

2022—2023 学年度第二学期期末七校联考

高二数学答案

一、单项选择题

1-8 CBAD BCCD

二、多项选择题

9-12 ABC CD ABD ABD

三、填空题

13. $x^2 - 2x + 4$

14. -4

15. 0.3

16. -1 或 3

四、解答题

17. 解: (1) 由 $\begin{cases} 2+x \geq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases}$ 得, $A = \{x | -2 \leq x < 4\}$ (4分)

(2) 由题意, $B \subseteq A$. (5分)

$\because m \geq 2, \therefore 2m-1 \geq m+1$, 即 $B \neq \emptyset$, (6分)

则有 $\begin{cases} m+1 \geq -2 \\ 2m-1 < 4 \end{cases}$, 解得 $-3 \leq m < \frac{5}{2}$, (9分)

又 $\because m \geq 2, \therefore m$ 的取值范围是: $\left[2, \frac{5}{2}\right)$. (10分)

18. 解: (1) 零假设 H_0 : 晚餐是否更喜欢吃面食与性别没有关联. (1分)

由列联表, 计算, 得 $\chi^2 = \frac{100 \times (30 \times 25 - 20 \times 25)^2}{50 \times 50 \times 55 \times 45} = \frac{100}{99} \approx 1.010 < 3.841$ (3分)

根据小概率 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 我们没有充分的理由推断 H_0 不成立.

所以我们认为晚餐更喜欢吃面食与性别没有关联 (4分)

(2) 由题意, 在抽取出来的 5 人中, 男生由 3 人, 女生有 2 人, 从中任取 2 人, 女生人数为 X
则 X 所有可能的值为 0, 1, 2 (5分)

其中 $P(X=0) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$, $P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5}$, $P(X=2) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$, (7分)

所以, X 的分布列为

X	0	1	2
p	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

(8分)

(3) 在样本中晚餐喜欢吃面食学生共 50 人，其中男生有 30 人，其频率为 $\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ ，
(9 分)

所以 $Y \sim B(3, \frac{3}{5})$ (10 分)

$E(Y) = 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5}$, $D(Y) = 3 \times \frac{3}{5} \times (1 - \frac{3}{5}) = \frac{18}{25}$, (12 分)

19. (1) $f'(x) = 2x + 2f'(\frac{1}{2})$1分

令 $x = \frac{1}{2}$, $f'(\frac{1}{2}) = -1$2分

$f(x) = x^2 - 2x$, $f'(x) = 2x - 2$

则切点坐标为(1,-1).....3分

则斜率 $k = f'(1) = 0$4分

则切线方程为 $y = -1$5分

(2) $g(x) = x - 2\ln x - a$6分

$g'(x) = 1 - \frac{2}{x} = \frac{x-2}{x}$7分

当 $x < 2$ 时, $g'(x) < 0$, 当 $x > 2$ 时, $g'(x) > 0$

当 $x = 2$ 时, $g(x)$ 取得极小值 $g(2) = 2 - 2\ln 2 - a$9分

$\therefore g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上恰有两个不同的零点

通过画图分析 $g(2) < 0$, $a > 2 - 2\ln 2$12分

20. 解: (1) 设袋中有白球 n 个, 因为从袋中的 7 个小球中任取 2 个球都是白球的概率为 $\frac{1}{7}$,

所以 $\frac{C_n^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}$, 解得 $n=3$, 即袋中白球个数为 3 个。 (1 分)

由题意, X 所有可能的取值为 1, 2, 3, 4, 5

且 $P(X=1) = \frac{3}{7}$, $P(X=2) = \frac{A_4^1 \times A_3^1}{A_7^2} = \frac{2}{7}$, $P(X=3) = \frac{A_4^2 \times A_3^1}{A_7^3} = \frac{6}{35}$,

$P(X=4) = \frac{A_4^3 \times A_3^1}{A_7^4} = \frac{3}{35}$, $P(X=5) = \frac{A_4^4}{A_7^5} = \frac{1}{35}$, (5 分)

所以, X 的分布列为

X	1	2	3	4	5
p	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$

(6 分)

(2) 由题意, Y 所有可能的取值为 3, 4, 5 (7 分)

$$\text{且 } P(Y=3) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{35}{125} = \frac{7}{25}, \quad (8 \text{ 分})$$

$$P(Y=4) = C_3^2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + C_3^2 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{234}{625}, \quad (9 \text{ 分})$$

$$P(Y=5) = C_4^2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{216}{625}, \quad (10 \text{ 分})$$

$$Y \text{ 的数学期望为: } E(Y) = 3 \times \frac{7}{25} + 4 \times \frac{234}{625} + 5 \times \frac{216}{625} = \frac{2541}{625} \quad (12 \text{ 分})$$

21. (1) 由散点图可知 $y = c + \frac{d}{x}$ 更适宜作为 y 关于 x 的经验回归方程类型.....2分

$$\text{令 } \bar{\omega} = \frac{1}{x}, \text{ 则 } \hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^7 (\omega_i - \bar{\omega})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^7 (\omega_i - \bar{\omega})^2} = \frac{2.75}{0.55}, \hat{c} = 4.6 - 5 \times 0.37 = 2.75 \dots\dots 4 \text{ 分}$$

