周至县 2022 ~2023 学年度高考第二次模拟考试

数学(理科)试题

注意事项:

1. 本试卷共 4 页,全卷满分 150 分,答题时间 120 分钟.
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,$A=\{x\mid x\leqslant 0\}$,$B=\{x\mid x\geqslant 1\}$,则集合$(\complement_U A)\cap B=$

A. $\{x\mid x\geqslant 0\}$　　B. $\{x\mid x>0\}$　　C. $\{x\mid x\geqslant 1\}$　　D. $\{x\mid x>1\}$

2. 设复数 z 满足$(1+\mathrm{i})z=|3+\mathrm{i}|$,则复数 z 的虚部是

A. $-\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　C. -5　　D. 5

3. 若非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$,则必有

A. $|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|$　　B. $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$　　C. $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$

4. 已知数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是某市 $n(n\geqslant 5,n\in\mathbf{N}^*)$ 个普通职工的年收入,如果再加上世界首富的年收入 x_{n+1},组成 $n+1$ 个数据,则下列说法正确的是

A. 年收入的平均数可能不变,中位数可能不变,方差可能不变

B. 年收入的平均数大大增加,中位数可能不变,方差变大

C. 年收入的平均数大大增加,中位数可能不变,方差变小

D. 年收入的平均数大大增加,中位数一定变大,方差可能不变

5. "双碳"战略倡导绿色、环保、低碳的生活方式. 2020 年 9 月中国明确提出 2030 年实现"碳达峰",2060 年实现"碳中和",为了实现这一目标,中国持续推进产业结构和能源结构调整,大力发展可再生能源,新型动力电池随之也迎来了蓬勃发展机遇. Peukert 于 1898 年提出蓄电池的容量 C(单位:Ah),放电时间 t(单位:h)与放电电流 I(单位:A)之间关系的经验公式 $C=I^{n_0}\cdot t$,其中 $n_0=-\log_{\frac{2}{3}}2$ 为 Peukert 常数. 在电池容量不变的条件下,当放电电流 $I=15$ A 时,放电时间 $t=28$ h,则当放电电流 $I=10$ A 时,放电时间为

A. 56 h　　B. 29 h　　C. 28.5 h　　D. 14 h

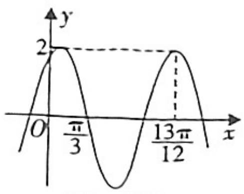
6. "$\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$"是"$x=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$"的

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示，则 $f(0)=$

A. 1　　B. -1　　C. $\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{3}$



（第 7 题图）

图1

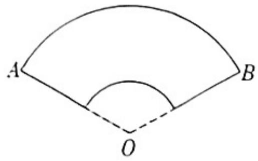


图2

（第 8 题图）

8. 折扇在我国已有三千多年的历史，“扇”与“善”谐音，折扇也寓意“善良”“善行”. 它常以字画的形式体现我国的传统文化，也是运筹帷幄、决胜千里、大智大勇的象征（如图 1），图 2 为其结构简化图，设扇面 A,B 间的圆弧长为 l，A,B 间的弦长为 d，圆弧所对的圆心角为 θ（θ 为弧度角），则 l、d 和 θ 所满足的恒等关系为

A. $\dfrac{2\sin\frac{\theta}{2}}{\theta}=\dfrac{d}{l}$　　B. $\dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\theta}=\dfrac{d}{l}$　　C. $\dfrac{2\cos\frac{\theta}{2}}{\theta}=\dfrac{d}{l}$　　D. $\dfrac{\cos\frac{\theta}{2}}{\theta}=\dfrac{d}{l}$

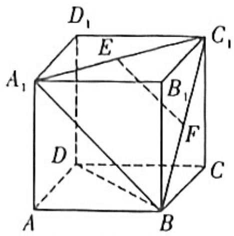
9. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，F 为线段 BC_1 的中点，E 为线段 A_1C_1 上的动点，下列结论一定正确的是

A. EF∥平面 A_1BCD_1

B. 存在点 E，使 $EF\perp$ 平面 BB_1C_1C

C. 存在点 E，使 $EF\parallel A_1C$

D. $DB_1\perp EF$



（第 9 题图）

10. 某学生在“捡起树叶树枝，净化校园环境”的志愿活动中拾到了三支小树枝（视为三条线段），想要用它们作为三角形的三条高线制作一个三角形，经测量，其长度分别为 3 cm，4 cm，6 cm，则

A. 能作出一个锐角三角形　　B. 能作出一个直角三角形

C. 能作出一个钝角三角形　　D. 不能作出这样的三角形

11. 已知 $M(a,4)$ 是抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 上一点，点 M 到抛物线 C 的焦点 F 的距离为 6. 若过点 $P(4,1)$ 向抛物线 C 作两条切线，切点分别为 A,B，则 $|AF|\cdot|BF|=$

A. 18　　B. 17　　C. 16　　D. 15

12. 已知 $a=\sin\dfrac{1}{11}$，$b=\dfrac{1}{11}$，$c=\ln 1.1$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<c<a$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 双曲线 $\dfrac{y^2}{a^2}-x^2=1(a>0)$ 的实轴长为 4，则其渐近线方程为__________.

14. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 0,\\ 2x-y\geqslant 0,\\ x\leqslant 1,\end{cases}$ 则 $z=2x-3y$ 的最小值为__________

15. “阳马”，是底面为矩形，且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥.《九章算术》中有如下问题：“今有阳马，广五尺，袤七尺，高八尺. 问积几何?”其意思为：“今有底面为矩形，一条侧棱垂直于底面的四棱锥，它的底面长、宽分别为 7 尺和 5 尺，高为 8 尺，问它的体积是多少?”若以上的条件不变，则这个四棱锥的外接球的表面积为__________平方尺.

16. 函数 $\mathrm{int}(x)$ 是计算机程序中一个重要函数，它表示不超过 x 的最大整数，例如 $\mathrm{int}(-3.9)=-4$，$\mathrm{int}(2.4)=2$. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x-\mathrm{int}(x),x>0,\\ \log_a(-x),x<0\end{cases}$ $(a>0$，且 $a\neq1)$，若 $f(x)$ 的图象上恰有 3 对点关于原点对称，则实数 a 的最小值为__________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

在①$S_n=n^2+2n$；②$a_1=3$，$a_3+a_5=18$；③$a_1=3$，$S_6=48$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并作答.

已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若__________.

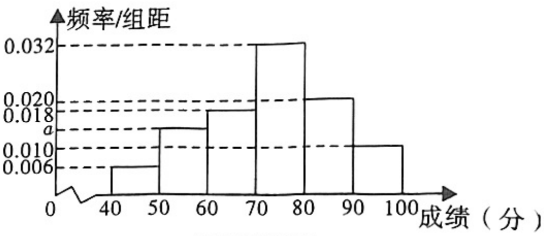
（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\dfrac{4}{a_n^2-1}(n\in\mathbf{N}^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（本小题满分 12 分）

某学校在假期安排了“垃圾分类知识普及实践活动”，为了解学生的学习成果，该校对全校学生进行了测试，并随机抽取 50 名学生的成绩进行统计，将其分成以下 6 组：[40，50)，[50，60)，[60，70)，[70，80)，[80，90)，[90，100]，整理得到如图所示的频率分布直方图.



（第 18 题图）

（Ⅰ）求图中 a 的值；

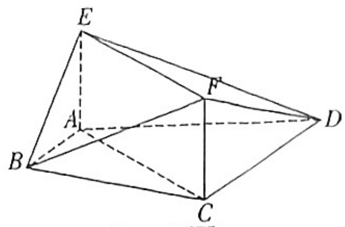
（Ⅱ）若将频率视为概率，从全校成绩在 80 分及以上的学生中随机抽取 3 人，用 X 表示这 3 人中成绩在[90，100]中的人数，求随机变量 X 的分布列及数学期望.

19.(本小题满分 12 分)

在如图所示的多面体中,$AB/\!/CD$,$AB\perp AD$,$AE\perp$平面 $ABCD$,四边形 $ACFE$ 为矩形.

(Ⅰ)求证:平面 $ABE/\!/$平面 CDF;

(Ⅱ)若 $AB=AE=1$,$AD=CD=2$,求直线 AD 与平面 BEF 所成角的正弦值.



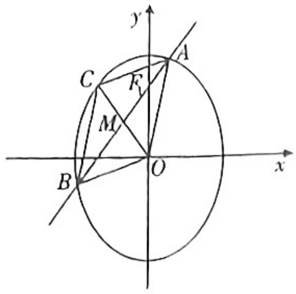
(第 19 题图)

20.(本小题满分 12 分)

如图,已知椭圆 $E:\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个焦点为 $F_1(0,1)$,离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(Ⅰ)求椭圆 E 的方程;

(Ⅱ)过点 F_1 作斜率为 k 的直线交椭圆 E 于 A,B 两点,AB 的中点为 M. 设 O 为原点,射线 OM 交椭圆 E 于点 C. 当四边形 $OACB$ 为平行四边形时,求 k 的值.



(第 20 题图)

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2a\ln x+x^2-2(a+1)x(a<0)$.

(Ⅰ)讨论 $f(x)$ 的零点个数;

(Ⅱ)当 $f(x)$ 有两个零点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$时,求证:$x_1+x_2>2$.

(二)选考题:共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)**【选修 4-4:坐标系与参数方程】**

已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+2\sqrt{2}\rho\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})-2=0$,以极点为坐标原点,极轴为 x 轴正半轴建立平面直角坐标系 xOy,直线 l 的直角坐标方程为 $y=x$.

(Ⅰ)求圆 C 的圆心坐标及半径;

(Ⅱ)设直线 l 与圆 C 的交点为 A,B,求$\triangle ABC$ 的面积.

23.(本小题满分 10 分)**【选修 4-5:不等式选讲】**

已知函数 $f(x)=|2x-2|+|x+3|$.

(Ⅰ)求不等式 $f(x)\geqslant 5$ 的解集;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 的最小值为 k,且实数 a,b,c 满足 $a(b+c)=k$,求证:$2a^2+b^2+c^2\geqslant 8$.