南通市2021届高三第三次调研考试

数　学

意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

. 设集合 $A=\{x\mid \log_2(x-1)\leqslant 1\}$，$B=\left\{x\mid 2^{1-x}\geqslant\frac{1}{2}\right\}$，则 $A\cap B=$

A．$(-\infty,2]$　　B．$[1,2]$　　C．$(1,2]$　　D．$(1,3]$

. 已知复数 $z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}+3\mathrm{i}$，则 $|z|=$

A．5　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{17}$　　D．$3+\sqrt{2}$

. 设 $a=3^{\frac{1}{4}}$，$b=\log_4 3$，$c=4^{\frac{1}{4}}$，则

A．$c>b>a$　　B．$a>c>b$　　C．$c>a>b$　　D．$a>b>c$

. 已知点 $A(1,1)$，$B(7,5)$，将向量 $\overrightarrow{AB}$ 绕点 A 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 得到 $\overrightarrow{AC}$，则点 C 的坐标为

A．$(5,-5)$　　B．$(3,-7)$　　C．$(-5,5)$　　D．$(-3,7)$

. "角谷猜想"最早流传于美国，不久传到欧洲，后来日本数学家角谷把它带到亚洲．该猜想是指对于每一个正整数，如果它是奇数，则对它乘3再加1；如果它是偶数，则对它除以2．如此循环，经过有限步演算，最终都能得到1．若正整数 n 经过5步演算得到1，则 n 的取值不可能是

A．32　　B．16　　C．5　　D．4

6. 已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 A 在双曲线 E 的左支上，且 $\angle F_1AF_2=120°$，$AF_2=2AF_1$，则双曲线 E 的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. 7

7. 在数 1 和 3 之间插入 n 个实数，使得这 $n+2$ 个数构成等差数列，将这 $n+2$ 个数的和记为 b_n，则数列 $\left\{\log_3\frac{b_{n+1}}{b_n}\right\}$ 的前 78 项的和为

A. 3　　B. $\log_3 78$　　C. 5　　D. $\log_3 8$

8. 已知函数 $f(x)=2\ln x-x^2e^x+1$. 若存在 $x_0>0$，使 $f(x_0)\geqslant ax_0$，则 a 的最大值为

A. 0　　B. -1　　C. $1-e$　　D. $1-e^2$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 在 $\triangle ABC$ 中，M 是 BC 的中点．若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，则 $|\overrightarrow{AM}|=$

A. $\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$　　B. $\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$

C. $\frac{1}{2}\sqrt{2(\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2)-(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}$　　D. $\frac{1}{2}\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

10. 在 $\left(2x^2-\frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中，下列说法正确的是

A. 各项系数和为 1　　B. 第 2 项的二项式系数为 15

C. 含 x^3 的项的系数为 -160　　D. 不存在常数项

11. 2021 年 3 月 30 日，小米正式开始启用具备"超椭圆"数学之美的新 logo．设计师的灵感来源于曲线 C：$|x|^n+|y|^n=1$．则下列说法正确的是

A. 曲线 C 关于原点成中心对称

B. 当 $n=-2$ 时，曲线 C 上的点到原点的距离的最小值为 2

C. 当 $n>0$ 时，曲线 C 所围成图形的面积的最小值为 π

D. 当 $n>0$ 时，曲线 C 所围成图形的面积小于 4

12. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$．将 $\triangle DAC$ 沿着对角线 AC 折起至 $\triangle D'AC$，

连结 BD'．设二面角 $D'-AC-B$ 的大小为 θ，则下列说法正确的是

A．若四面体 $D'ABC$ 为正四面体，则 $\theta=\frac{\pi}{3}$

B．四面体 $D'ABC$ 的体积最大值为 1

C．四面体 $D'ABC$ 的表面积最大值为 $2\left(\sqrt{3}+2\right)$

D．当 $\theta=\frac{2\pi}{3}$ 时，四面体 $D'ABC$ 的外接球的半径为 $\frac{\sqrt{21}}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

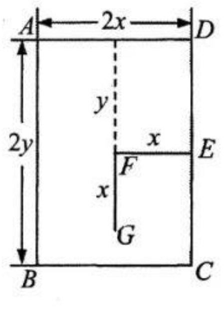
13．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．若 $a=4$，$b=6$，$\cos B=\frac{5}{13}$，则 $\sin A=$________．

14．为了解某小区居民的家庭年收入 x（万元）与年支出 y（万元）的关系，随机调查了该小区的 10 户家庭，根据调查数据的散点图可以看出 y 与 x 之间有线性相关关系，设其回归直线方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$．已知 $\overline{x}=20$，$\overline{y}=16$，$\hat{b}=0.76$．若该小区某家庭的年收入为 30 万元，则据此估计，该家庭的年支出为________万元．