所以 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y} = 2.75 + \frac{5}{x}$5分

(2) 设收发 x 千件快递获利 z 千元

$$\text{则 } \hat{z} = (t - \hat{y})x = \left(\frac{59 - x^2}{4} - \frac{5}{x} - 2.75\right)x = -\frac{x^3}{4} + 12x - 5 (1 \leq x \leq 6) \dots\dots 7 \text{ 分}$$

(i) 当 $x = 2$ 时, $\hat{z} = 17$, 即该网点某天揽收 2 千块快递可获得的总利润约为 17000 元.....9分

(ii) 因为

$$\hat{z}' = -\frac{3}{4}x^2 + 12, \text{ 令 } \hat{z}' = 0, \text{ 解得 } x = 4,$$

所以当 $x \in [1, 4)$ 时, $\hat{z}' > 0$, $\hat{z} = -\frac{x^3}{4} + 12x - 5$ 单调递增;

当 $x \in (4, 6]$ 时, $\hat{z}' < 0$, $\hat{z} = -\frac{x^3}{4} + 12x - 5$ 单调递减.....11分

所以当 $x = 4$ 时, $\hat{z}_{\max} = 27$, 此时 $t = 10.75$, 所以单件快递的平均价格 $t = 10.75$ 时, 该网点一天内收发快递所获利润的预报值最大.....12分

22.

(1) 定义域为 $(0, +\infty)$

$$g(x) = \ln x - mx, g'(x) = \frac{1}{x} - m = \frac{1 - mx}{x} \dots\dots 1 \text{ 分}$$

当 $m \leq 0$ 时 $g'(x) > 0$, 单调增区间为 $(0, +\infty)$2分

当 $m > 0$ 时 $g'(x) > 0$, 解得 $0 < x < \frac{1}{m}$, 单调增区间为 $(0, \frac{1}{m})$; $g'(x) < 0$, 解得 $x > \frac{1}{m}$, 单调减区间为 $(\frac{1}{m}, +\infty)$...3分

(2)当 $m \leq 0$ 时 $g(x)$ 在 $[1, e]$ 上是增函数,最大值为 $g(e) = 1 - me$4分

当 $0 < \frac{1}{m} \leq 1$ 时(即 $m \geq 1$) $g(x)$ 在 $[1, e]$ 是减函数,最大值为 $g(1) = -m$5分

当 $1 < \frac{1}{m} < e$ 时(即 $\frac{1}{e} < m < 1$) $g(x)$ 在 $(1, \frac{1}{m})$ 是增函数,在 $(\frac{1}{m}, e)$ 是减函数,最大值为 $g(\frac{1}{m}) = -\ln m - 1$6分

当 $\frac{1}{m} \geq e$ 时(即 $0 < m \leq \frac{1}{e}$) $g(x)$ 在 $[1, e]$ 上是增函数,最大值为 $g(e) = 1 - me$7分

综上所述:

当 $m \leq \frac{1}{e}$ 时,最大值为 $g(e) = 1 - me$;当 $\frac{1}{e} < m < 1$ 时,最大值为 $g(\frac{1}{m}) = -\ln m - 1$;

当 $m \geq 1$ 时,最大值为 $g(1) = -m$.

(3) $f'(x) = \ln x - mx$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$), 则 $f'(x) = 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不等实根 x_1, x_2 (假设 $x_2 > x_1$)

则 $m = \frac{\ln x}{x}$, $y = m$ 与 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的图象有两个交点,由函数 $\frac{\ln x}{x}$ 的图象知, $0 < m < \frac{1}{e}$, $1 < x_1 < e < x_2$;.....9分

要证: $\frac{1}{\ln x_1} + \frac{1}{\ln x_2} > 2$, 可以变形为 $\ln x_2 + \ln x_1 > 2 \ln x_1 \ln x_2$;

$\therefore \ln x_1 = mx_1, \ln x_2 = mx_2 \therefore m(x_1 + x_2) > 2m^2 x_1 x_2$, 化简为 $m < \frac{x_1 + x_2}{2x_1 x_2}$

$\therefore \ln x_1 = mx_1, \ln x_2 = mx_2 \therefore m = \frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1}$

即证: $\frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1} < \frac{x_1 + x_2}{2x_1 x_2}$, 可以变形为 $\ln \frac{x_2}{x_1} < \frac{x_2^2 - x_1^2}{2x_1 x_2}$10分

进一步变形为 $\ln \frac{x_2}{x_1} < \frac{\frac{x_2}{x_1} - \frac{x_1}{x_2}}{2}$, 令 $t = \frac{x_2}{x_1} > 1$

即证: $\ln t < \frac{t^2 - 1}{2t}$11分

令 $h(t) = \ln t - \frac{t^2 - 1}{2t}$ ($t > 1$), $h'(t) = \frac{-2(t-1)^2}{4t^2} < 0$, $h(t)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数,

$h(t) < h(1) = 0$, 即而得证.....12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线