湖北省黄冈中学 2023 届高三 5 月第二次模拟考试

数学试卷

命题教师：张智 席建颖 魏小军 审题教师：席建颖

考试时间：2023 年 5 月 17 日下午 15:00——17:00 试卷满分：150 分

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\,|\,lgx\leqslant 0\}$，$B=\{x\,||\,x^2-1\,|\leqslant 1\}$，则 $A\bigcap B=($　　$)$

A．A　　B．B　　C．$\complement_R A$　　D．$\complement_R B$

2．已知复数 z 满足 $|z|=1$，则 $|z+3-4i|$ (i 为虚数单位）的最大值为(　　)

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

3．在一组样本数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n),(n\geqslant 2,x_1,x_2,\cdots x_n$ 互不相等$)$ 的散点图中，若所有样本点 $(x_i,y_i)(i=1,2\cdots,n)$ 都在直线 $y=\dfrac{1}{3}x-5$ 上，则这组样本数据的样本相关系数为（　　）

A．$-\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．-1　　D．1

4．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_{10}+a_{11}>0$，$a_{10}+a_{12}<0$，则 S_n 取最大值时 n 的值为(　　)

A．10　　B．11　　C．12　　D．13

5．甲、乙、丙、丁、戊五名同学进行劳动技术比赛，决出第 1 名到第 5 名的名次．甲和乙去询问成绩，回答者对甲说“很遗憾，你和乙都没有得到冠军．”对乙说“你当然不会是最差．”从这两个回答分析，5 人的名次排列可能有多少种不同情况？(　　)

A．27 种　　B．36 种　　C．54 种　　D．72 种

6．设抛物线 $C:y^2=6x$ 的焦点为 F，过 F 的直线交 C 于 A，B 两点，分别以 A，B 为切点作 C 的切线 l_1，l_2，若 l_1 与 l_2 交于点 P，且满足 $|PF|=2\sqrt{3}$，则 $|AB|=($　　$)$

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

7．若函数 $f(x)$ 在其定义域内存在实数 x 满足 $f(-x)=-f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为“局部奇函数”．知函数 $f(x)=9^x-m\cdot 3^x-3$ 是定义在 R 上的“局部奇函数”，则实数 m 的取值范围是(　　)

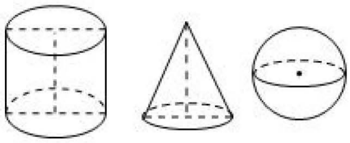
A．$[-2\sqrt{2},\sqrt{3}]$　　B．$[-2,+\infty)$　　C．$(-\infty,2\sqrt{2}]$　　D．$[-\sqrt{3},3]$

8.已知三棱锥 $S-ABC$ 的四个顶点都在半径为 2 的外接球上，E、F 分别是 AC 和 SC 的中点，$\angle BEF=90^0$，$AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，当 SC 取得最大值时，三棱锥 $S-ABC$ 的体积为（　　）

A.$\sqrt{26}$　　B.$\dfrac{\sqrt{26}}{2}$　　C.$\dfrac{\sqrt{26}}{3}$　　D.$\dfrac{\sqrt{26}}{6}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

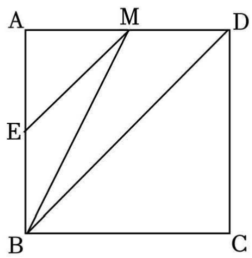
9．一个圆柱和一个圆锥的底面直径和它们的高都与一个球的直径 $2R$ 相等，则下列结论正确的是(　　)



A．圆柱的侧面积为 $2\pi R^2$　　B．圆锥的侧面积为 $2\pi R^2$

C．圆柱的侧面积与球的表面积相等　　D．圆柱、圆锥、球的体积之比为 $3:1:2$

10．如图，正方形 $ABCD$ 中，E 为 AB 中点，M 为线段 AD 上的动点 $\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BE}+\mu\overrightarrow{BD}$，则下列结论正确的是(　　)



A．当 M 为线段 AD 上的中点时，$\lambda+\mu=\frac{3}{2}$

B．$\lambda\mu$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$

C．μ 的取值范围为 $[0,1]$

D．$\lambda+\mu$ 的取值范围为 $[\frac{1}{2},2]$

11．声音是由物体振动产生的声波，其中包含着正弦函数．纯音的数学模型是函数 $y=A\sin\omega t$，我们听到的声音是由纯音合成的，称之为复合音．若一个复合音的数学模型是函数 $f(x)=\sin\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\sin x$，则当 $x\in[0,2\pi]$，时，函数 $f(x)$ 一定有(　　)

