黄冈市 2019 年高三年级 9 月质量检测

数学试题参考答案（文科）

一、选择题 1. C　2.C　3. D　4. A　5. C　6. A　7. D　8. C　9. A　10. B　11. C　12. B

二、填空题　13. [-6, 2]　14. -1010　15. $y=420\cdot(\frac{1.05}{1.01})^x$　（或 $y=420\cdot(1.04)^x$）$x\in\mathbf{N}$**（没有定义域不扣分）**　16. $(1,3+\frac{1}{e^3}]$

三、解答题

17. (1) ∵¬ q 为: ∃ $x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2-2mx_0+1<0$, …………2 分

∴命题¬ q 为真命题时,有$\varDelta=4m^2-4>0$，则 $m<-1$ 或 $m>1$. …………5 分

(2)若 $p\vee(\neg q)$为假命题，则 p 假 q 真.

由 ∃ $x_0\in\mathbf{R}$，$-x_0^2+2x_0-2m>0$ 为假知，$\forall x\in\mathbf{R}$，$-x^2+2x-2m\leqslant 0$ 为真…………6 分

则$\varDelta=4-8m\leqslant 0$.∴$m\geqslant\frac{1}{2}$. …………8 分

命题 q 为真命题时，有$\varDelta=4m^2-4\leqslant 0$，则$-1\leqslant m\leqslant 1$. …………9 分

所以当 $p\vee(\neg q)$为假命题时，m 的取值范围是$[\frac{1}{2},1]$. …………10 分

18.解（1）$f'(x)=\omega\cos(\omega x+\varphi)$，$g(x)=\sin(\omega x+\varphi)+\sqrt{3}\omega\cos(\omega x+\varphi)$，

$g(x)_{\max}=\sqrt{1+(\sqrt{3}\omega)^2}=2,\because\omega>0,\therefore\omega=1$，又 $g(x)$ 奇函数，$g(0)=\sin\varphi+\sqrt{3}\cos\varphi=0,$

$0<\varphi<\pi$，$\therefore\varphi=\frac{2\pi}{3}$，$\therefore g(x)=2\sin(x+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{3})=-2\sin x$　……6 分

（2）$a=\frac{\tan B}{\tan A}=g(-\frac{\pi}{2})=2,$ 且 $\cos A\sin B=2\sin A\cos B$，$\frac{b}{a}=\frac{\sin B}{\sin A},b=\frac{2\sin B}{\sin A}$

$\sin C=\sin(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\sin A\cos B+\cos A\sin B=3\sin A\cos B$，

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2\sin B}{\sin A}\times 3\sin A\cos B=6\sin B\cos B=3\sin 2B$

故当 $B=\frac{\pi}{4}$ 时 ΔABC 的面积最大值为 3.　…………12 分

19. 解: (1) 由 $a_{n+1}-1=\frac{a_n-1}{a_n}$, 得 $\frac{1}{a_{n+1}-1}=\frac{a_n}{a_n-1}=\frac{a_n-1+1}{a_n-1}=1+\frac{1}{a_n-1}$, …………2 分

∴ $\frac{1}{a_{n+1}-1}-\frac{1}{a_n-1}=1$, 即数列 $\{\frac{1}{a_n-1}\}$ 是以 $\frac{1}{a_1-1}=1$ 为首项，1 为公差的等差数列, …………4 分

且 $\frac{1}{a_n-1}=1+(n-1)\cdot 1=n$, ∴ $a_n=1+\frac{1}{n}$. …………6 分

(2) ∵ $b_n=\frac{2^n}{a_n-1}=n\cdot 2^n$. …………7 分

∴$S_n=1\cdot 2+2\cdot 2^2+\cdots+n\cdot 2^n$，　①

$2S_n=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$， ②…………9 分

① −②得$-S_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}$

∴$S_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$.…………12 分

20.解　(1)由已知 $c=1$，$a-b+c=-1$，且$-\dfrac{b}{2a}=-1$，…………2 分

解得 $a=2$，$b=4$，∴$f(x)=2(x+1)^2-1$. …………3 分

∴$F(x)=\begin{cases}2(x+1)^2-1, & x>0,\\ 1-2(x+1)^2, & x<0.\end{cases}$ …………4 分

∴$F(3)+F(-3)=2(3+1)^2-1+1-2[(-3+1)^2]=24$. …………6 分

(2)由 $a=3$，$c=1$，得 $f(x)=3x^2+bx+1$，

从而$|f(x)|\leqslant 2$ 在区间$(0，2]$上恒成立等价于$-2\leqslant 3x^2+bx+1\leqslant 2$ 在区间$(0，2]$上恒成立，…………8 分

即 $b\leqslant\dfrac{1}{x}-3x$ 且 $b\geqslant-\dfrac{3}{x}-3x$ 在$(0，2]$上恒成立. …………10 分

又$\dfrac{1}{x}-3x$ 的最小值为$-\dfrac{11}{2}$，$-\dfrac{3}{x}-3x$ 的最大值为-6. ∴$-6\leqslant b\leqslant-\dfrac{11}{2}$.

