

攀枝花市2023届高三第二次统一考试

2023.1

理科数学

本试题卷共4页,满分150分,考试时间120分钟.

注意事项:

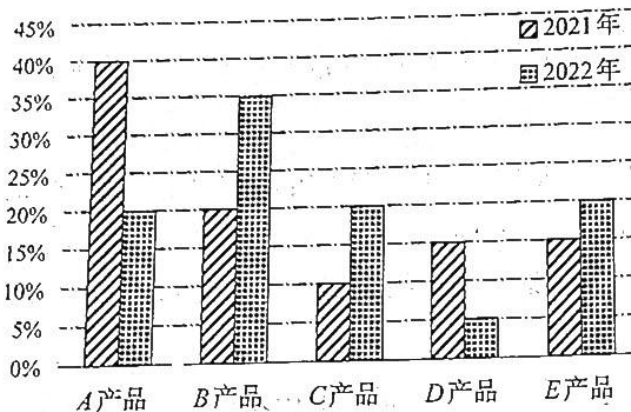
1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1,2,3,4,5,6\}$, 集合 $M = \{1,2,3\}$, $N = \{3,4\}$, 则 $(C_U M) \cup (C_U N) =$
 A. $\{3\}$ B. $\{5,6\}$ C. $\{1,2,3,4\}$ D. $\{1,2,4,5,6\}$
2. 已知复数 z 满足 $i(z+1) = -1+2i$ (其中 i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$
 A. $1-i$ B. $1+i$ C. $-3-i$ D. $-3+i$
3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 \cdot a_6 = a_3$, 且 $a_4 + a_5 = \frac{3}{2}$, 则 $a_1 =$
 A. $\frac{1}{8}$ B. 8 C. $\frac{1}{4}$ D. 4

4. 某国有企业响应国家关于进一步深化改革, 加强内循环的号召, 不断自主创新提升产业技术水平, 同时积极调整企业旗下的 A 、 B 、 C 、 D 、 E 等5种系列产品的结构比例, 近年来取得了显著效果. 据悉该企业2022年5种系列产品年总收入是2021年的2倍, 其中5种系列产品的年收入构成比例如下图所示, 则以下说法错误的是

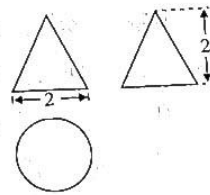
2021年与2022年收入对比图



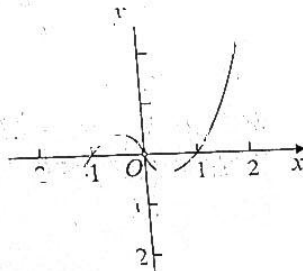
- A. 2022年A系列产品收入和2021年的一样多
- B. 2022年A和B系列产品收入之和比2021年的企业年总收入还多
- C. 2022年D系列产品收入是2021年D系列产品收入的 $\frac{1}{3}$
- D. 2022年E系列产品收入是2021年E系列产品收入的2倍还多

高三数学理

5. 将一直角三角形绕其一直角边旋转一周后所形成的几何体的三视图如图所示, 则该几何体的侧面积是

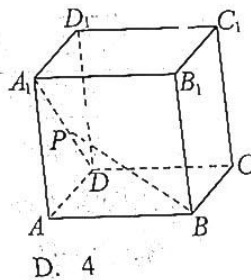


- A. $\frac{2}{3}\pi$ B. 2π
C. $\sqrt{5}\pi$ D. 3π
6. 我国著名数学家华罗庚先生曾说:“数缺形时少直观, 形少数时难入微, 数形结合百般好, 隔离分家万事休”. 在数学的学习和研究中, 有时可凭借函数的图象分析函数解析式的特征. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 的解析式可能为



- A. $f(x) = \frac{(e^{2x}-1) \cdot \ln|x|}{2e^x}$ B. $f(x) = \frac{(e^{2x}+1) \cdot \ln|x|}{2e^x}$
C. $f(x) = \frac{2e^x}{(e^{2x}-1) \cdot \ln|x|}$ D. $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{x^2 e^x}$
7. 已知四边形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 2\overline{DC}$, $\overline{AD} \cdot \overline{AB} = 0$, $|\overline{AB}| = |\overline{AD}| = 2$, E 为 BC 的中点, 则 $\overline{AC} \cdot \overline{DE} =$
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. 2
8. 一排 11 个座位, 现安排甲、乙 2 人就座, 规定中间的 3 个座位不能坐, 且 2 人不能相邻, 则不同排法的种数是
- A. 28 B. 32 C. 38 D. 44

9. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是 A_1D 的中点, 给出下列结论:



- ① $PB \parallel D_1C$; ② $PB \parallel$ 平面 B_1D_1C
③ $PB \perp B_1C$; ④ $PB \perp$ 平面 A_1C_1D

其中正确的结论个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
10. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2a_n S_n = 1 + a_n^2$, 设 $b_n = \log_2 \frac{S_{n+1}}{S_n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则满足 $T_n \geq 2$ 的 n 的最小正整数解为

- A. 15 B. 16 C. 3 D. 4
11. 已知函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos \frac{x}{2}$, 则下列说法正确的是

- A. $y=f(x)$ 是奇函数 B. $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\pi$ 对称
C. $f(x)$ 在 $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ 上单调递减 D. $f(x)$ 是最小正周期为 2π 的周期函数

12. 已知 $a=2, b=\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}, c=8-8\ln 2$, 则

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分;共20分。

13. 已知平面向量 $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(x,-2)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{b}|=$ _____.

14. $(1-ax^2)(1+x)^4$ 的展开式中 x^3 的系数为12, 则 $a=$ _____.

15. 边长为3的正 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在球 O 上, OA 与平面 ABC 所成的角为 30° , 则球 O 的体积为_____.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \ln(x-1), & x>1 \\ k(x-1)+1, & x<1 \end{cases}$, 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(1-x_0)=f(1+x_0)$ 成立, 则实数 k 的取值范围是_____.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

攀枝花市地处川滇交界处, 攀西大裂谷中段。这里气候条件独特, 日照充足, 盛产芒果、石榴、枇杷、甘蔗等热带亚热带水果。根据种植规模与以往的种植经验, 产自某种植基地的单个“红玉软籽”石榴质量(g)在正常环境下服从正态分布 $N(602, 625)$ 。

(1) 10000个产自该基地的“红玉软籽”石榴, 估计有多少个质量(g)在 $(577, 652]$;

(2) 2023年该基地考虑增加人工投入, 现有以往的人工投入增量 x (人) 与年收益增量 y (万元) 的数据如下:

| | | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|----|----|
| 人工投入增量 x (人) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 年收益增量 y (万元) | 11 | 13 | 19 | 26 | 31 | 38 |

该基地为了预测人工投入增量与年收益增量的关系, 建立了 y 与 x 的回归模型, 试根据表中统计数据, 求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 并预测人工投入增量为10人时的年收益增量。

参考数据: 若随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu-\sigma < X \leq \mu+\sigma) \approx 0.6827$, $P(\mu-2\sigma < X \leq \mu+2\sigma) \approx 0.9545$, $P(\mu-3\sigma < X \leq \mu+3\sigma) \approx 0.9973$,

回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

18. (12分)

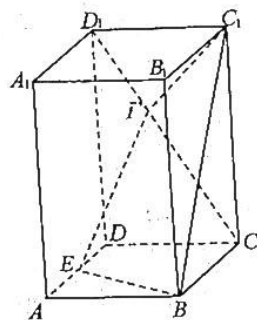
在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b-b \cos A = \sqrt{3} a \sin B$.

(1) 求 A ;

(2) 线段 BC 上一点 D 满足 $AD=BD=1, CD=3$, 求 $\triangle ADC$ 的面积.

19. (12分)

如图,直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1=4, AB=2, \angle BAD=60^\circ$, E 为 AD 的中点, $\overrightarrow{D_1F} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$.



- (1) 证明: B, E, F, C_1 四点共面;
- (2) 求 D_1C_1 与平面 $BEFC_1$ 所成角的正弦值.

20. (12分)

已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的渐近线在第一象限的交点为 P , 且点 P 的横坐标为 3.

- (1) 求抛物线 E 的标准方程;
- (2) 点 A, B 是第一象限内抛物线 E 上的两个动点, 点 $C(t, 0)$ 为 x 轴上的动点, 若 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 求实数 t 的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 - a \ln x + x (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 当 $a=3$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;
- (2) 设函数 $g(x) = f(x) - x$, 若 $g(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 且 x_0 为 $g(x)$ 的唯一极值点, 求证: $x_1 + x_2 > 2x_0$.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题记分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点 O 为

极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2(\cos \theta - \sin \theta)$.

- (1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;
- (2) 设曲线 C_1 与曲线 C_2 交于 P, Q 两点, 求 $|OP| \cdot |OQ|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $f(x) = |x+2| + |ax-2| (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 当 $a=2$ 时, 解不等式 $f(x) < 12$;
- (2) 若 $\forall x \geq 1$, 不等式 $f(x) \leq x^2 + x + 3$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线