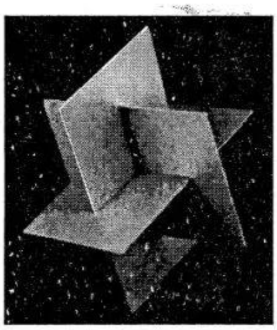
15．已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$．当 $x\in[0,1]$时，$f(x)=x^2$，则直线 $y=\frac{1}{5}x$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象的交点的个数为________．

16．若矩形$ABCD$满足 $\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，则称这样的矩形为黄金矩形．现有如图1所示的黄金矩形卡片$ABCD$，已知 $AD=2x$，$AB=2y$，E 是 CD 的中点，$EF\perp CD$，$FG\perp EF$，且 $EF=FG=x$，沿 EF，FG 剪开．用3张这样剪开的卡片，两两垂直地交叉拼接，得到如图 2 所示的几何模型．若连结这个几何模型的各个顶点，便得到一个正________面体；若 $y=2$，则该正多面体的表面积为________．

（本题第一空2分，第二空3分）



（图 1）



（图 2）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

设各项均为正数的等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_7=35$，且a_1，a_4-1，a_7成等比数列.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）数列$\{b_n\}$满足$b_n+b_{n+1}=a_n$，求数列$\{b_n\}$的前$2n$项的和T_{2n}.

18.（12 分）

已知函数$f(x)=3\sin(2x+\varphi)$ $(-\frac{\pi}{2}<\varphi<0)$同时满足下列 3 个条件中的 2 个．3 个条件依次是：①$f(x)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称；②当$x=\frac{5\pi}{12}$时，$f(x)$取得最大值；③ 0 是函数$y=f(x)+\frac{3}{2}$的一个零点.

（1）试写出满足题意的 2 个条件的序号，并说明理由；

（2）求函数$g(x)=f(x)+6\cos^2 x$的值域.

19.（12 分）

面对新一轮科技和产业革命带来的创新机遇，某企业对现有机床进行更新换代，购进一批新机床．设机床生产的零件的直径为 X（单位：mm）．

（1）现有旧机床生产的零件 10 个，其中直径大于 124 mm 的有 3 个．若从中随机抽取 4 个，记 ξ 表示取出的零件中直径大于 124 mm 的零件的个数，求 ξ 的概率分布及数学期望 $E(\xi)$；

（2）若新机床生产的零件直径 $X \sim N(120, 4)$，从生产的零件中随机取出 10 个，求至少有一个零件直径大于 124 mm 的概率．

参考数据：若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $P(|X-\mu| \leqslant \sigma) \approx 0.6827$，$P(|X-\mu| \leqslant 2\sigma) \approx 0.9545$，

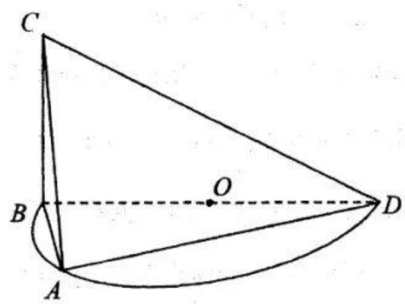
$P(|X-\mu| \leqslant 3\sigma) \approx 0.9974$，$0.97725^{10} \approx 0.7944$，$0.9545^{10} \approx 0.6277$．

20.（12 分）

如图，A 是以 BD 为直径的半圆 O 上一点，平面 $BCD \perp$ 平面 ABD，$BC \perp BD$．

（1）求证：$AD \perp$ 平面 ABC；

（2）若 $BD = 2BC = 2$，$\overset{\frown}{AD} = 2\overset{\frown}{AB}$，求二面角 $A-CD-B$ 的余弦值．

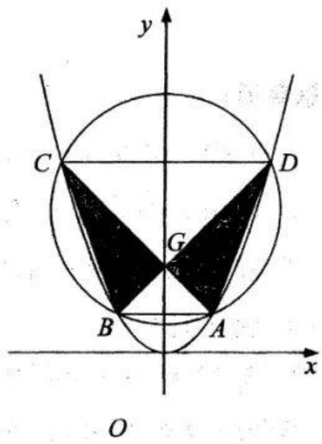


21.（12 分）

已知圆 $M: x^2+(y-\frac{5}{2})^2=4$ 与抛物线 $E: x^2=my\ (m>0)$ 相交于点 A，B，C，D，且在四边形 $ABCD$ 中，$AB/\!/CD$.

