淮安市2022—2023学年度高三年级第一次调研测试

数学试题

2023.01

注意事项：

1. 考试时间120分钟，试卷满分150分。
2. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 请用2B铅笔和0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上指定区域内作答。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若非空且互不相等的集合M，N，P满足：$M\cap N=M$，$N\cup P=P$，则$M\cup P=$

A. M　　B. N　　C. P　　D. $\varnothing$

2. 已知$i^5=a+bi$（a，$b\in\mathbf{R}$），则$a+b$的值为

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

3. 设$p:4x-3<1$；$q:x-(2a+1)<0$，若p是q的充分不必要条件，则

A. $a>0$　　B. $a>1$　　C. $a\geqslant 0$　　D. $a\geqslant 1$

4. 已知点Q在圆$C:x^2-4x+y^2+3=0$上，点P在直线$y=x$上，则PQ的最小值为

A. $\sqrt{2}-1$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

5. 某次足球赛共8支球队参加，分三个阶段进行.

（1）小组赛：经抽签分成甲、乙两组，每组4队进行单循环比赛，以积分和净胜球数取前两名；

（2）半决赛：甲组第一名与乙组第二名，乙组第一名与甲组第二名进行主、客场交叉淘汰赛（每两队主、客场各赛1场），决出胜者；

（3）决赛：两个胜队参加，比赛1场，决出胜负.

则全部赛程共需比赛的场数为

A. 15　　B. 16　　C. 17　　D. 18

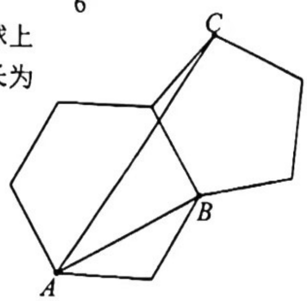
6. 若$f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$在区间$[-t,t]$上单调递增，则实数$t$的取值范围为

A. $[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]$　　B. $(0,\dfrac{\pi}{3}]$　　C. $[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}]$　　D. $(0,\dfrac{\pi}{6}]$

7. 足球是由12个正五边形和20个正六边形组成的．如图，将足球上的一个正六边形和它相邻的正五边形展开放平，若正多边形边长为a，A，B，C分别为正多边形的顶点，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$

A. $(3+\sqrt{3}\cos 18^\circ)a^2$　　B. $(\sqrt{3}+\cos 18^\circ)a^2$

C. $(3+\sqrt{2}\cos 18^\circ)a^2$　　D. $(3\sqrt{3}+3\cos 18^\circ)a^2$



在某次数学节上，甲、乙、丙、丁四位同学分别写下了一个命题：

甲：$\ln 3<\sqrt{3}\ln 2$；　乙：$\ln\pi<\sqrt{\frac{\pi}{e}}$；　丙：$2^{\sqrt{12}}<12$；　丁：$3e\ln 2>4\sqrt{2}$．

所写为真命题的是

A．甲和乙　　B．甲和丙　　C．丙和丁　　D．甲和丁

选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

连续抛掷一枚骰子 2 次，记事件 A 表示"2 次结果中正面向上的点数之和为奇数"，事件 B 表示"2 次结果中至少一次正面向上的点数为偶数"，则

A．事件 A 与事件 B 不互斥　　B．事件 A 与事件 B 相互独立

C．$P(AB)=\frac{3}{4}$　　D．$P(A|B)=\frac{2}{3}$

0．长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=3$，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心为 M，则

A．C_1D_1 // 平面 ABM

B．向量 $\overrightarrow{AM}$ 在向量 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

C．棱锥 $M—ABCD$ 的内切球的半径为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

D．直线 AM 与 BC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{11}}{11}$

11．公元前 6 世纪，古希腊的毕达哥拉斯学派把 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$) 称为黄金数．离心率等于黄金数的倒数的双曲线称为黄金双曲线．若黄金双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1，A_2，虚轴的上端点为 B，左焦点为 F，离心率为 e，则

A．$a^2e=1$　　B．$\overrightarrow{A_2B}\cdot\overrightarrow{FB}=0$

C．顶点到渐近线的距离为 e　　D．$\triangle A_2FB$ 的外接圆的面积为 $\frac{2+\sqrt{5}}{4}\pi$

12．设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(2x+1)$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=a^x+b$．若 $f(0)+f(3)=-1$，则

