绝密★启用前

准考证号　　姓名　　考场　　考点

2023 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题卷

（银川一中第三次模拟考试）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．作答时，务必将答案写在答题卡上。写在本试卷及草稿纸上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知 $a\in\mathrm{R}$，复数 $(a+i)(1-3i)$ 是实数，则 $a=$

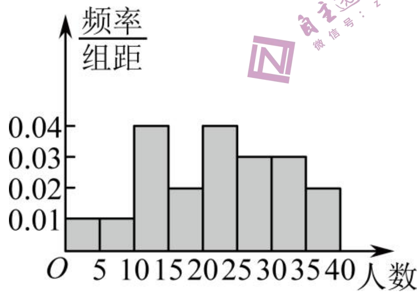
A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C． 3　　D． -3

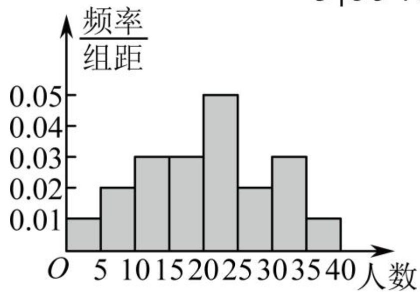
2．设集合 $A=\{(x,y)|y=x\}$，$B=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2=1\right\}$，则$A\cap B$中元素的个数是

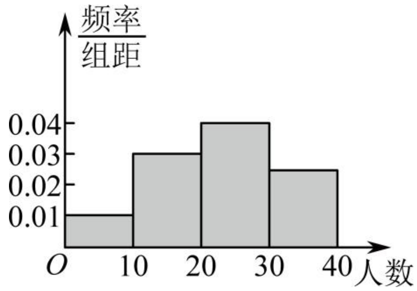
A． 0　　B． 1　　C． 2　　D． 不确定

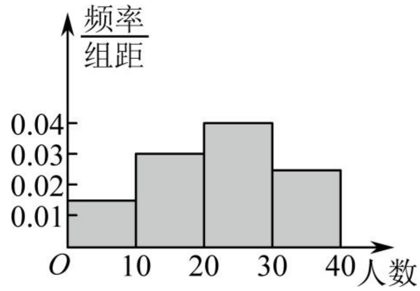
3．某学校随机抽取 20 个班，调查各班中有网上购物经历的人数，所得数据的茎叶图如图所示。现以 5 为组距，将数据分组，各组均为左闭右开区间，最后一组为闭区间.则下列频率分布直方图正确的是

0	7 3
1	7 6 4 4 3 0
2	7 5 5 4 3 2 0
3	8 5 4 3 0

A．


B．


C．


D．


4．命题 p “存在一个偶数是素数”，则 $\neg p$ 是

A．任意一个奇数是素数　　B．任意一个偶数都不是素数

C．存在一个奇数不是素数　　D．存在一个偶数不是素数

5．右图是一个边长为 4 的正方形二维码，为了测算图中黑色部分的面积，在正方形区域内随机投掷 400 个点，其中落入白色部分的有 175 个点，据此可估计黑色部分的面积为

A．7　　B．8　　C．9　　D．10

6．设$a = ln\pi$，$b = log_{\frac{1}{e}}3$，$c = 3^{-2}$，则

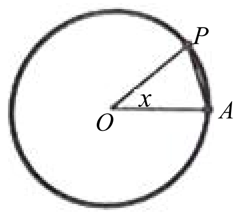
A．$a > b > c$　　B．$b > a > c$

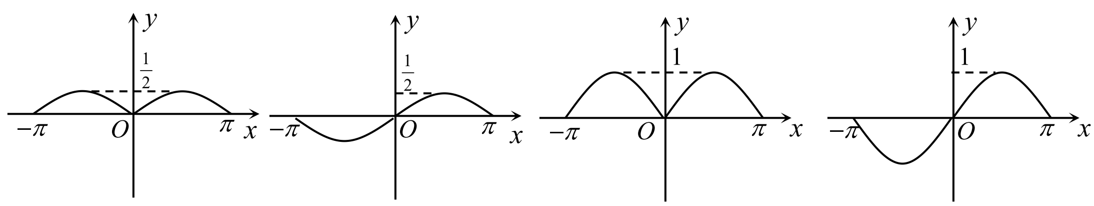
C．$a > c > b$　　D．$c > b > a$

7．灯罩的更新换代比较快，而且灯具大部分都是设计师精心设计，对于灯来说，不用将灯整个都换掉，只需要把灯具的外部灯罩进行替换就可以改变灯的风格. 小一决定更换卧室内的灯罩来换换氛围，已知该灯罩呈圆台结构，上下底皆挖空，上底半径为 10cm，下底半径为 18cm，母线长为 17cm，侧面计划选用丝绸材质布料制作，若不计做工布料的浪费，则更换一个灯罩需要的丝绸材质布料面积为