（1）若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=\frac{15}{4}$，求实数 m 的值；

（2）设 AC 与 BD 相交于点 G，$\triangle GAD$ 与 $\triangle GBC$ 组成蝶形的面积为 S，求点 G 的坐标及 S 的最大值.



22.（12 分）

已知函数 $f(x)=a\sin^2 x-\sqrt{3}x$.

（1）若 $x=\frac{\pi}{3}$ 是 $f(x)$ 的一个极值点，试讨论 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性；

（2）设 $-2\leqslant a\leqslant 2$，证明：当 $x\neq 0$ 时，$xf(x)<0$.

高三数学第三次调研参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

1. C　**2.** B　**3.** C　**4.** D　**5.** B　**6.** C　**7.** A　**8.** B

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. BC　**10.** AC　**11.** ABD　**12.** BCD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $\frac{8}{13}$　**14.** 23.6　**15.** 7　**16.**（第一空 2 分，第二空 3 分）二十，$120\sqrt{3}-40\sqrt{15}$

17.（1）设数列$\{a_n\}$的公差为d (d　0)，则$S_7=7a_4=35$，即$a_4=5$，　…… 1 分

所以$a_1=a_4-3d=5-3d$，$a_7=a_4+3d=5+3d$．

因为a_1，a_4-1，a_7成等比数列，所以$(a_4-1)^2=a_1a_7$，

即$4^2=(5-3d)(5+3d)$，解得$d=-1$（舍去）或$d=1$，　…… 3 分

所以$a_n=n+1$．　…… 5 分

（2）因为$b_n+b_{n+1}=a_n$，　所以$T_{2n}=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{2n-1}+b_{2n}$

$=(b_1+b_2)+(b_3+b_4)+\cdots+(b_{2n-1}+b_{2n})=a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}$　…… 8 分

$=\dfrac{n(2+2n)}{2}=n^2+n$．　……10 分

18.（1）满足题意的 2 个条件的序号为<u>①③</u>．　…… 1 分

由条件①知，$3\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}+\varphi\right)=0$，所以$2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=k\pi\ (k\in\mathbf{Z})$，

即$\varphi=k\pi-\frac{\pi}{6}\ (k\in\mathbf{Z})$．因为$-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$．　…… 3 分

由条件②知，$3\sin\left(2\times\frac{5\pi}{12}+\varphi\right)=3$，所以$2\times\frac{5\pi}{12}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，

即$\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{3}\ (k\in\mathbf{Z})$．因为$-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以$\varphi=-\frac{\pi}{3}$．　…… 5 分

由条件③知，$\sin\varphi=-\frac{1}{2}$，即$\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{6}$或$\varphi=2k\pi+\frac{7\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$．

因为$-\frac{\pi}{2}<\varphi<0$，所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$．

综上，满足题意的 2 个条件的序号为①③．　…… 7 分

（2）由（1）知，$f(x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

所以$g(x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+6\cos^2x=3\left(\sin 2x\cos\frac{\pi}{6}-\cos 2x\sin\frac{\pi}{6}\right)+6\times\dfrac{1+\cos 2x}{2}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{3}{2}\cos 2x+3=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+3$. ……10 分

因为 $-1\leqslant\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$，所以 $0\leqslant g(x)\leqslant 6$，

所以函数 $g(x)$ 的值域为 $[\,0,6\,]$. ……12 分

19.（1）由题知，ξ 的可能取值为 0，1，2，3，$\xi\sim H(4,3,10)$.

$P(\xi=0)=\frac{C_3^0C_7^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{6}$，$P(\xi=1)=\frac{C_3^1C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{1}{2}$，

$P(\xi=2)=\frac{C_3^2C_7^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{10}$，$P(\xi=3)=\frac{C_3^3C_7^1}{C_{10}^4}=\frac{1}{30}$ …… 4 分

所以 ξ 的概率分布为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

所以 ξ 的数学期望 $E(\xi)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=1.2$. …… 6 分

另法：因为 $\xi\sim H(4,3,10)$，数学期望 $E(\xi)=\frac{nM}{N}=\frac{4\times 3}{10}=1.2$.

（2）记“至少有一个零件直径大于 124 mm”为事件 A，

因为 $X\sim N(120,4)$，所以 $\mu=120$，$\sigma=2$， …… 8 分

所以 $P(X>124)=\frac{1-P(|X-\mu|\leqslant 2\sigma)}{2}\approx\frac{1-0.9545}{2}=0.02275$，

所以 $P(X\leqslant 124)\approx 1-0.02275=0.97725$， ……10 分

所以 $P(A)=1-0.97725^{10}\approx 1-0.7944=0.2056$.