A．三个不同零点

B．在 $[0,\pi]$ 上单调递增

C．极大值，且极大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D．一条切线为 $y=x$

12．1990 年 9 月，Craig F·Whitaker 给《Parade》杂志"Ask Marilyn"专栏提了一个问题（著名的蒙提霍尔问题，也称三门问题），在蒙提霍尔游戏节目中，事先在三扇关着的门背后放置好奖品，然后让游戏参与者在三扇关着的门中选择一扇门并赢得所选门后的奖品，游戏参与者知道其中一扇门背后是豪车，其余两扇门背后是山羊，作为游戏参与者当然希望选中并赢得豪车，主持人知道豪车在哪扇门后面.假定你初次选择的是 1 号门，接着主持人会从 2、3 号门中打开一道后面是山羊的门.则以下说法正确的是（　　）

A.你获得豪车的概率为 $\frac{1}{3}$

B.主持人打开 3 号门的概率为 $\frac{1}{2}$

C.在主持人打开 3 号门的条件下，2 号门有豪车的概率为 $\frac{1}{3}$

D.在主持人打开 3 号门的条件下，若主持人询问你是否改选号码，则改选 2 号门比保持原选择获得豪车的概率更大

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$(1-2x)^5(1+3x)^4$ 展开式中含 x^2 项的系数为____．

14．记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $a_1=\dfrac{1}{3}$，$a_4^2=a_6$，则 $S_5=$_______．

15．已知 ΔABC 中，CD 为 $\angle C$ 的角平分线交 AB 于点 D，且 $BD=1$，$CD=2$，$AC=2\sqrt{3}$，则 BC 的长为_______．

16.已知 O 为坐标原点，动直线 l 与椭圆 $M:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 相切，与圆 O：$x^2+y^2=a^2$ 相交于 A、B 两点，若 ΔOAB 的面积的最大值为 $\dfrac{a^2}{2}$，则椭圆离心率的取值范围为_________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 在区间 $(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2})$ 单调，其中 ω 为正整数，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$，且 $f(\dfrac{\pi}{2})=f(\dfrac{2\pi}{3})$．

（1）求 $y=f(x)$ 图像的一条对称轴；

（2）若 $f(\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，求 φ．

18.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 为非零数列，且满足 $(1+\dfrac{1}{a_1})(1+\dfrac{1}{a_2})\ldots(1+\dfrac{1}{a_n})=2^{\frac{n(n+1)}{2}}$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{\dfrac{n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n．

19.（12 分）甲、乙足球爱好者为了提高球技，两人轮流进行点球训练（每人各踢一次为一轮），在相同的条件下，每轮甲、乙两人在同一位置，一人踢球另一人扑球，甲先踢，每人踢一次球，两人有 1 人进球另一人不进球，进球者得 1 分，不进球者得 -1 分；两人都进球或都不进球，两人均得 0 分，设甲、乙每次踢球命中球门的概率均为 $\dfrac{1}{2}$，甲扑到乙踢出球的概率为 $\dfrac{1}{2}$，乙扑到甲踢出球的概率为 $\dfrac{1}{3}$，且各次踢球互不影响．

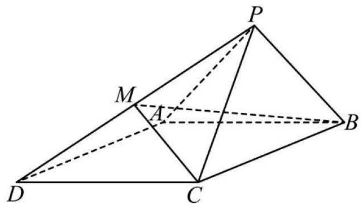
（1）经过 1 轮踢球，记甲的得分为 X，求 X 的分布列及数学期望；

（2）求经过 3 轮踢球累计得分后，甲得分高于乙得分的概率．

20.（12 分）如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为菱形，且 $\angle ABC=60^0$，$AB=PC=2$，$PA=PB=\sqrt{2}$. M 是棱 PD 上的点，且四面体 $MPBC$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

（1）证明：$PM=MD$；

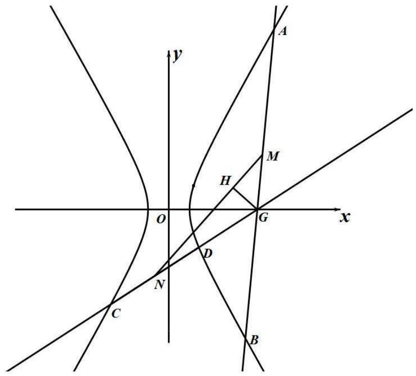
（2）若过点 C，M 的平面 α 与 BD 平行，且交 PA 于点 Q，求平面 BCQ 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值.



21.（12 分）如图，已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线与 x 轴夹角为 $\frac{\pi}{3}$，点 $(1,0)$ 在 E 上，过 $G(4,0)$ 的两条直线 l_1,l_2 的斜率分别为 k_1,k_2，且 $k_1\cdot k_2=3$，l_1 交 E 于 A、B，l_2 交 E 于 C、D，线段 AB 与 CD 的中点分别为 M、N，$GH\perp MN$

（1）求双曲线 E 的方程;

（2）求证：存在点 K，使 HK 为定值.



22.（12 分）已知函数 $f(x)=\ln x-2a^2x^2+3ax-1(a\geqslant 0)$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

（2）若 $a=1$，设两实数 m,n，其中 $0<m<1$，$n>1$，且 $f(n^2)=3m-6e^{2m}+9e^m-3$. 证明：$\frac{2n^2}{3}<e^m<n^2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。