A．$969\pi\text{cm}^2$　　B．$952\pi\text{cm}^2$　　C．$864\pi\text{cm}^2$　　D．$476\pi\text{cm}^2$

8．如图，圆 O 的半径为 1，A 是圆上的定点，P 是圆上的动点，角 x 的始边为射线 OA，终边为射线 OP，将△POA 的面积表示为 x 的函数$f(x)$，则$y = f(x)$在$[-\pi，\pi]$上的图象大致为





A　　B　　C　　D

9．若函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-\ln x$ 在区间 $(m,m+\dfrac{1}{3})$ 上不单调，则实数 m 的取值范围为

A．$0<m<\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}<m<1$　　C．$\dfrac{2}{3}\le m\le 1$　　D．$m>1$

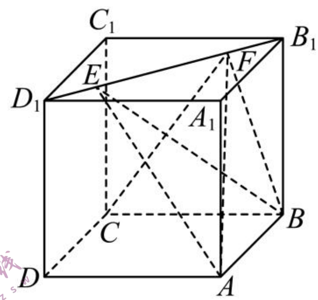
10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=\frac{1}{2}$，$\frac{2}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{a_{n+2}}$，$n\in N^*$，则数列$\{a_na_{n+1}\}$的前 10 项和$S_{10}=$

A．$\frac{12}{13}$　　B．$\frac{11}{12}$　　C．$\frac{10}{11}$　　D．$\frac{9}{10}$

11. 设F_1、F_2分别为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，$O$为坐标原点，过左焦点$F_1$作直线$F_1P$与圆$x^2+y^2=a^2$切于点$E$，与双曲线右支交于点$P$，且$\triangle OF_1P$为等腰三角形，则双曲线的离心率为

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

12. 如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 2，线段B_1D_1上有两个动点E，F（E在F的左边），且$EF=\sqrt{2}$.下列说法不正确的是



A．异面直线AB_1与BC_1所成角为$60°$

B．当E，F运动时，平面 $EFA\perp$平面ACC_1A_1

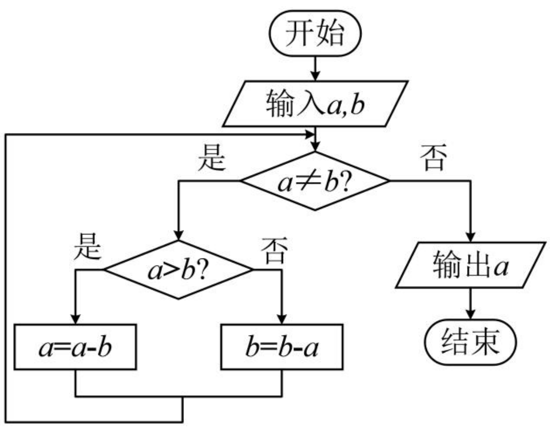
C．当E，F运动时，三棱锥$B-AEF$体积不变

D．当E，F运动时，存在点E，F使得$AE//BF$

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知向量$\vec{a}=(x,2),\vec{b}=(\frac{1}{2},1)$，且$\vec{a}//\vec{b}$，则$|\vec{a}|=$______.

14.《九章算术》是中国古代第一部数学专著，是《算经十书》中最重要的一部，成于公元一世纪左右，它是一本综合性的历史著作，是当时世界上最简练有效的应用数学．“更相减损术”便是《九章算术》中记录的一种求最大公约数的算法，按其算理流程有如下流程框图，若输入的a,b分别为$91,39$，则输出的$a=$________.



15. 若圆 $x^2+y^2-2ax-2by=0$ ($a>0,b>0$)被直线$x+y=1$平分，则$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$的最小值为_____.

16. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中公比$q\in(0,1)$，若$a_3+a_5=5, a_2\cdot a_6=4, b_n=log_2 a_n$，记数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则$\frac{S_1}{1}+\frac{S_2}{2}+\cdots+\frac{S_n}{n}$的最大值为_______.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分)

17．(12 分)

习近平总书记在党史学习教育动员大会上强调："回望过往的奋斗路，眺望前方的奋进路，必须把党的历史学习好、总结好，把党的成功经验传承好、发扬好."为庆祝建党 100 周年，某市积极开展"青春心向党，建功新时代"系列主题活动.该市某中学为了解学生对党史的认知情况，举行了一次党史知识竞赛，全校高一和高二共选拔 100 名学生参加，其中高一年级 50 人，高二年级 50 人.并规定将分数不低于 135 分的得分者称为"党史学习之星"，这 100 名学生的成绩（满分为 150 分）情况如下表所示.

	获得"党史学习之星"	未获得"党史学习之星"	总计
高一年级	40	10	50
高二年级	20	30	50
总计	60	40	100

(1)能否有 99%的把握认为学生获得"党史学习之星"与年级有关？

(2)获得"党史学习之星"的这 60 名学生中，按高一和高二年级采用分层抽样，随机抽取了 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人代表学校参加区里的党史知识竞赛，求这 2 人中至少有一人是高二年级的概率.

参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

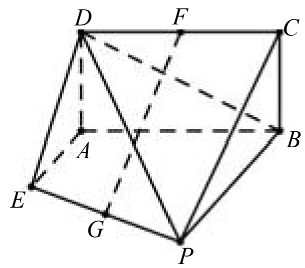
18．(12 分)

已知函数$f(x)=cos(\frac{\pi}{2}-2x)-2\sqrt{3}cos^2x+\sqrt{3}$.

(1)求函数$f(\mathrm{x})$在$[0,\pi]$上的单调递增区间；

(2)在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$f(\frac{\mathrm{A}}{2})=\sqrt{3}$，$a=\sqrt{3}$，$c=1$，求$sinB$的值.

19．(12 分)



如图，矩形$ABCD$所在平面垂直于直角梯形$ABPE$所在平面，$EP=\sqrt{3}$，$BP=2$，$AD=AE=1$，$AE\perp EP$，$AE//BP$，G、F分别是EP，DC的中点，H是AB边上一动点.

（1）是否存在点H使得平面FGH // 平面PBC，若存在，请指出点H的位置，并证明；若不存在，请说明理由.

（2）求多面体$ABCDEP$的体积.

20．(12 分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右焦点为$F$，有两个不同的点$P$、$Q$在椭圆$C$上运动，且$|PF|$的最小值为$\sqrt{6}-\sqrt{3}$，椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)已知直线$l:x-2y=0$与椭圆C在第一象限交于点A，若$\angle PAQ$的内角平分线的斜率不存在.探究：直线PQ的斜率是否为定值，若是，求出该定值；若不是，请说明理由.

21．(12 分)

已知函数$f\left(x\right)=x^2+2\ln x+1$.

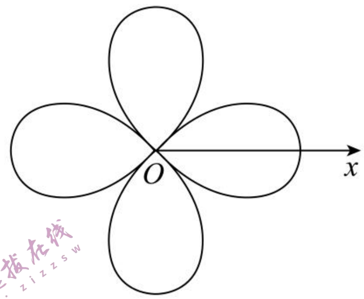
(1)求曲线$y=f\left(x\right)$在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程；

(2)若函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-2ax\left(a\in\mathrm{R}\right)$有两个极值点$x_1,x_2$，且$x_1<x_2<\mathrm{e}$，求$g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)$的取值范围.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]

下图所示形如花瓣的曲线G称为四叶玫瑰线，并在极坐标系中，其极坐标方程为$\rho = 2\cos 2\theta$.



(1)若射线l：$\theta = \dfrac{\pi}{6}$与G相交于异于极点O的点P，G与极轴的交点为Q，求$|PQ|$；

(2)若A、B为G上的两点，且$\angle AOB = \dfrac{2\pi}{3}$，求△$AOB$面积的最大值.

23．[选修 4-5：不等式选讲]

设函数$f(x) = |2x-2| + |2x+1|$.

(1)解不等式$f(x) \le 4 + x$；

(2)令$f(x)$的最小值为T，正数a,b,c满足$a+b+c=T$，证明：$\sqrt{ab} + \sqrt{ac} \le \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.