

## 咸阳市 2023 年高考模拟检测(三)

# 数学(文科)试题

**注意事项:**

1. 本试题共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 监考员将答题卡按顺序收回, 装袋整理; 试题不回收.

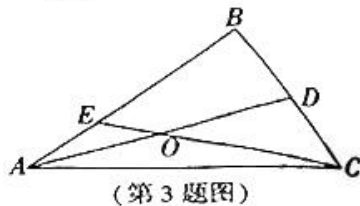
### 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -1 < x \leq 3\}$ , 则集合  $A$  的真子集个数是  
 A. 6                                      B. 7                                      C. 8                                      D. 15

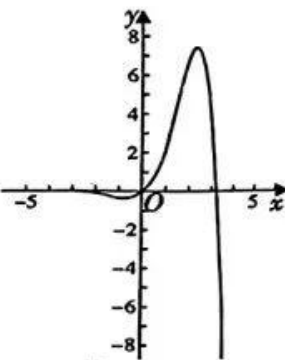
2. 已知复数  $z = \frac{2-3i}{i}$ , 则复数  $z$  的虚部是  
 A. -2                                      B. -2i                                      C. 2                                      D. 3

3. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  为  $BC$  边的中点,  $O$  为线段  $AD$  的中点, 连接  $CO$  并延长交  $AB$  于点  $E$ , 设  $\vec{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\vec{AC} = \mathbf{b}$ , 则  $\vec{CE} =$   
 A.  $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \mathbf{b}$                                       B.  $\frac{1}{4}\mathbf{a} - \mathbf{b}$   
 C.  $\frac{1}{4}\mathbf{a} - \frac{3}{4}\mathbf{b}$                                       D.  $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \frac{3}{4}\mathbf{b}$



4. 已知方程  $\sin \alpha + 2\cos \alpha = 0$ , 则  $\cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha =$   
 A.  $\frac{4}{5}$                                       B.  $\frac{3}{5}$                                       C.  $\frac{3}{5}$                                       D.  $\frac{4}{5}$

5. 已知函数  $f(x)$  的部分图象如图所示, 则它的解析式可能是  
 A.  $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$                                       B.  $f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$   
 C.  $f(x) = e^x \cos x$                                       D.  $f(x) = e^x \sin x$



6. 已知正三棱锥  $A-BCD$  的所有棱长均为 2, 点  $M, N$  分别为棱  $AD$  和  $BC$  的中点, 点  $E$  为棱  $AB$  上一个动点, 则三角形  $MEN$  的周长的最小值为  
 A. 3                                      B.  $2 + \sqrt{2}$   
 C.  $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$                                       D.  $4 + \sqrt{2}$

咸阳市 2023 年高考数学(文科)模拟检测(三)-1-(共 4 页)

7. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x-y \geq 1, \\ 2x-y \leq 4, \\ y \geq 0. \end{cases}$  则  $x+y+1$  的取值范围为
- A.  $[1, 5]$                       B.  $(1, 5)$                       C.  $(2, 6)$                       D.  $[2, 6]$
8. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ), 对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 恒有  $f(x) \leq \left| f(\frac{\pi}{3}) \right|$ , 且  $f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{4})$  上单调递增, 则下列选项中不正确的是
- A.  $\omega = 2$
- B. 函数  $f(x)$  的对称轴方程为  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$  ( $k \in \mathbf{Z}$ )
- C.  $y = f(x + \frac{\pi}{12})$  为奇函数
- D.  $f(x)$  在  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上的最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
9. 已知实数  $x, y \in [0, 2]$ , 任取一点  $(x, y)$ , 则该点满足  $x^2 + y^2 \geq 2$  的概率是
- A.  $\frac{\pi}{8}$                       B.  $1 - \frac{\pi}{4}$                       C.  $1 - \frac{\pi}{8}$                       D.  $\frac{\pi}{4}$
10. 已知  $a = \frac{1}{2\,023}$ ,  $b = e^{\frac{2\,023}{2\,023}}$ ,  $c = \frac{\cos \frac{1}{2\,023}}{2\,023}$ , 则
- A.  $a > b > c$                       B.  $b > a > c$                       C.  $b > c > a$                       D.  $a > c > b$
11. 已知等差数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和分别为  $S_n, T_n$ , 若  $(2n+3)S_n = nT_n$ , 则  $\frac{a_5}{b_5} =$
- A.  $\frac{9}{21}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{9}{25}$                       D.  $\frac{11}{25}$
12. 已知抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  ( $y \leq 8$ ), 将该抛物线绕其对称轴旋转一周得到一个几何体, 在该几何体中放置一个小球, 若使得小球始终与该几何体的底部相接, 则小球体积的最大值为
- A.  $4\pi$                       B.  $\frac{4}{3}\pi$                       C.  $\frac{32}{3}\pi$                       D.  $\frac{256}{3}\pi$

