江西省上饶市 2023 届高三第一次联考

数学（理科）试题参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

题号	1	2	3	4	5	6
答案	B	D	D	D	C	C
题号	7	8	9	10	11	12
答案	B	B	B	A	B	C

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$m=1$　　14．$\frac{33}{49}$

15．$\frac{1}{21}$　　16．$3\sqrt{2}$

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）

解：（1）由已知得：$2a_n=S_n+2$　　…………………①

当$n=1$时，$a_1=2$

$m\geq 2$时，$2a_{n-1}=S_{n-1}+2$　　…………………②

①-②得：$a_n=2a_{n-1}$　　…………………（3 分）

即$\frac{a_n}{a_{n-1}}=2$（常数）

$\therefore\{a_n\}$是一个以 2 为首项，2 为公比的等比数列

$\therefore a_n=2^n$　　…………………（6 分）

第 1 页 共

（2）由已知得：$C_n=\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$ ……………（8 分）

$T_n=C_1+C_2+\cdots+C_n$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$ ……………（10 分）

$=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{3}{2}-\dfrac{2n+3}{(n+1)(n+2)}\right]$

$=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$ ……………（12 分）

18．（12 分）

证明：（1）由已知得：$A'O\perp$ 平面ABC

又$\because BC\subseteq$ 平面ABC　　$\therefore A'O\perp BC$　　①　　………………（2 分）

$\because \Delta ABC$ 为等边三角形　　O 为 BC 的中点

$\therefore AO\perp BC$　　②　　………………（4 分）

由①②且 AO、$A'O\subseteq$ 平面AOA'　　$\therefore BC\perp$ 平面AOA'

$\because BC\subseteq$ 平面$BCC'B'$　　$\therefore$ 平面$AOA'\perp BCC'B'$　　………………（6 分）

（2）由上问 $AO'\perp$ 面ABC　　$AO\subseteq$ 平面ABC

$\therefore AO'\perp AO$　　$\therefore AO'$、AO、BC 两两垂直　　………………（7 分）

建立如图空间直角坐标系 $A\left(2\sqrt{3},0,0\right)$，$B(0,2,0)$，$A'(0,0,6)$，$C(0,-2,0)$，$B'\left(-2\sqrt{3},2,6\right)$

$\overrightarrow{A'C}=(0,-2,-6)$，$\overrightarrow{A'B'}=\left(-2\sqrt{3},2,0\right)$

共 3 页

令平面 $A'B'C$ 的一个法向量是 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,1)$

$\begin{cases}-2y-6=0\\-2\sqrt{3}x+2y=0\end{cases}$ 得 $\overrightarrow{n_1}=(-\sqrt{3},-3,1)$ ………………（8 分）

令平面 $A'B'O$ 的一个法向量是 $\overrightarrow{n_2}=(1,m,n)$

$\begin{cases}6n=0\\-2\sqrt{3}+2m=0\end{cases}$，得 $\overrightarrow{n_2}=(1,\sqrt{3},0)$ ………………（10 分）

$$\cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\frac{-\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{2\cdot\sqrt{13}}=-\frac{2\sqrt{39}}{13}$$

$\therefore$ 二面角 $C-A'B'-O$ 的为余弦值为 $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ ………………（12 分）

19.（12 分）

解：（1）$K^2=\frac{220(70\times20-90\times40)^2}{160\times60\times110\times110}=9.167<10.828$