A．$b=-2$　　B．$f(2023)=-1$

C．$f(x)$ 为偶函数　　D．$f(x)$ 的图象关于 $(\frac{1}{2},0)$ 对称

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 $(1-2x)^5(x+2)=a_0+a_1x+\cdots+a_6x^6$，则 $a_3=$______．

14．某学校组织 1200 名学生进行"防疫知识测试"．测试后统计分析如下：学生的平均成绩为 $\bar{x}=80$，方差为 $s^2=25$．学校要对成绩不低于 90 分的学生进行表彰．假设学生的测试成绩 X 近似服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$（其中 μ 近似为平均数 x，σ^2 近似为方差 s^2），则估计获表彰的学生人数为______．（四舍五入，保留整数）

参考数据：随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)=0.9973$．

15．已知抛物线 $y^2=2x$ 与过点 $T(6,0)$ 的直线相交于 A,B 两点，且 $OB\perp AB$（O 为坐标原点），则 $\triangle OAB$ 的面积为______.

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^{x-1}+1, & x\leqslant 1, \\ |\ln(x-1)|, & x>1, \end{cases}$ 则函数 $F(x)=f[f(x)]-2f(x)-\dfrac{1}{2}$ 的零点个数为______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

已知 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\cos B+b\cos A=2c\cos C$.

（1）求角 C；

（2）若 $c=2$，求 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围.

18.（12 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n， $S_3=14$， $S_6=126$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

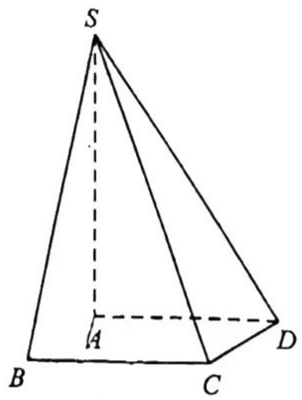
（2）当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时， $a_nb_1+a_{n-1}b_2+\cdots+a_1b_n=4^n-1$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

19.（12 分）

如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，侧面 $SAD\perp$ 底面 $ABCD$，$SA\perp AD$，且四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$AB=1$，$BC=2$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，$SA=3$.

（1）求二面角 $S-CD-A$ 的大小;

（2）点 P 在线段 SD 上且满足 $\overrightarrow{SP}=\lambda\overrightarrow{SD}$，试确定 λ 的值，使得直线 BP 与面 PCD 所成角最大.



20.（12分）

设椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，若椭圆$E$上的点到直线$l:x=\dfrac{a^2}{c}$的最小距离为$3-\sqrt{3}$.

（1）求椭圆E的方程；

（2）过F_1作直线交椭圆E于A，B两点，设直线AF_2，BF_2与直线l分别交于C，D两点，线段AB，CD的中点分别为M，N，O为坐标原点，若M，O，N三点共线，求直线AB的方程.

21.（12分）

第22届世界杯于2022年11月21日到12月18日在卡塔尔举办．在决赛中，阿根廷队通过点球战胜法国队获得冠军.

（1）扑点球的难度一般比较大，假设罚点球的球员会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向射门，门将也会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向来扑点球，而且门将即使方向判断正确也有$\dfrac{2}{3}$的可能性扑不到球．不考虑其它因素，在一次点球大战中，求门将在前三次扑到点球的个数X的分布列和期望；

（2）好成绩的取得离不开平时的努力训练，甲、乙、丙三名前锋队员在某次传接球的训练中，球从甲脚下开始，等可能地随机传向另外2人中的1人，接球者接到球后再等可能地随机传向另外2人中的1人，如此不停地传下去，假设传出的球都能接住．记第n次传球之前球在甲脚下的概率为p_n，易知$p_1=1,p_2=0$.

①试证明：$\{p_n-\dfrac{1}{3}\}$为等比数列；

②设第n次传球之前球在乙脚下的概率为q_n，比较p_{10}与q_{10}的大小.

22.（12分）

已知函数$f(x)=ae^x+\cos x+\dfrac{1}{2}x^2$，其中$a$为实数，e是自然对数的底数.

（1）当$a=0$时，求曲线$f(x)$在点$(\dfrac{\pi}{2},f(\dfrac{\pi}{2}))$处的切线方程；

（2）若$g(x)$为$f(x)$的导函数，$g(x)$在$(0,\pi)$上有两个极值点，求a的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。