## 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若一数列为  $2, 7, 14, 23, \dots$ , 则该数列的第 8 个数是\_\_\_\_\_.
14. 已知  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ , 若  $a \cos C + c \cos A = 3$ , 且  $a^2 + c^2 = 9 + ac$ , 则  $B =$ \_\_\_\_\_.
15. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = e^x - \cos x$ , 则不等式  $f(x-1) - 1 < e^x$  的解集是\_\_\_\_\_.

咸阳市 2023 年高考数学(文科)模拟检测(三)-2-(共 4 页)

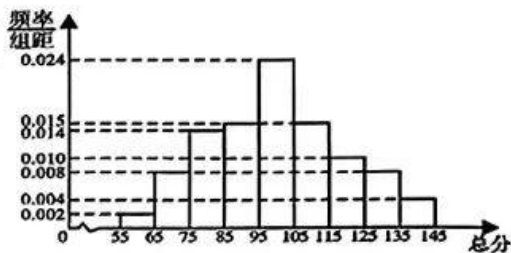
16. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$  的左、右焦点, 点  $M$  是双曲线  $C$  在第一象限上一点, 设  $I, G$  分别为  $\triangle MF_1F_2$  的内心和重心, 若  $IG$  与  $y$  轴平行, 则  $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

从某市统考的学生数学考试卷中随机抽查 100 份, 分别统计出这些试卷总分, 由总分得到如图所示的频率分布直方图. 来源: 高三答案公众号



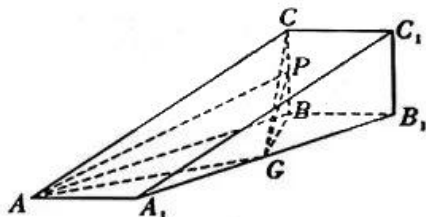
(第 17 题图)

(I) 求这 100 份数学试卷的样本平均分(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(II) 在样本中, 按照分层抽样从数学成绩不低于 125 分的试卷中抽取 6 份, 再从抽取的试卷中随机抽取出 2 份试卷进行答卷分析, 求至少有一份试卷成绩不低于 135 分的概率.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的侧面  $BB_1C_1C$  是边长为 1 的正方形, 侧面  $BB_1C_1C \perp$  侧面  $AA_1B_1B$ ,  $AB = 4$ ,  $\angle A_1B_1B = 60^\circ$ ,  $G$  是  $A_1B_1$  的中点.



(第 18 题图)

(I) 求证: 平面  $GBC \perp$  平面  $BB_1C_1C$ ;

(II) 若  $P$  为线段  $BC$  的中点, 求三棱锥  $A-PBG$  的体积.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} - 2a_n = n - 1$ , 且  $a_1 = 1$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_n < 2023$ , 求  $n$  的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $M$  为椭圆  $C$  上的一个动点, 且点  $M$  到右焦点  $F_2$  距离的最大值为  $2 + \sqrt{3}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 已知过点  $F_2$  的直线  $l$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 当  $\triangle F_1AB$  的面积最大时, 求此时直线  $l$  的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^2 + x \ln x - ax, g(x) = ae^{-2x} + x^2$ .

(I) 当  $a = 1$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(II) 若函数  $f(x)$  和  $g(x)$  有相同的极值点  $x_0$ , 求实数  $a$  的值.

(二) 选考题: 共 10 分, 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

直线  $l: \begin{cases} x = a - 2t \\ y = -1 + t \end{cases} (t \text{ 为参数})$ , 圆  $C: \rho = 2\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$  (极轴与  $x$  轴的非负半轴重合, 且单位长度相同).

(I) 求圆心  $C$  到直线  $l$  的距离;

(II) 若直线  $l$  被圆  $C$  截得的弦长为  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ , 求  $a$  的值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x) = |x-1| + |x+2|$  的最小值为  $p$ .

(I) 求  $p$  的值;

(II) 设  $a, b, c \in \mathbf{R}, a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 2p$ , 求证:  $|a + 2b + 3c| \leq 6$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