不能在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为它们有关系 ………………（4 分）

（2）由已知得从家里有宠物，家里没有宠物中各抽取 8 户、4 户

x 的取值为 4，3，2，1，0 ………………（5 分）

$p(x=4)=\frac{C_4^4C_8^2}{C_{12}^6}=\frac{1}{33}$ ………………（6 分）

$p(x=3)=\frac{C_4^3C_8^3}{C_{12}^6}=\frac{8}{33}$ ………………（7 分）

$p(x=2)=\frac{C_4^2C_8^4}{C_{12}^6}=\frac{5}{11}$ ………………（8 分）

$p(x=1)=\frac{C_4^1C_8^5}{C_{12}^6}=p(x=3)=\frac{8}{33}$ ………………（9 分）

21.（12 分）

解：（1）$t=\frac{1}{2}$　$f(x)=\frac{1}{2}x^2+\cos x$　$f(x)=x-\sin x$

$f'(x)=1-\cos x\geq 0$ ………………（2 分）

$\therefore f'(x)$在$[0,+\infty)$上为增函数

$\therefore f'(x)\geq f'(0)=0$

$\therefore f(x)$在$[0,+\infty)$上为增函数

$\therefore f(x)_{\min}=f(0)=1$ ………………（4 分）

（2）$t=0$，由已知得：$\sin x-\cos x+2\leq e^{ax}$

令 $g(x)=e^{ax}$　$h(x)=\sin x-\cos x+2$

则 $g'(x)=ae^{ax}$　$h'(x)=\cos x+\sin x$

$g'(0)=a$　$h'(0)=1$

又$\because g(0)=h(0)=1$　$\therefore a\geq 1$

令 $F(x)=e^{ax}-\sin x+\cos x-2$

由上问可知：$\cos x\geq 1-\frac{1}{2}x^2$ 且 $e^{ax}\geq e^x$

$F(x)\geq e^x-\sin x-\frac{1}{2}x^2+1-2=e^x-\frac{1}{2}x^2-\sin x-1$

令 $G(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-\sin x-1$

则 $G'(x)=e^x-x-\cos x\geq e^x-x-1$

令 $p(x)=e^x-x-1$

则 $p'(x)=e^x-1\geq 0$

第 3 页

$p(x=0)=\dfrac{C_4^0C_8^6}{C_{12}^6}=p(x=4)=\dfrac{1}{33}$ ………………（10 分）

x 的分布列如下：

x	4	3	2	1	0
p	$\frac{1}{33}$	$\frac{8}{33}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{8}{33}$	$\frac{1}{33}$

$E(x)=4\times\dfrac{1}{33}+3\times\dfrac{8}{33}+2\times\dfrac{5}{11}+1\times\dfrac{8}{33}+0\times\dfrac{1}{33}=2$ ………………（12 分）

20.（12 分）

解：（1）由已经得：$a=2$ $\dfrac{1}{4}+\dfrac{\frac{3}{4}}{b^2}=1$

$\therefore b=1$ $\therefore$ 椭圆 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$ ………………（4 分）

（2）令 $l_{AB}\cdot x=ty+1$ $(t\neq0)$ $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$F(x_2,-y_2)$

由$\begin{cases}x=ty+1\\x^2+4y^2=4\end{cases}$ 得$(t^2+4)y^2+2ty-3=0$

韦达定理得$y_1+y_2=\dfrac{-2t}{t^2+4}$ $y_1y_2=\dfrac{-3}{t^2+4}$ ………………（6 分）

$l_{AF}:y=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(x-4)$ $\therefore$ 过定点$(4,0)$ ………………（8 分）

$S_{\Delta ABG}=\dfrac{1}{2}|NG|\cdot|y_1-y_2|=\dfrac{3}{2}\dfrac{4\sqrt{t^2+3}}{t^2+4}$ ………………（10 分）

$S=6\dfrac{\sqrt{t^2+3}}{t^2+3+1}=6\dfrac{1}{\sqrt{t^2+3}+\dfrac{1}{\sqrt{t^2+3}}}<\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \Delta ABG$ 的面积的取值范围为$\left(0,\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ………………（12 分）

共 3 页

$\therefore p(x)$在$[0,+\infty]$上单调递增　　$\therefore p(x)\geq p(0)=0$

$\therefore G(x)'\geq 0$　　$\therefore G(x)$在$[0,+\infty]$上递增

$\therefore G(x)\geq G(0)=0$　　$\therefore f(x)\geq 0$即$e^{x}-\sin x+\cos x-2\geq 0$

即$\sin x-e^{ax}+2\leq f(x)$成立　　$\therefore a$的取值范围为$[1,+\infty)$　　…………（12 分）

22.（选考题）（10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

解：（1）C_1的直角坐标解方程为：$\cos\alpha\cdot y=\sin\alpha\cdot x$　　………………（1 分）

C_1的极坐标方程为：$\theta=\alpha$　　………………（3 分）

C_2的直角坐标方程为：$x^2+y^2-2x=3$即$(x-1)^2+y^2=4$　　………………（5 分）

（2）由$\begin{cases}\theta=\alpha\\ \rho^2=2\rho\cos\theta=3\end{cases}$

得$\rho^2-2\cos\alpha\cdot\rho-3=0$　　$\rho_A+\rho_B=-2\cos\alpha$　　$\rho_A\cdot\rho_B=-3<0$

$|OA||OB|=|\rho_A||\rho_B|=|\rho_A\cdot\rho_B|=3$　　………………（10 分）

23.（选考题）（10 分）

解：（1）$a=1$　有$2|x-1|-|x+1|<1$

等价于$\begin{cases}x<-1\\ 3-x<1\end{cases}$　或$\begin{cases}-1\leq x<1\\ -3x+1<1\end{cases}$　或$\begin{cases}x\geq 1\\ x-3<1\end{cases}$

$\therefore 0<x<4$　　$\therefore$原不等式的解集为$(0,4)$　　………………（5 分）

（2）$a>0$　　$f(x)_{\min}=f(a)=-|a+1|$　　………………（7 分）

$\therefore -1|a+1|+2>0$恒成立　　$\therefore 0<a<1$　　………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。