 求 $\triangle PAB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知不等式 $|x+m| + |x+2| \geq 3$ 恒成立, 正数 m 的最小值为 M .

(1) 求 M ;

(2) 若正数 a, b, c 满足 $2a+b+c=M$, 证明: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{4}{5}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线