答：至少有一件零件直径大于 124 mm 的概率为 0.205 6. ……12 分

20.（1）因为平面 $BCD\perp$ 平面 ABD，平面 $BCD\cap$ 平面 $ABD=BD$，

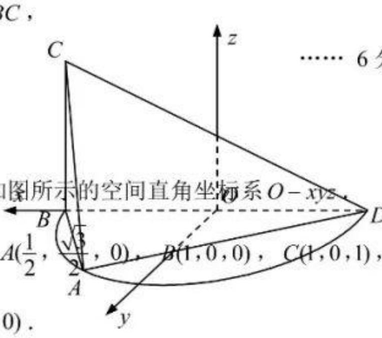
$BC\perp BD$，$BC\subset$ 平面 BCD，所以 $BC\perp$ 平面 ABD.

又 $AD\subset$ 平面 ABD，所以 $BC\perp AD$. …… 2 分

因为 A 是以 BD 为直径的半圆 O 上一点，所以 $AB\perp AD$. …… 4 分

又 $AB\cap BC=B$，AB，$BC\subset$ 平面 ABC，

所以 $AD\perp$ 平面 ABC. …… 6 分



（2）在平面 ABD 上，过点 O 作 $Oy\perp BD$，

在平面 BCD 上，过点 O 作 $Oz\,/\!/\,BC$，

由（1）知，$BC\perp$ 平面 ABD，建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$.

因为 $BD=2BC=2$，$\overset{\frown}{AD}=2\overset{\frown}{AB}$，则 $A(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0)$，$B(1,0,0)$，$C(1,0,1)$，$D(-1,0,0)$，

所以 $\overrightarrow{CD}=(-2,0,-1)$，$\overrightarrow{DA}=(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0)$.

设平面 ACD 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=-2x-z=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DA}=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}y=0,\end{cases}$

取 $x=1$，则 $y=-\sqrt{3}$，$z=-2$，所以 $\boldsymbol{m}=(1,-\sqrt{3},-2)$．　　…… 9 分

因为 y 轴 $\perp$ 平面 BCD，所以平面 BCD 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(0,1,0)$．　　……10 分

设二面角 $A-CD-B$ 的平面角为 θ，θ 为锐角，

则 $\cos\theta=|\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>|=\left|\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}\right|=\dfrac{|1\times(-\sqrt{3})|}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2+(-2)^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，

所以二面角 $A-CD-B$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$．　　…… 12 分

21．(1) 依据圆与抛物线的对称性，四边形 $ABCD$ 是以 y 轴为对称轴的等腰梯形，

不妨设 $|AB|<|CD|$，A，D 在第一象限，$A(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，

则 $B(-x_1,y_1)$，$C(-x_2,y_2)$．联立 $\begin{cases}x^2+(y-\dfrac{5}{2})^2=4,\\ x^2=my,(m>0),\end{cases}$ 消去 x 得：$y^2+(m-5)y+\dfrac{9}{4}=0$ (*)．

方程(*)有互异二正根，所以 $\begin{cases}\Delta=(m-5)^2-9>0,\\ y_1+y_2=5-m>0,\\ y_1y_2=\dfrac{9}{4},\end{cases}$ 解得 $0<m<2$．　　…… 1 分

由 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=\dfrac{15}{4}$，得 $x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{15}{4}$，即 $m\sqrt{y_1y_2}+y_1y_2=\dfrac{15}{4}$，　　…… 3 分

由 $y_1y_2=\dfrac{9}{4}$，得 $m=1$．　　…… 5 分

(2) 依据对称性，点 G 在 y 轴上，可设 $G(0,a)$．

由 $k_{AG}=k_{AC}$ 得，$\dfrac{y_1-a}{x_1}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1+x_2}$，所以 $\dfrac{y_1-a}{\sqrt{m}\cdot\sqrt{y_1}}=\dfrac{y_1-y_2}{\sqrt{m}\cdot(\sqrt{y_1}+\sqrt{y_2})}=\dfrac{\sqrt{y_1}-\sqrt{y_2}}{\sqrt{m}}$，

则 $a=\sqrt{y_1y_2}=\dfrac{3}{2}$，即 $G(0,\dfrac{3}{2})$．　　…… 8 分

方法一：$S=S_{梯ABCD}-(S_{\triangle GAB}+S_{\triangle GCD})=(x_1+x_2)(y_2-y_1)-[x_1(a-y_1)+x_2(y_2-a)]$

