





四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = 2a_n - 1$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = a_n + \log_2 a_{n+1}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分)

已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin 2\omega x - 2\cos^2 \omega x + 2$  ( $\omega \in \mathbf{N}_+$ ) 在  $(\pi, \frac{4\pi}{3})$  上单调.

(1) 求  $f(x)$  的单调递增区间;

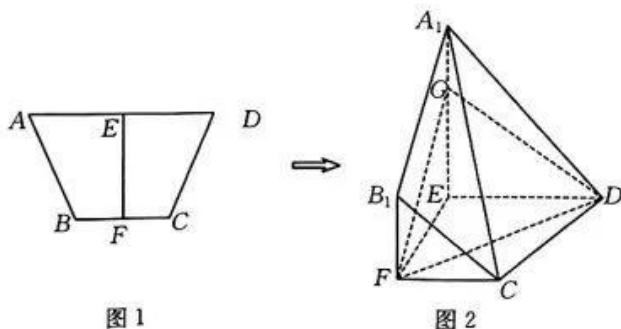
(2) 若  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 且  $a = 3, f(\frac{A}{2}) = 2$ , 求  $\triangle ABC$  周长的最大值.

19. (12 分)

如图 1, 四边形  $ABCD$  是等腰梯形,  $E, F$  分别是  $AD, BC$  的中点,  $AD = 2BC = 2EF = 4$ . 将四边形  $ABFE$  沿着  $EF$  折起到四边形  $A_1B_1FE$  处, 使得  $A_1C = 3$ , 如图 2,  $G$  在  $A_1E$  上, 且  $\overrightarrow{A_1E} = 3\overrightarrow{A_1G}$ .

(1) 证明:  $A_1C \parallel$  平面  $DFG$ .

(2) 求平面  $DFG$  与平面  $A_1CD$  夹角的余弦值.





## 20. (12分)

甲、乙两人进行投篮比赛,分轮次进行,每轮比赛甲、乙各投篮一次.比赛规定:若甲投中,乙未投中,甲得1分,乙得-1分;若甲未投中,乙投中,甲得-1分,乙得1分;若甲、乙都投中或都未投中,甲、乙均得0分.当甲、乙两人累计得分的差值大于或等于4分时,就停止比赛,分数多的获胜;4轮比赛后,若甲、乙两人累计得分的差值小于4分也停止比赛,分数多的获胜,分数相同则平局.甲、乙两人投篮的命中率分别为0.5和0.6,且互不影响.一轮比赛中甲的得分记为 $X$ .

- (1)求 $X$ 的分布列;
- (2)求甲、乙两人最终平局的概率;
- (3)记甲、乙一共进行了 $Y$ 轮比赛,求 $Y$ 的分布列及期望.

## 21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率与双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的离心率互为倒数,点 $A(2, 2)$ 在椭圆 $C$ 上,过点 $A$ 的直线 $l$ 与椭圆 $C$ 交于 $P, Q$ 两点.

- (1)求椭圆 $C$ 的标准方程.
- (2)若直线 $AP, AQ$ 的斜率之和为1,试问直线 $l$ 是否过定点?若过定点,求出此定点;若不过定点,请说明理由.

## 22. (12分)

已知函数 $f(x) = \sin x - a \cos x$ .

- (1)当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=\frac{\pi}{2}$ 处的切线方程;
- (2)对任意的 $x \in (0, +\infty)$ ,都有 $f(x) < ax^2 + ax$ ,求 $a$ 的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw



自主选拔在线  
微信号：zizzsw