故 b 的取值范围是$\left[-6，-\dfrac{11}{2}\right]$. …………12 分

21.解析：(1)由题意，在 Rt△BOE 中，$OB=60$，$\angle B=90°$，$\angle BOE=\alpha$，∴$OE=\dfrac{60}{\cos\alpha}$，Rt△$AOF$ 中，$OA=60$，

$\angle A=90°$，$\angle AFO=\alpha$，∴$OF=\dfrac{60}{\sin\alpha}$.　　　　…………2 分

又$\angle EOF=90°$，∴$EF=\sqrt{OE^2+OF^2}=\sqrt{\left(\dfrac{60}{\cos\alpha}\right)^2+\left(\dfrac{60}{\sin\alpha}\right)^2}=\dfrac{60}{\cos\alpha\sin\alpha}$，

所以 $l=OE+OF+EF=\dfrac{60}{\cos\alpha}+\dfrac{60}{\sin\alpha}+\dfrac{60}{\cos\alpha\sin\alpha}$，即 $l=\dfrac{60（\sin\alpha+\cos\alpha+1）}{\cos\alpha\sin\alpha}$.…………4 分

当点 F 在点 D 时，这时角α最小，求得此时$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$;

当点 E 在 C 点时，这时角α最大，求得此时$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$.

故此函数的定义域为$\left[\dfrac{\pi}{6}，\dfrac{\pi}{3}\right]$.…………6 分

(2)由题意知，要求铺路总费用最低，只需要求△OEF 的周长 l 的最小值即可.

由(1)得，$l=\dfrac{60（\sin\alpha+\cos\alpha+1）}{\cos\alpha\sin\alpha}$，$\alpha\in\left[\dfrac{\pi}{6}，\dfrac{\pi}{3}\right]$，

设 $\sin\alpha+\cos\alpha=t$，则 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\dfrac{t^2-1}{2}$，

∴$l=\dfrac{60（\sin\alpha+\cos\alpha+1）}{\cos\alpha\sin\alpha}=\dfrac{60（t+1）}{\dfrac{t^2-1}{2}}=\dfrac{120}{t-1}$.…………8 分

由$\alpha\in\left[\dfrac{\pi}{6}，\dfrac{\pi}{3}\right]$，得$\dfrac{5\pi}{12}\leq\alpha+\dfrac{\pi}{4}\leq\dfrac{7\pi}{12}$，得$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\leq t\leq\sqrt{2}$，

∴$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\leq t-1\leq\sqrt{2}-1$，

从而$\sqrt{2}+1\leq\frac{1}{t-1}\leq\sqrt{3}+1$，当$\alpha=\frac{\pi}{4}$，即 $BE=60$ 时，$l_{min}=120(\sqrt{2}+1)$，…………11 分

答：当 $BE=AF=60$ 米时，铺路总费用最低，最低总费用为 36 000($\sqrt{2}+1$)元．…………12 分

22. (1)函数定义域为$(0,+\infty)$,当 $a=1$ 时，$f(x)=x+\ln x-xe^x$，由 $f'(x)=1+\frac{1}{x}-(x+1)e^x=(x+1)\frac{1-xe^x}{x}$，

令 $f'(x)=0,\exists x_0\in(0,+\infty)$，使$1-x_0e^{x_0}=0$，当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；当 $x\in(x_0,+\infty)$，

$f'(x)<0$．$f(x)$ 单调递减．$\therefore f(x)_{极大值}=f(x_0)=x_0+\ln x_0-x_0e^{x_0}$ ，

由 $f'(x_0)=0$ 知 $x_0e^{x_0}=1,x_0+\ln x_0=0$，故 $f(x)_{极大值}=-1$．…………5 分

(2) 由 $f'(x)=a(1+\frac{1}{x})-(x+1)e^x=\frac{(x+1)(a-xe^x)}{x},(x\geq1)$．

①当 $a\leq0$ 时，$f'(x)<0,\therefore f(x)$ 在$[1,+\infty)$上单调递减，$f(x)\leq f(1)=a-e<0$满足题意.

②当 $0<a\leq e$ 时，$\because x\geq1,a-xe^x\leq0,f'(x)\leq0$．$\therefore f(x)$ 在区间$[1,+\infty)$单调递减，

$f(x)_{\max}=f(1)=a-e<0$，$\therefore 0<a<e$．

③当 $a>e$ 时，$\exists x_0\in(1,+\infty)$，使 $x_0e^{x_0}-a=0$，当 $x\in(1,x_0)$ 时，$f(x)$ 单调递增；当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，

$f(x)$ 单调递减，$\therefore f(x)_{\max}=f(x_0)=a(x_0+\ln x_0)-x_0e^{x_0}=a(\ln a-1)>0$，$\therefore f(x)<0$ 不恒成立.

综上所述，实数 a 的取值范围是$(-\infty,e)$．　…………12 分

命题人：蕲春一中　宋春雨

审题人：蕲春一中　顾江

黄州区一中　童云霞

黄冈中学　谭志

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注