$=x_1y_2-x_2y_1+a(x_2-x_1)=\sqrt{m}\cdot\sqrt{y_1y_2}(\sqrt{y_2}-\sqrt{y_1})+a\sqrt{m}(\sqrt{y_2}-\sqrt{y_1})$

$=\sqrt{m}(\sqrt{y_2}-\sqrt{y_1})\cdot(\sqrt{y_1y_2}+a)=3\sqrt{m}\cdot\sqrt{y_1+y_2-2\sqrt{y_1y_2}}=3\sqrt{m(2-m)}$　　10 分

$\leqslant 3\cdot\dfrac{m+(2-m)}{2}=3$．

当且仅当 $m=2-m$，即 $m=1$ 时，S 最大值为 3．　　……12 分

方法二：$\dfrac{S}{2}=S_{\triangle ABD}-S_{\triangle ABG}=x_1(y_2-\dfrac{3}{2})=\sqrt{my_1}(y_2-\dfrac{3}{2})$

$=\sqrt{m}(\sqrt{y_1y_2\cdot y_2}-\frac{3}{2}\sqrt{y_1})=\frac{3}{2}\sqrt{m}(\sqrt{y_2}-\sqrt{y_1})=\frac{3}{2}\sqrt{m}\cdot\sqrt{y_1+y_2-2\sqrt{y_1y_2}}$ 10 分

$=\frac{3}{2}\sqrt{m(5-m-3)}=\frac{3}{2}\sqrt{-(m-1)^2+1}\leqslant\frac{3}{2}$，所以 $S\leqslant 3$．

当且仅当 $m=1$ 时，S 最大值为 3．　　……12 分

22．（1）$f'(x)=2a\sin x\cos x-\sqrt{3}=a\sin 2x-\sqrt{3}$，

由 $f'(\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}a-\sqrt{3}=0$，知 $a=2$，　　…… 2 分

所以 $f'(x)=2\sin 2x-\sqrt{3}$．令 $f'(x)>0$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，得 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{3}$；

令 $f'(x)<0$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，得 $0<x<\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{2}$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增，在 $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$ 和 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减．…… 4 分

（2）(i)当 $0\quad a\quad 2$ 时，$f(x)\quad 2\sin^2 x-\sqrt{3}x$，设 $h(x)=2\sin^2 x-\sqrt{3}x$．

①当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，由（1）知 $h(x)_{极大}=h(\frac{\pi}{3})=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}\pi<0$，

又 $h(0)=0$，所以 $h(x)<0$，从而 $f(x)<0$．

②当 $x\quad\frac{\pi}{2}$ 时，$f(x)\quad h(x)\quad 2-\frac{\sqrt{3}}{2}\pi<0$．

由①②知，当 $x>0$ 时，$f(x)<0\ (i_1)$；　　…… 6 分

当 $x<0$ 时，$f(x)\geqslant-\sqrt{3}x>0\ (i_2)$．由 $(i_1)(i_2)$ 得，$x\neq 0$ 时，$xf(x)<0$．…… 8 分

(ii)当 $-2\quad a<0$ 时，

方法一：$f(x)\quad -2\sin^2 x-\sqrt{3}x$，设 $g(x)=-2\sin^2 x-\sqrt{3}x$，$g'(x)=-2(\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2})$．

①当 $-\frac{\pi}{2}<x<0$ 时，由 $g'(x)=0$ 得，$x_1=-\frac{\pi}{6}$，$x_2=-\frac{\pi}{3}$，

同理有 $f(x)_{极小}=g(-\frac{\pi}{3})=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\pi>0$，

又 $g(-\frac{\pi}{2})>g(-\frac{\pi}{3})>0$，$g(0)=0$，所以 $g(x)>0$，从而 $f(x)>0$．……10 分

②当 $x\quad -\frac{\pi}{2}$ 时，$f(x)\quad -2+\frac{\sqrt{3}}{2}\pi>0$．

由①②得，当 $x<0$ 时，$f(x)>0\ (j_1)$；当 $x>0$ 时，显然 $f(x)<0\ (j_2)$．

由 $(j_1)(j_2)$ 得，$x\neq 0$ 时，$xf(x)<0$．由(i)(ii)结论获证．　　……12 分

方法二：则 $0<-a\quad 2$，则 $g(x)=-a\sin^2 x-\sqrt{3}x$，满足 $x\neq 0$ 时，$xg(x)<0$．

又 $y=xf(x)$ 与 $y=xg(x)$ 的图象关于 y 轴对称，所以 $x\neq 0$ 时，$xf(x)<0$．

由(i)(ii)结论获证．　　……12 分

数学试卷　第 4 页（共 4 页）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》